المظاهر الطاقية : تمارين

التمرين 1

نقذف كرة بليار كهربائي كتلتها $m = 55g$ بواسطة نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة وصلابة $k = 14N/m$ وطول أولي $\ell_0 = 12cm$.

1 ــ قبل قذف الكرة ، يكون النابض مضغوطا حيث طوله يساوي $\ell_0 / 2$. أحسب في هذه الحالة E_{Pe} طاقة الوضع المرنة المخزونة في النابض عند انضغاطه .

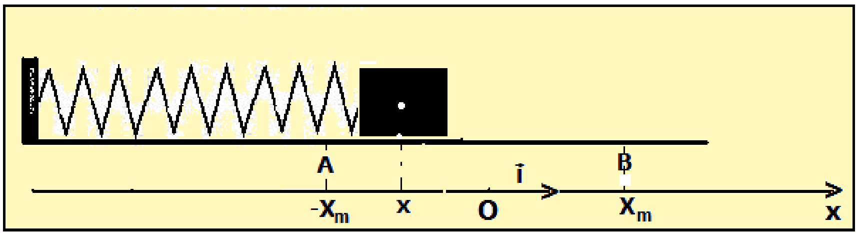
2 ــ أثناء قذف الكرة يمنح النابض طاقته المخزونة كليا . ما شكل الطاقة التي اكتسبتها الكرة ؟

3 ــ استنتج السرعة القصوى لإرسال الكرة .

التمرين 2

نعتبر المجموعة الميكانيكية { جسم ــ نابض } الممثلة في الشكل جانبه . حيث k صلابة النابض و m كتلة الجسم الصلب .

يتذبذب الجسم بين الموضعين A و B أفصولهما $-X_m$ و $+X_m$ أنظر الشكل



المعادلة الزمنية للحركة هي : $x = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \Phi\right)$

1 ــ أكتب تعبير السرعة $v(t)$

2 ــ حدد أفاصيل مواضع النقط عندما تكون السرعة $v(t)$ قصوية و عندما تكون منعدمة .

3 ــ 1 أكتب تعبير الطاقة الحركية $E_C(t)$ للجسم الصلب خلال حركته .

3 ــ 2 بين أن الطاقة الحركية تكتب على الشكل التالي : $E_C = \frac{1}{2}kX_m^2\left(1 - \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \Phi\right)\right)$

4 ــ 1 استنتج تعبير الطاقة الحركية بدلالة k و X_m و x

4 ــ 2 أفاصيل مواضع النقط عندما تكون الطاقة الحركية $E_C(t)$ قصوية و عندما تكون منعدمة . هل هذه النتيجة تتوافق مع نتائج السؤال 2 ؟

5 ــ التعبير المحصل عليه في السؤال (4 ــ 1) هو الفرق بين مقدارين أي طاقتين ، طاقة تتعلق ب x وطاقة ثابتة .

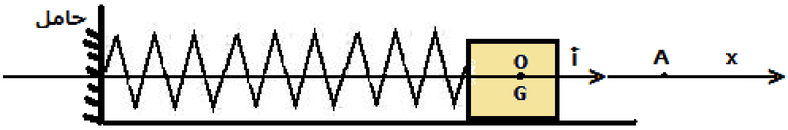
باعتماد قانون انحفاظ الطاقة ، اعطا اسم كل من هاتين الطاقتين .

التمرين 3 : تغيير الشروط البدئية لحركة متذبذب غير مخمد

المجموعة الميكانيكية المتذبذبة هي مجموعة ميكانيكية تنجز حركة دورية ذهابا وإيابا حول موضع توازنها المستقر .

يتكون نواس مرن أفقي من جسم صلب **(S)** كتلته **m** ، مثبت بطرف نابض لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته **K** .

الطرف الآخر للنابض مثبت في حامل ثابت كما يبين الشكل **(2)** .



الشكل 2

عند التوازن ، ينطبق مركز القصور G للجسم (S) مع الأصل O لمعلم الفضاء $(O,\vec{i})$.

نزيح الجسم (S) عن موضع توازنه في المنحى الموجب إلى أن ينطبق مركز قصوره G مع النقطة A تبعد عن O بمسافة d

نعتبر الحالتين التاليتين :

ـ الحالة الأولى : نحرر الجسم (S) عند النقطة A ، بدون سرعة بدئية ، عند اللحظة $t=0$.

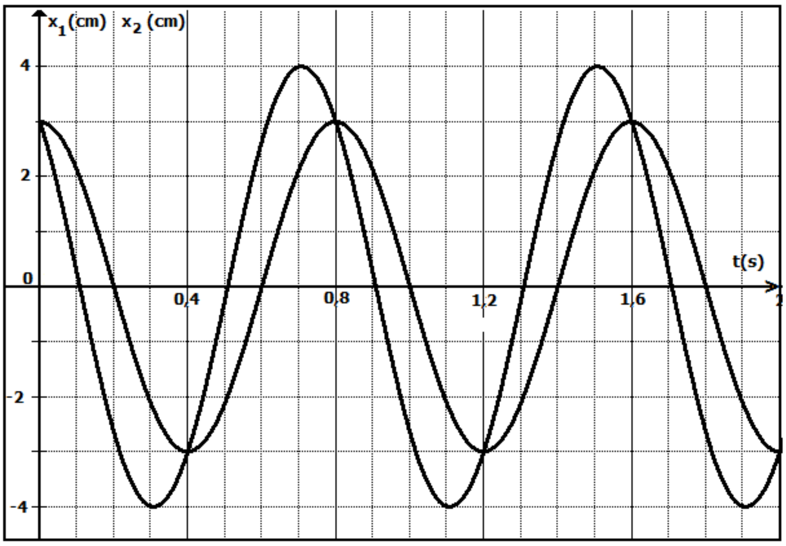
ـ الحالة الثانية : نرسل الجسم (S) انطلاقا من النقطة A في المنحى السالب ، بسرعة $\vec{v}_A$ ، عند اللحظة $t=0$.

في الحالتين ينجز الجسم (S) حركة تذبذبية حول موضع توازنه O .

1 ـ أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G .

2 ـ أوجد التعبير الحرفي للدور الخاص T_0 للمتذبذب ليكون حل المعادلة التفاضلية هو : $x = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

3 ـ نحصل ، بواسطة جهاز ملائم ، على منحنى تطور الأفصولين x_1 و x_2 لمركز قصور الجسم (S) ، تباعا ، في الحالتين الأولى والثانية ، كما يبين الشكل (3) .



عين معللا جوابك ، المنحنى الموافق لحركة المتذبذب في الحالة الأولى .

4 ـ نعتبر المتذبذب في الحالة الثانية ، ونرمز لوسع حركته ب x_{m2} وللطور عند أصل التواريخ ب φ_2 .

4 ـ 1 حدد نمن الميبان الممثل في الشكل (3) قيمة المسافة d وقيمة الوسع x_{m2} .

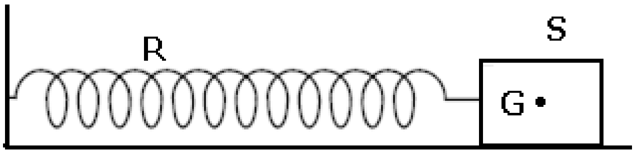
4 ـ 2 بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية ، بين أنه يمكن التعبير عن الوسع x_{2m} بالعلاقة :

$$x_{m2} = \sqrt{\frac{mv_A^2}{K}+d^2}$$

4 ـ 3 أوجد تعبير $\tan\varphi_2$ بدلالة d و x_{m2}

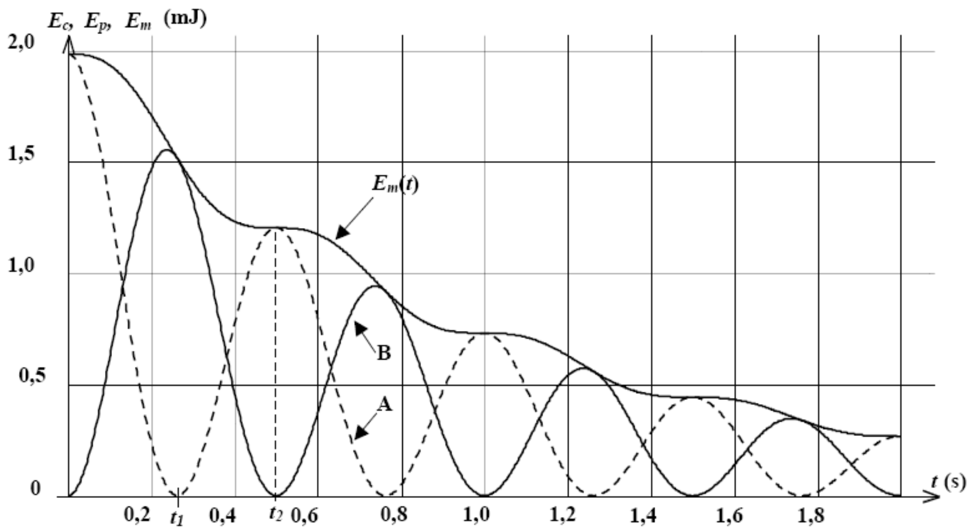
التمرين 4

يتكون متذبذب مرن من جسم صلب ذي كتلة $m=250g$ مشدود بطرف نابض لفاته غير متصلة ، وكتلته مهملة ، وصلابته $k=10N/m$.



يمكن للجسم أن يتذبذب أفقيا فوق ساق . ندرس حركة G مركز قصور تاجسم على المحور الأفقي $(O,\vec{i})$ لمعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم ومرتبط بمرجع أرضي ، ونعملم موضعه بالأفصول x . تنطبق النقطة O مع G_0 موضع G عند التوازن .

الاحتكاكات غير مهملة ، إذ نعتبر أن قوى الاحتكاك مكافئة لقوة وحيدة $\vec{f}=-\mu\vec{v}$ حيث $\vec{v}$ متجهة سرعة G و μ معامل موجب



1 ــ باستعمال الوثيقة (1) عين شبه الدور T للذبذبات وقارنه مع T_0 الدور الخاص للنواس .

2 ــ ماذا يمثل المنحنيان (أ) و (ب) في الوثيقة الأولى ؟

3 ــ كيف تفسر تناقص الطاقة الميكانيكية E_m للمتذبذب .

4 ــ أ ــ ما سرعة G عند اللحظتين t_1 و t_2 ؟ علل جوابك .

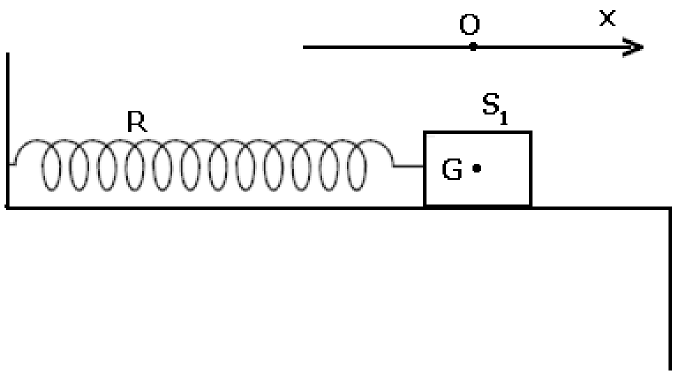
ب ــ استنتج قيمة الشدة f عند هاتين اللحظتين .

ج ــ علل شكل المنحنى E_m .

التمرين 5

نهمل جميع الاحتكاكات وناخذ $g = 10 m/s^2$

I ــ نعتبر التركيب التجريبي الممثل في الشكل أسفله والمتكون من :



ــ نابض R لفاته غير متصلة ، ومتلته مهملة وصلابته k

ــ جسم صلب S_1 كتلته m_1 .

نزيح الجسم S_1 عن موضع توازنه ، في المنحى الموجب ، بمسافة x_0 ثم نحرره بدون سرعة بدئية في اللحظة $t = 0$

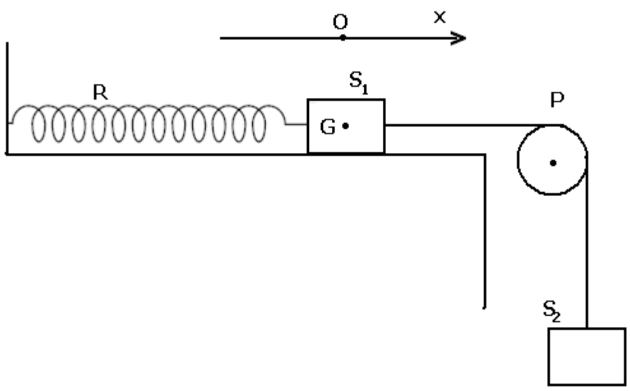
نختار كمرجع لطاقة الوضع المرنة ، الموضع الذي يكون فيه النابض غير مشوه ومرجعا لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المار من G .

1 ــ أعط تعبير الطاقة الحركية للمجموعة {الجسم S_1 ، النابض } .

2 أعط تعبير طاقة الوضع للمجموعة {الجسم S_1 ، النابض } . واستنتج تعبير طاقتها الميكانيكية في لحظة t بدلالة k و x و $\frac{dx}{dt}$.

3 ــ أثبت المعادلة التفاضلية لحركة المتذبذب المرن اعتمادا على هذه الدراسة الطاقية .

II ــ تثبت المتذبذب المرن الأفقي السابق ، بطرف خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة يمر دون انزلاق بمجرى بكرة (P) شعاعها r وكتلتها M ، ونعلق بالطرف



الآخر جسما صلبا (S_2) كتلته $m_2=m_1=m$. أنظر الشكل

عزم قصور البكرة J_Δ بالنسبة للمحور الأفقي المار من

مركزها هو $J_\Delta=\frac{1}{2}Mr^2$ حيث $M=2m$.

1 ـ حدد بدلالة المقادير اللازمة إطالة النابض عند التوازن .

2 ـ نزيح الجسم (S_2) نحو الأسفل بمسافة z_m ثم نحرره

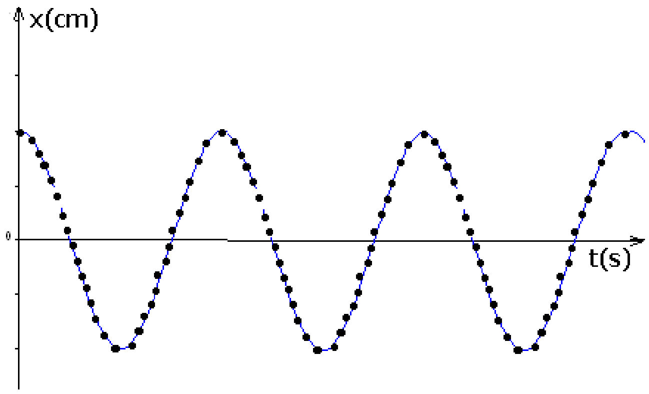
بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$. يمثل الشكل

أسفله تسجيل حركة نقطة من S_1 بالسلم الحقيقي ،

خلال مدد زمنية متساوية ومتتالية $\tau=40ms$.

2 ـ 1 عين الدور T_0 للمتذبذب .

2 ـ 2 عين الوسع x_m لحركة S_1 .



3 ـ باعتمادك على العلاقة الأساسية للتحريك بين أن

المعادلة التفاضلية لحركة الجسم S_1 تكتب على الشكل

التالي : $\ddot{x}+\frac{1}{3}\frac{k}{m}x=0$

(x أفصول مركز قصور الجسم S_1 عند اللحظة t)

4 ـ أكتب المعادلة الزمنية لحركة S_1 .

5 ـ حدد صلابة النابض k علما أن $m=200g$

التمرين 6 . الدراسة الطاقية لنواس وازن

نعتبر نواسا وازنا ينجز تذبذبات حرة باحتكاكات مهملة.

النواس المدروس عبارة عن ساق متجانس AB، كتلتها m

وطولها $AB=\ell=60,0cm$ ، يمكنها الدوران في مستوى

رأسي حول محور أفقي (Δ) ثابت يمر من طرفها A (الشكل 2).

عزم قصور الساق بالنسبة للمحور (Δ) هو : $J_\Delta=\frac{1}{3}m.\ell^2$ ، ندرس حركة النواس في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

نمعلم في كل لحظة موضع النواس بأفصوله الزاوي θ وهو الزاوية التي تكونها الساق مع الخط الرأسي المار من النقطة G_0 موضع مركز القصور G للساق AB، عند التوازن المستقر ، مرجعا لطاقة الوضع الثقالية ($E_P=0$) .

نقبل في حالة التذبذبات الصغيرة أن : $\cos\theta\approx1-\frac{\theta^2}{2}$ (θ بالراديان) ونأخذ $g=9,80m.s^{-2}$.

1 ـ المعادلة التفاضلية لحركة النواس

1 ـ 1 بين أن تعبير طاقة الوضع الثقالية E_p للساق AB يكتب على الشكل التالي : $E_p=m.g.\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$.

1 ـ 2 اكتب، في حالة التذبذبات الصغيرة، تعبير الطاقة الميكانيكية E_m للساق، عند لحظة t ، بدلالة m و ℓ و g و θ و $\frac{d\theta}{dt}$.

1 ـ 3 استنتج المعادلة التفاضلية للحركة التي يحققها الأفصول الزاوي θ في حالة التذبذبات الصغيرة.

2 ـ الدراسة الطاقية

نعطي للساق AB ، انطلاقا من موضع توازنها المستقر ، سرعة بدئية تمكنها من اكتساب طاقة ميكانيكية E_m . يعطي الشكل 3 مخطط تطور كل من طاقة الوضع الثقالية E_p والطاقة الميكانيكية E_p للساق AB في تجربتين مختلفتين حيث يتم إرسال العارضة انطلاقا من موضع توازنها المستقر في كل مرة بسرعة بدئية معينة فتكتسب بذلك طاقتين ميكانيكيتين مختلفتين:

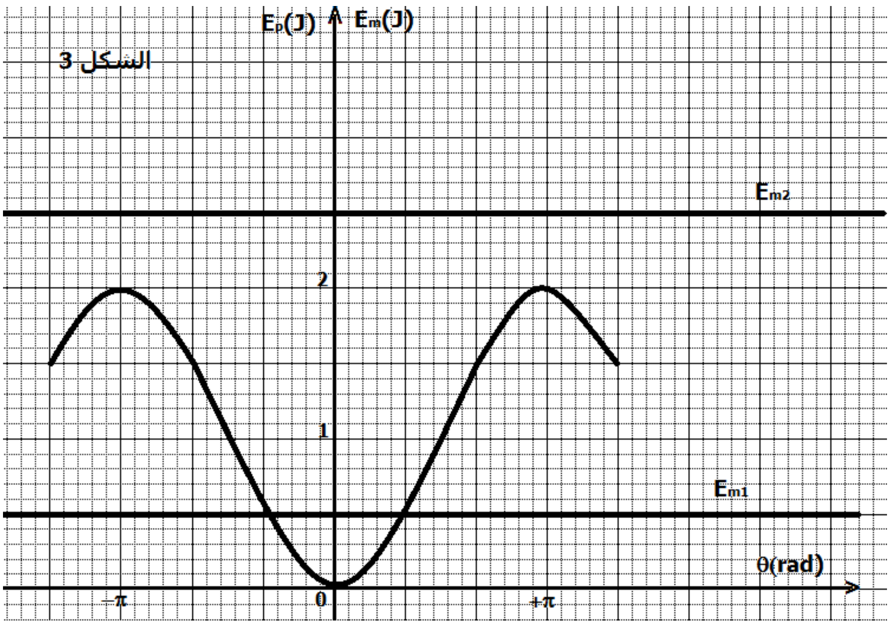
ـ في التجربة 1 : $E_m=E_{m1}$ ؛

- في التجربة 2 : $E_m = E_{m2}$.

2 ـ 1 اعتمادا على المبيان الشكل 3 حدد طبيعة حركة الساق AB خلال كل تجربة.

2 ـ 2 عين، مبيانيا، القيمة القصوى للأفصول الزاوي θ للنواس خلال التجربة 1 . استنتج الكتلة m للساق.

2-3- خلال التجربة 2 تتغير الطاقة الحركية للساق بين قيمة دنيا $E_C(min)$ وقيمة قصوى $E_C(max)$ أوجد قيمة كل من $E_C(min)$ و $E_C(max)$



التمرين7

نثبت في أحد طرفي قضيب طوله $\ell = 40cm$ جسما صلبا (A) كتلته $m = 10g$ بحيث يمكن اعتباره نقطة مادية.

يمكن للقضيب أن يدور في مستوى رأسي بدون احتكاك، حول محور · أفقي وثابت يمر من النقطة O .

نهمل كتلة القضيب بالنسبة لكتلة الجسم (A) فنحصل على نواس عزم قصوره بالنسبة للمحور (Δ) : $J_\Delta = m\ell^2$

1 ـ نزيح القضيب عن موضع توازنه الرأسي بزاوية m · ثم نطلقه بدون سرعة بدئية .

أ ـ بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك , أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي θ .

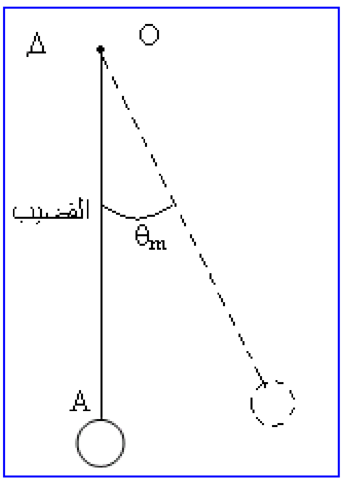
برهن على أن حركة الجسم (A) دائرية جيبية في حالة التذبذبات ذات الوسع الضعيف .

ب ـ يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

ـ انطلاقا من الشروط البدئية حدد φ .

ـ باستعمال المعادلة التفاضلية وحلها ، أوجد تعبير الدور الخاص T_0 لهذا النواس .

واحسب قيمة T_0 .



2 ـ نعتبر المجموعة {الجسم (A) ـ القضيب، الأرض}.

أ ـ برهن على أن الطاقة الحركية للمجموعة تساوي الطاقة الحركية للجسم (A).

ب ـ أعط تعبير هذه الطاقة بدلالة m, l والسرعة الزاوية $\dot{\theta}$ للقضيب .

ج ـ أوجد تعبر طاقة الوضع الثقالية للمجموعة بدلالة m و · او g .

· : زاوية انحراف القضيب مع وضعه الرأسي.

نختار كمرجع لطاقة الوضع المستوى الأفقي المار من (A) في حالة توازن القضيب.

د ـ عين تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة بدلالة m وا وg و$_m$ ・ .

3 ــ نعتبر من جديد القضيب في وضعه الرأسي (التوازن المستقر), نعطي

للجسم (A) سرعة بدئية أفقية $_A$ ・ منظمها 2m/s.

أ ـ بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد الزاوية القصوية لانحراف القضيب بالنسبة لوضعه الرأسي.

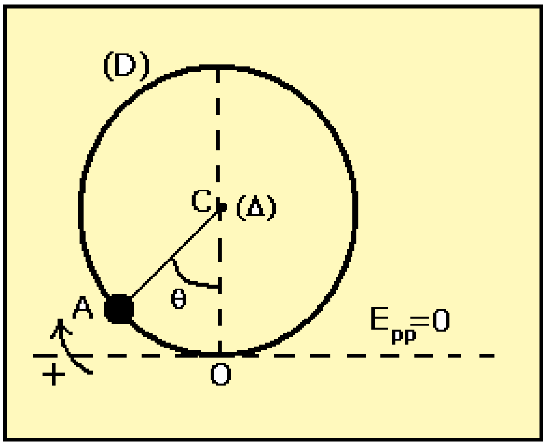
ـ ما السرعة الدنوية التي يجب اعطاؤها للجسم (A) لكي يصل القضيب إلى وضع توازنه غير المستقر .

ـ صف حركة المتذبذب إذا فاقت السرعة V_A قيمة هذه السرعة الدنوية . نعطي : $g=10m/s^2$

التمرين 8

نعتبر قرصا (D) متجانسا كتلته $M=0,4kg$

وشعاعه $R=0,1m$ ، قابلا للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) أفقي ومتعامد مع المستوى الرأسي للقرص والمار من مركزه C .عزم القصور للقرص بالنسبة لمحور الدوران (Δ) هو $J_\Delta=\frac{1}{2}MR^2$. نثبت في نقطة A من محيط القرص جسما صلب (B) أبعاده مهملة وكتلته $m=\frac{M}{4}$.



نعتبر المجموعة $\{S_1\}$ المتكونة من القرص (D) من الجسم (B) ، عزم قصورها بالنسبة للمحور (Δ) هو $J=J_\Delta+mR^2$.

1 ــ نُدير المجموعة $\{S_1\}$ انطلاقا من موضع توازنها المستقر بزاوية θ_1 جد صغيرة في المنحى الموجب ، ونحررها بدون سرعة بدئية في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ

في كل لحظة ، نمعلم موضع الجسم (B) بالزاوية θ التي يكونها CA مع الخط الرأسي المار من النقطة O . أنظر الشكل .

1 ــ 1 بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك ، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المجموعة $\{S_1\}$ تكتب على الشكل التالي :

$\ddot{\theta}+\frac{g}{3R}\theta=0$ حيث g شدة الثقالة .

1 ــ 2 هذه المعادلة التفاضلية تقبل حلا لها على الشكل التالي : $\theta(t)=\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

استنتج تعبير الدور الخاص T_0 واحسب قيمته . نعطي $g=10m/s^2$

1 ــ 3 أكتب المعادلة الزمنية لهذه الحركة بدلالة θ_1 و t .

2 ــ نعتبر المستوى الأفقي المار من O مرجعا لطاقة الوضع الثقالية لهذه المجموعة .

2 ــ 1 أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة $\{S_1\}$ بدلالة m,R,θ_1,g,T_0,t . نعطي $1-\cos\theta\simeq\frac{\theta^2}{2}$

2 ــ 2 بين أن تعبير الطاقة الحركية E_C للمجموعة $\{S_1\}$ يكتب على الشكل التالي : $E_C=\frac{3}{2}mv^2$ حيث v السرعة الخطية للجسم (B) في اللحظة t .

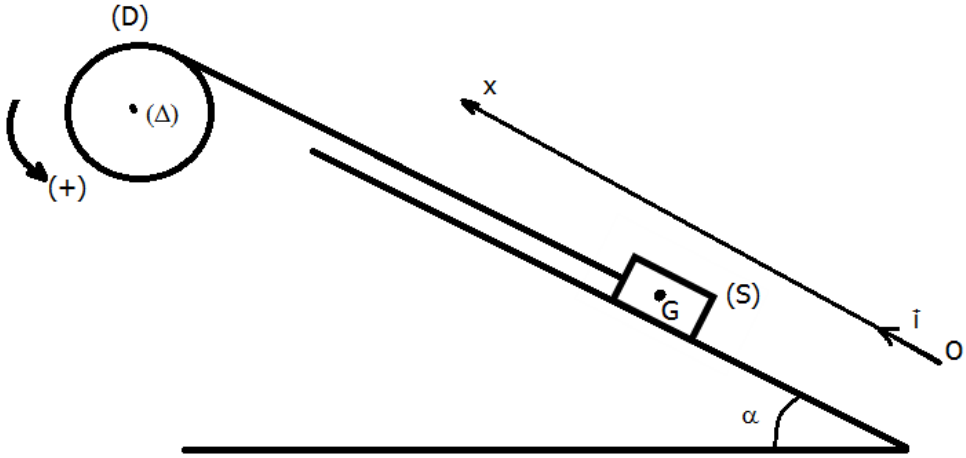
2 ــ 3 أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة $\{S_1\}$ بدلالة m,R,θ_1,g .

2 ــ 4 استنتج قيمة الزاوية θ_1 علما أن القيمة القصوية للطاقة الحركية E_C للمجموعة $\{S_1\}$ هي $E_{Cmax}=1,23.10^{-3}J$

التمرين 10 بكالوريا 2007 علوم تجريبية

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g = 10m/s^2$

I ـ نعتبر قرصا متجانسا (D) ، شعاعه $r = 10cm$ ، قابلا للدوران حول محور أفقي ثابت (Δ) منطبق مع محور تماثله . نلف حول القرص خيطا ، غير قابل الامتداد ، كتلته مهملة ولا ينزلق على القرص ، نثبت بطرفه الحر جسما صلبا (S) كتلته $m = 0,5kg$. الجسم (S) قابل الانزلاق على سطح مائل بالزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي (الشكل 1) ، نطبق ، بواسطة محرك ، على القرص (D) مزدوجة محركة عزمها $\mathcal{M}$ ثابت ، فينطلق مركز القصور G للجسم S بدون سرعة بدئية من الموضع O لينتقل وفق المحور $(O, \vec{i})$ بتسارع ثابت $a = 2m/s^2$.



الشكل 1

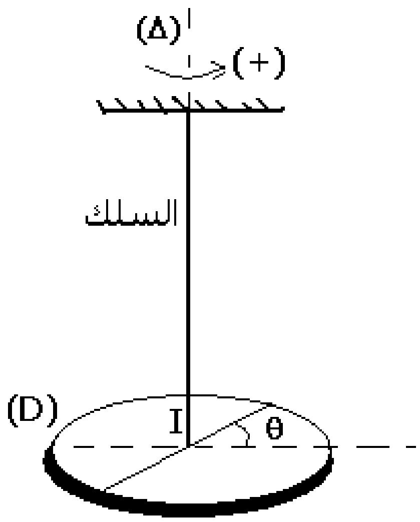
1 ـ 1 حدد طبيعة حركة كل من الجسم (S) والقرص (D) .

1 ـ 2 أكتب المعادلة x(t) لحركة G باتخاذ الموضع O أصلا للأفاصيل واللحظة التي تأخذ فيها سرعة (S) القيمة 1m/s أصلا للتواريخ .

1 ـ 3 أحسب عند اللحظة t=0,5s التسارع المماسي a_T والتسارع المنظمي a_N لنقطة من محيط القرص .

1 ـ 4 أوجد قيمة العزم $\mathcal{M}$ للمزدوجة المحركة .

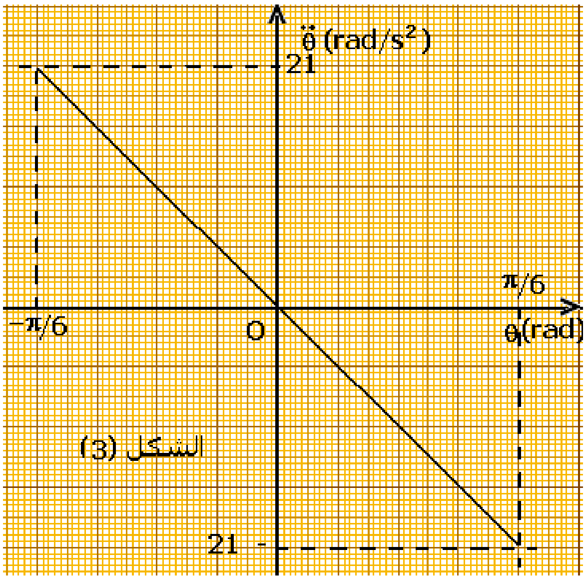
نأخذ $J_\Delta = 9 \times 10^{-3} kg.m^2$



الشكل (2)

II ـ نأخذ القرص (D) ونثبت في مركزه I سلك لي رأسي ، كتلته مهملة وثابتة ليه C فنحصل على متذبذب الشكل (2)

ندير القرص (D) بزاوية θ_m ، انطلاقا من موضع التوازن $(\theta = 0)$ حيث السلك غير ملتو ، ثم نحرر القرص بدون سرعة بدئية ، فينجز حركة تذبذبية حول محور رأسي (Δ') منطبق مع محور السلك . عزم قصور القرص بالنسبة للمحور (Δ') هو $J_{\Delta'} = 9.10^{-3} kg.m^2$. نعتبر موضع التوازن حالة مرجعية لطاقة الوضع اللي $(E_{pt} = 0)$ ،



1 ــ اعتمادا على الدراسة الطاقية ، أثبت المعادلة التفاضلية لحركة القرص (D) .

2 ــ يمثل منحنى الشكل (3) تغيرات التسارع الزاوي للقرص بدلالة الأفصول الزاوي θ . أوجد اعتمادا على المبيان ، قيمة كل من الوسع θ_m والدور الخاص T_0 لحركة المتذبذب واستنتج ثابتة اللي للسلك C .

3 ــ أحسب الطاقة الميكانيكية للمتذبذب . نأخذ $\pi^2 = 10$

التمرين 11 (بكالوريا 2009 العلوم الفيزيائية)

تستعمل المتذبذبات الميكانيكية في مجالات صناعية مختلفة وبعض الأجهزة الرياضية واللّعَب وغيرها . ومن بين هذه المتذبذبات الأرجوحة التي نعتبرها كنواس .

يتأرجح طفل بواسطة أرجوحة مكونة من عارضة يستعملها كمقعد ، معلقة بواسطة حبلين مشدودين إلى حامل ثابت .

ننمذج المجموعة { الطفل + الأرجوحة } بنواس بسيط يتكون من حبل ، غير مدود كتلته مهملة وطوله ℓ ، وجسم صلب (S) كتلته m .

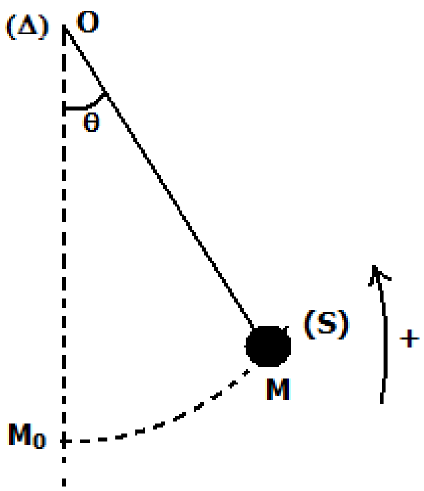
النواس قابل للدوران حول محور أفقي (Δ) ثابت ومتعامد مع المستوى الرأسي . عزم قصور النواس بالنسبة لمحور الدوران (Δ) هو : $J_\Delta = m\ell^2$.

المعطيات : شدة الثقالة $g = 9{,}8 m/s^2$ ، طول الحبل $\ell = 3m$ ؛ كتلة الجسم (S) : $m = 18kg$ ؛

نأخذ في حالة التذبذبات الصغيرة : $\sin\theta \simeq \theta(rad)$ و (rad) $\cos\theta \simeq 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$

نهمل أبعاد (S) بالنسبة لطول الحبل وجميع الاحتكاكات .

1 ــ الدراسة التحريكية :



نزيح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية $\theta_m = \dfrac{\pi}{20} rad$ في المنحى الموجب ونحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t = 0$.

نعلم موضع النواس عند اللحظة t بالأفصول الزاوي θ الذي يكوِّنه النواس مع الخط الرأسي المار من النقطة O حيث $\theta = (\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM})$ (أنظر الشكل)

1 ــ 1 بين ، بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك في حالة الدوران حول محور ثابت ، أن المعادلة التفاضلية لحركة النواس ، في معلم غاليلي مرتبط بالأرض ، تكتب على الشكل : $\ddot{\theta} + \dfrac{g}{\ell}\theta = 0$

1 ــ 2 أحسب الدور الخاص T_0 للنواس .

1 ــ 3 أكتب المعادلة الزمنية لحركة النواس .

1 ــ 4 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني ، أوجد تعبير الشدة T لتوتر الحبل عند اللحظة t بدلالة m و g و θ و ℓ و v السرعة الخطية . احسب قيمة T عند اللحظة $t = T_0/4$.

2 ــ الدراسة الطاقية

نزود ، عند اللحظة $t = 0$ ، النواس السابق الذي يوجد في حالة سكون في موضع توازنه المستقر بطاقة حركية قيمتها $E_C = 264{,}6J$ فيدور في المنحى الموجب .

2 ــ 1 نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة M_0 مرجعا لطاقة الوضع الثقالية (أنظر الشكل)

أكتب تعبير طاقة الوضع الثقالية E_p للنواس عند لحظة t بدلالة m و g و θ و ℓ .

2 ــ 2 باعتماد الدراسة الطاقية ، حدد القيمة القصوية θ_{max} للأفصول الزاوي .