9

المظاهر الطاقية

Aspects énergétiques

I – شغل قوة :

1 – شغل قوة ثابتة :

تعبير شغل قوة ثابتة $\vec{F}$ نقطة تأثيرها تنتقل من النقطة A إلى B هو : $\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{AB}}$

لا يتعلق شغل قوة ثابتة بالمسار الذي تسلكه نقطة تأثيره بل يتعلق بالموضع البدئي و النهائي.

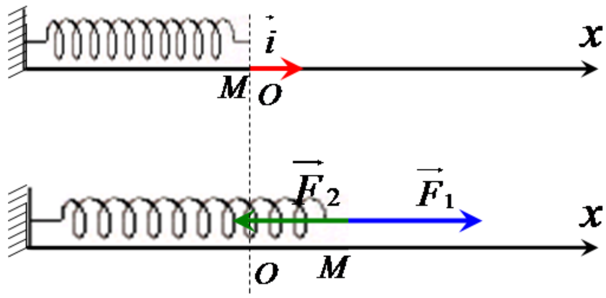
2 – الشغل الجزئي غير ثابتة :

تعبير الشغل الجزئي للقوة $\vec{F}$ خلال الانتقال الجزئي $\vec{\delta l}$ هو : $\boxed{\delta W(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{\delta l}}$

الشغل الكلي للقوة المتغيرة $\vec{F}$ هو مجموع الاشغال الجزئية : $\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \sum_A^B \delta W(\vec{F}) = \sum_A^B \vec{F}.\vec{\delta l}}$

3 – شغل القوة الخارجية المطبقة على طرف نابض :

نعتبر نابض في وضع أفقي حيث أحد طرفيه مرتبط بحامل ، نطبق قوة $\vec{F}_1$ عند الطرف الاخر فيطال النابض حيث $\vec{OM} = x\vec{i}$



و حسب قانون III لنيوتن لمبدأ التأثيرات المتبادلة فإن النابض يطبق معاكسة $\vec{F}_2$ و هي قوة الارتداد تسعى لإرجاع النابض إلى حالة توازنه حيث $\vec{F}_2 = -kx\vec{i}$ ومنه فإن : $\vec{F}_1 = kx\vec{i}$

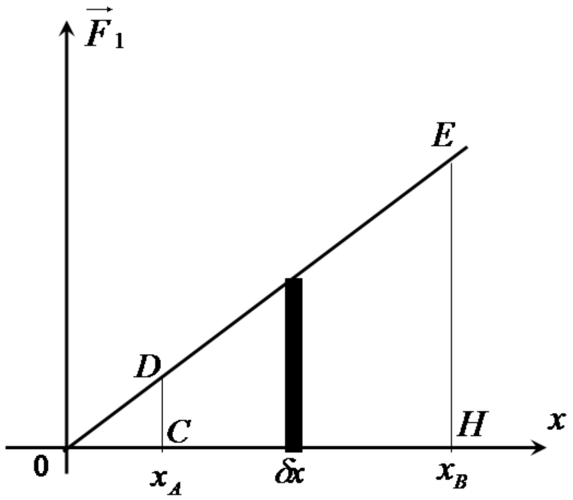
إذن القوة $\vec{F}_1$ قوة غير ثابتة تتعلق بالافصول إذن شغل القوة $\vec{F}_1$ عند انتقال النابض من الموضع A إلى B هي :

$$W_{A\to B}(\vec{F}_1) = \sum_A^B \delta W(\vec{F}_1) = \sum_A^B \vec{F}_1.\vec{\delta l}$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}_1) = \sum_A^B kx\vec{i}\delta x\vec{i} = \sum_A^B k.x.\delta x$$

إذن لتحديد هذا المجموع يمكن استعمال طريقتين :

- الطريقة المبيانية : طريقة المساحات



- يوافق الشغل الجزئي : $\delta(\vec{F}_1) = k.x\delta x_1$ مساحة المستطيل الجزئي الأسود.

- مجموع مساحات المستطيلات الجزئية يساوي مساحة شبه منحرف $CDEH$ و توافق هذه المساحة الشغل الكلي للقوة $\vec{F}_1$ المطبقة على النابض لجعله ينتقل من النقطة A إلى B.

$$W_{A\to B}(\vec{F}_1) = \frac{1}{2}k.x_B.x_B - \frac{1}{2}k.x_A.x_A$$

أو

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}_1) = \frac{1}{2}k.x_B^2 - \frac{1}{2}k.x_A^2}$$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية :

$$\Delta E_{C\,A\to B} = \sum W_{A\to B}(\vec{F}_{ext})$$

$$\frac{1}{2}m.v_B^2 - \frac{1}{2}m.v_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}_1) + W(\vec{F}_2)$$

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = W_{A\to B}(\vec{R}) = 0 \quad \text{و} \quad v_A = v_B = 0$$

$$W(\vec{F}_1) + W(\vec{F}_2) = 0$$

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}_1) = -W_{A\to B}(\vec{F}_2) = \frac{1}{2}k.x_B^2 - \frac{1}{2}k.x_A^2}$$

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}_1) = E_{Pe}(B) - E_{Pe}(A)}$$

II – الدراسة الطاقية للنواس المرن في وضع أفقي :

1 – طاقة الوضع المرنة :

طاقة الوضع المرنة للنواس المرن في وضع أفقي هي الطاقة التي يختزنها هذا النواس من جراء تشويه النابض و يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}k.x^2 + cte$$

k : صلابة النابض ب $N.m^{-1}$ و x : إطالته

عند اختيار الحالة المرجعية $E_{Pe} = 0$ عندما يكون النابض غير مشوه أي $x = 0$ فإن $cte = 0$

إذن :

$$\boxed{E_{Pe} = \frac{1}{2}k.x^2}$$

❖ **ملحوظة :**

- تتعلق الثابتة cte بالحالة المرجعية.
- تغير طاقة الوضع المرن لا يتعلق بالحالة المرجعية.

$$\boxed{\Delta E_{Pe} = E_{Pe}(B) - E_{Pe}(A) = \frac{1}{2}k.(x_B^2 - x_A^2)}$$

2 – الطاقة الميكانيكية :

الطاقة الميكانيكية لمجموعة هي : $E_m = E_C + E_P$

E_P : مجموع طاقة الوضع الثقالية و المرنة $E_P = E_{PP} + E_{Pe}$

باختيار طاقة الوضع مطابقة للمستوى الأفقي المار من G فإن $E_{PP} = 0$

و منه فإن : $E_P = E_{Pe} = \frac{1}{2}k.x^2 + cte$

باختيار $E_{Pe} = 0$ عند التوازن : $cte = 0$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}k.x^2}$$

عندما تكون الاحتكاكات مهملة فإن تتحقق : $E_m = cte$ أي $\frac{dE_m}{dt} = 0$

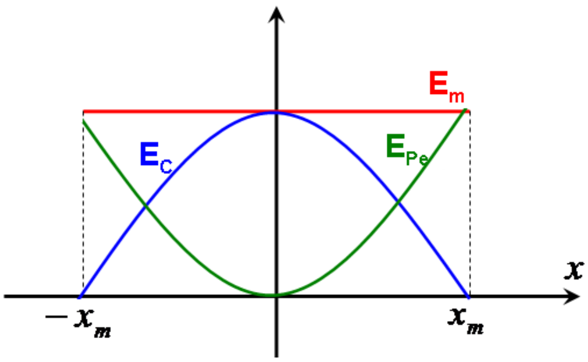
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} + k\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k.x^2\right) = 0$$

$$m.\dot{x}.\ddot{x} + kx.\dot{x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{x}(m.\ddot{x} + kx) = 0$$

المعادلة التفاضلية للحركة : $m.\ddot{x} + kx = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$

3 – مخطط الطاقة :

❖ **الطاقة بدلالة x :**



❖ **الطاقة بدلالة t :**

لدينا : $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}k.x^2 = \frac{1}{2}k.x_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

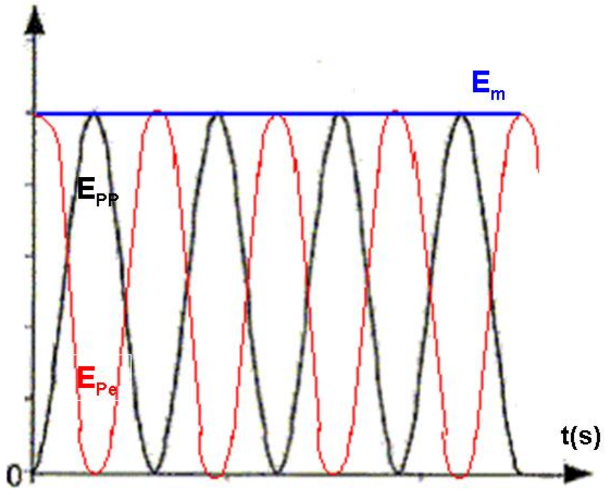
$$E_C = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 = \frac{1}{2} m\omega_0^2 . x_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} k . x_m^2 . \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} m\omega_0^2 . x_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

مع أن : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$E_m = \frac{1}{2} k . x_m^2 \underbrace{\left[\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)\right]}_{=1}$$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} k . x_m^2 = cte}$$



III – الدراسة الطاقية لنواس اللي :

1 – الطاقة الحركية للمجموعة :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} J_\Delta . \dot{\theta}^2}$$

2 – طاقة الوضع للي : يعبر عنها بالعلاقة التالية:

$$\boxed{E_{Pt} = \frac{1}{2} C\theta^2 + cte}$$

عندما نأخذ الحالة المرجعية $E_{Pt} = 0$ عند $\theta = 0$ فإن : $cte = 0$

$$\boxed{E_{Pt} = \frac{1}{2} C\theta^2}$$

3 – الطاقة الميكانيكية :

عندما نأخذ الحالة المرجعية $E_{Pt} = 0$ عند $\theta = 0$ فإن : $cte = 0$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} J_\Delta . \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C\theta^2}$$

عندما تكون الاحتكاكات مهملة تنحفظ الطاقة الميكانيكية : $E_m = cte$ أي $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} J_\Delta . \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C\theta^2\right) = 0$$

$$J_\Delta.\dot{\theta}\ddot{\theta}+C\theta\dot{\theta}=0$$

$$\dot{\theta}(J_\Delta.\ddot{\theta}+C\theta)=0$$

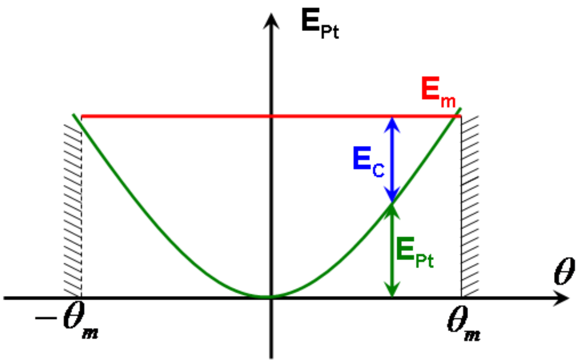
المعادلة التفاضلية لحركة نواس اللي :

$$\boxed{\ddot{\theta}+\frac{C}{J_\Delta}\theta=0}$$

إذن :

$$\boxed{E_m=\frac{1}{2}C\theta_m^2}$$

منحنى الطاقة عبارة عن شلجم :



❖ **ملحوظة :**

في وجود الاحتكاكات تتناقص الطاقة الميكانيكية

III – الدراسة الطاقية لنواس وازن :

1 – الطاقة الحركية للمجموعة :

$$\boxed{E_C=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2}$$

2 – طاقة الوضع للي : يعبر عنها بالعلاقة التالية:

$$\boxed{E_{PP}=mgz+cte}$$

عندما نأخذ الحالة المرجعية $E_{PP}=0$ عند $z=0$ فإن : $cte=0$

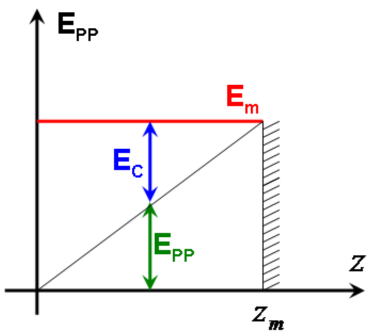
$$\boxed{E_{PP}=\frac{1}{2}C\theta^2}$$

3 – الطاقة الميكانيكية :

$$\boxed{E_m=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2+mgz}$$

في غياب الاحتكاكات الصلبة أو السائلة تنحفظ الطاقة الميكانيكية $E_m=cte$

❖ **مخطط الطاقة :** $E_{PP}=f(z)$

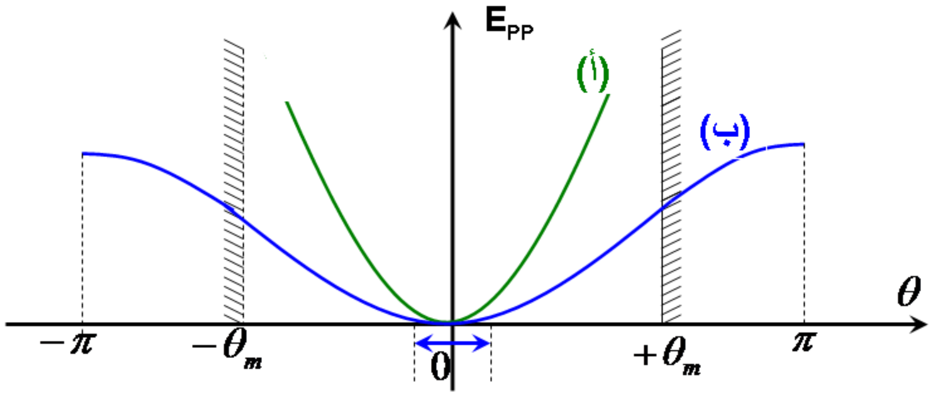


أثناء التذبذبات الحرة غير المخمدة : $\Delta E_C = -\Delta E_{PP}$

و لدينا $E_{PP} = \frac{1}{2} mgd(1-\cos\theta)$ مع $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E_{PP} = \frac{1}{2} mgd\theta^2$$

❖ ***مخطط الطاقة :*** $E_{PP} = f(\theta)$ و هو عبارة عن شلجم



(أ) : θ صغيرة

(ب) : θ غير صغيرة

المعجم العلمي

الشغل	Travail	طرف	Extrémité
كلي	Global	تحليلي	Analytique
مبياني	Graphique	مساحة	Aire
تكامل	Intégration	مطال	Allongé
مضغوط	Comprimé	انحفاظ	Conservation
طاقة الوضع المرنة	Energie potentielle élastiqu	تغير	Variation
اشتقاق	Dérivation	مخطط	Diagramme
طاقة الوضع للي	Energie potentielle de tors		