

Lycée ANISSE		D.S.N° 3	$\frac{1}{2}$	2.B.A.C.S.P
6pts	Exercice N° 1:	on considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{7}u_n + 3/n \in \mathbb{N}$		
0,5	1°/ Vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N})$:	$u_{n+1} - \frac{7}{2} = \frac{1}{7}(u_n - \frac{7}{2})$		
1	2°/ Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N})$:	$u_n < \frac{7}{2}$		
1	3°/ Montrer que la suite (u_n) est croissante.			
0,5	4°/ Démontrer que la suite (u_n) est convergente			
4,5	5°/ on pose $v_n = u_n - \frac{7}{2} \quad / n \in \mathbb{N}$			
	a - Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{7}$; puis exprimer v_n en fonction de n .			
4,5	b - Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_n = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}(\frac{1}{7})^n$, puis calculer sa limite.			
4pts	Exercice N° 2:	Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes.		
		$\ln(x^2+5) = \ln(x+2) + \ln(2x)$	$(2-x)\ln x > 0$	$2 - \ln(x) = 0$
3pts	Exercice N° 3:	Calculer les limites suivantes		
		$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(2x+1)$
			$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} + \ln x$	
7pts	Exercice N° 4:	(A) Soit g la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x - \frac{1}{2}\ln(x)$		

Lycée ANISSE

D.S. N° 3

$\frac{2}{2}$

2.B.A.C.S.P

0,5

1° - a - Montrez que $(\forall x > 0) : g'(x) = \frac{2x-1}{2x}$

0,5

b - En déduire que la fonction g est croissante sur $[\frac{1}{2}, +\infty[$ et décroissante sur $]0, \frac{1}{2}]$

0,5

c - Montrez que $(\forall x > 0) : g(x) > 0$ (Remarque que $g(\frac{1}{2}) > 0$)

0,25

d - En déduire que $(\forall x > 0) : x^2 - \ln x > 0$

(B) Soit f la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2$$

(C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal

0,5

1° - a - Montrez que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis interprétez graphiquement.

1

b - Montrez que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

0,25

c - Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?

1

2° - a - Montrez que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que :

$$(\forall x > 0) : f'(x) = \frac{2(x^2 - \ln x)}{x}$$

0,5

b - En déduire que f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.

0,5

c - Montrez que la tangente à la courbe (C) au point

$A(1,0)$ a pour équation : (T) : $y = 2x - 2$

0,5

3° - a - Montrez que $(\forall x > 0) : f''(x) = \frac{2(x^2 - 1 + \ln x)}{x^2}$

0,5

b - Montrez que A est le seul point d'inflexion de (C)

0,5

c - Construire la courbe (C) et la droite (T).