هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

7

حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

Mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un axe fixe

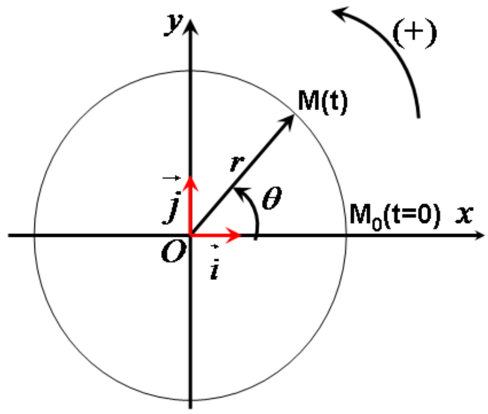
I – المقادير الحرية المميزة لحركة الدوران : (الأفصول الزاوي ، السرعة الزاوية ، التسارع الزاوي)

حركة الدوران : يكون جسم صلب غير قابل للتشويه في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) إذا كانت جميع نقطه في حركة دائرية ممركزة على هذا المحور باستثناء النقط المنتمية للمحور (Δ).

1 – الأفصول الزاوي : abscisse angulaire

الأفصول الزاوي لنقطة متحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) هو الزاوية الموجهة θ حيث :

$$\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$$



الأفصول المنحني :

$$s(t) = M_0M$$
$$s(t) = r.\theta(t)$$

2 – السرعة الزاوية

تساوي السرعة الزاوية لنقطة متحركة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت في كل لحظة المشتقة بالنسبة للزمن للأفصول الزاوي في هذه النقطة : $\dot{\theta} = \dfrac{d\theta}{dt}$

$$\dot{\theta} = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right) = \frac{d\theta}{dt} = R.\dot{\theta}$$

❖ العلاقة بين السرعة الخطية و السرعة الزاوية :

$$v = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{d}{dt}R\theta(t) = R.\frac{d\theta}{dt} = R.\dot{\theta}$$

$$\boxed{v = R.\dot{\theta}}$$

2 – التسارع الزاوي : accélération angulaire

يساوي التسارع الزاوي لنقطة متحركة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت في كل لحظة المشتقة بالنسبة للسرعة الزاوية في هذه النقطة.

$$\boxed{\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}}$$

❖ التسارع في أساس فريني :

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$$

a_τ : التسارع المماسي : $$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} r.\dot{\theta} = r\ddot{\theta}$$

a_n : التسارع المنظمي : $$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(r.\dot{\theta})^2}{r} = r.\dot{\theta}^2$$

II – العلاقة الأساسية للتحريك في حالة الدوران حول محور ثابت :

❖ نص العلاقة :

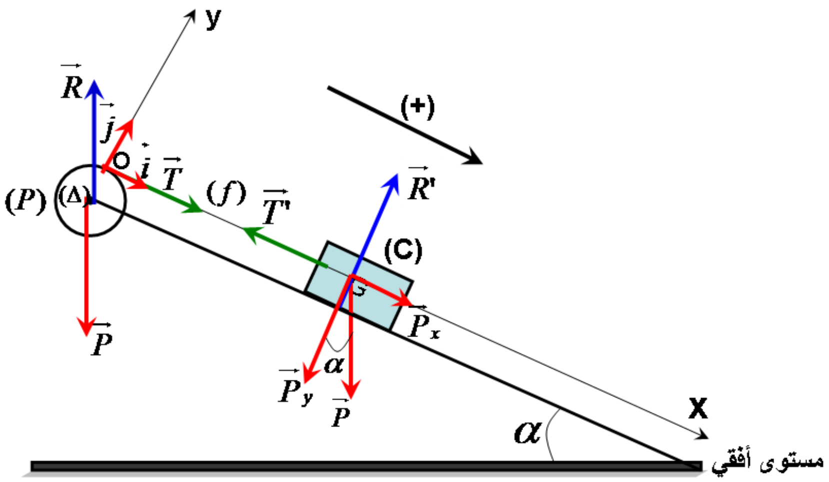
في معلم مرتبط بجسم مرجعي أرضي ، بالنسبة لمحور ثابت (Δ) يساوي مجموع عزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت في كل لحظة جداء عزم القصور J_Δ و التسارع الزاوي للجسم :

$$\boxed{\sum \mathrm{M}\left(\vec{F}_{ext}\right) = J_\Delta.\ddot{\theta}}$$

❖ تطبيق :

نعتبر مجموعة ميكانيكية (S) مكونة من :

- بكرة متجانسة (P) شعاعها r و كتلتها m_0 قابل للدوران حول محورها (Δ) الأفقي و الثابت.
- جسم صلب (C) كتلته m مستوى مائل بزاوية α .
- خيط (f) غير قابل للامتداد و كتلته مهملة و ملفوف حول مجرى بكرة و طرفه الأخر مشدود بالجسم (C) :



نحرر المجموعة فينزلق الجسم (C) نحو الأسفل.

➢ عبر عن تسارع المجموعة بدلالة g ، α ، m ، m_0 ؟

❖ دراسة حركة البكرة (P) :

- المجموعة المدروسة : (P) (البكرة)

جرد القوى المطبقة على البكرة

$\vec{P}$: وزن البكرة

$\vec{R}$: تأثير محور الودان (Δ)

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma :

$\vec{T}$: القوة المطبقة من طرف الخيط

بتطبيق العلاقة الاساسية للديناميك في حالة دوران : $\sum \mathrm{M}\left(\vec{F}_{ext}\right)=J_{\Delta}.\ddot{\theta}$

$$\mathrm{M}_{\Delta}(\vec{P})+\mathrm{M}_{\Delta}(\vec{R})+\mathrm{M}_{\Delta}(\vec{T})=J_{\Delta}.\ddot{\theta}$$

لأن خط تأثير القوتين يتطابق مع محور الدوران : $\mathrm{M}_{\Delta}(\vec{P})=\mathrm{M}_{\Delta}(\vec{R})=0$

$$\mathrm{M}_{\Delta}(\vec{T})=T.r$$

$$T=\frac{J_{\Delta}\ddot{\theta}}{r}$$

❖ ***دراسة حركة الجسم (C) :***

- المجموعة المدروسة : $\{(C)$ الجسم$\}$

جرد القوى المطبقة على الجسم (C) :

$\vec{P}'$: وزن الجسم (C)

$\vec{R}'$: تأثير السطح المائل

$\vec{T}'$: القوة المطبقة من طرف الخيط

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \mathrm{M}\left(\vec{F}_{ext}\right)=m.\vec{a}_G$

$$\vec{P}'+\vec{R}'+\vec{T}'=m\vec{a}$$

نسقط العلاقة المتجهة على محاور المعلم : $\Re(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

وفق المحور $(O,\vec{j})$: $\vec{P}'_y+\vec{R}'_y+\vec{T}'_y=m\vec{a}_y$

مع $R=R_y$ و $P_y=P.\cos\alpha=mg\cos\alpha$

$$-P_y+R_y+0=0$$

$$\boxed{R=P_y=mg\cos\alpha}$$

وفق المحور $(O,\vec{i})$: $\vec{P}'_x+\vec{R}'_x+\vec{T}'_x=m\vec{a}_x$

مع $P_x=mg\sin\alpha$

$$P_x+O-T'=ma$$

$$\boxed{T'=m(g\sin\alpha-a)}$$

بما أن الخيط غير قابل للامتداد فإن : $T=T'$

$$mg\sin\alpha-ma=\frac{J_{\Delta}}{r}$$

بما أن الخيط لا ينزلق على مجرى البكرة فإن : $a=r.\ddot{\theta}\quad\Leftrightarrow\quad\ddot{\theta}=\frac{a}{r}$

بما أن : $J_{\Delta}=\frac{1}{2}m_0r^2$ فإن :

$$mg\sin\alpha-ma=\frac{m_0r^2.a}{2.r^2}$$

$$mg\sin\alpha=\frac{m_0}{2}a+ma$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

$$a\left(\frac{m_2}{2}+m\right)=mg.\sin\alpha$$

$$a\left(\frac{1}{2}\frac{m_0}{m}+1\right)=g.\sin\alpha$$

$$a=\frac{g\sin\alpha}{\left(\frac{m_0}{2m}+1\right)}=cte$$

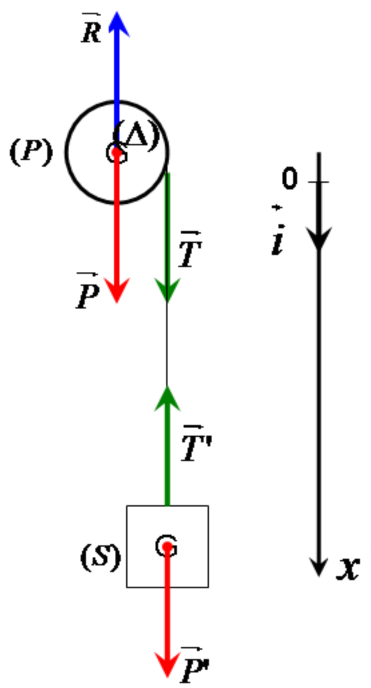
إذن حركة (C) مستقيمية متغيرة بإنتظام

❖ ***تطبيق :***

نعتبر بكرة (P) متباطئة كتلتها $m_C=2kg$ شعاعها $r=10cm$ قابلة للدوران حول ثابت أفقي (Δ) يمر من مركزها.

و نعلق في طرف الخيط غير القابل للامتداد و ملفوف حول البكرة جسما صلبا (S) كتلته $m_S=1kg$ نحرر المجموعة بدون سرعة بدئية

القيمة المطلقة لعزم المزدوجة المقاومة الناتجة عن الاحتكاك و المطبق على محور الأسطوانة : $M_C=0{,}38N$



1 – أوجد تعبير التسارع الزاوي للأسطوانة بدلالة M_C و r و J_Δ و T_0 ؟

2 – حدد طبيعة حركة الجسم (S) ؟

3 – أحسب قيمة تسارع الجسم (S) ثم استنتج التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ ل (P) ؟

1 - المجموعة المدروسة : $((P)$ *البكرة*$)$

جرد القوى المطبقة على البكرة

$\vec{P}$ **: وزن البكرة**

$\vec{R}$ **: تأثير محور الدوران (Δ)**

$\vec{T}$**: القوة المطبقة من طرف الخيط**

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

M_C : عزم مزدوجة الاحتكاك .

بتطبيق العلاقة الاساسية للديناميك في حالة دوران :

$$\sum \mathrm{M}\left(\vec{F}_{ext}\right) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$\mathrm{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathrm{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathrm{M}_\Delta(\vec{T}) + \mathrm{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

لأن خط تأثير القوتين يتطابق مع محور الدوران :

$$\mathrm{M}_\Delta(\vec{P}) = \mathrm{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$$

$$\mathrm{M}_\Delta(\vec{T}) = T.r$$

و باعتبار المنحى الموجب للدوران :

$$T.r - \mathrm{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$\boxed{\ddot{\theta} = \frac{T.r - \mathrm{M}_\Delta}{J_\Delta}} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{T = \frac{J_\Delta\ddot{\theta} + \mathrm{M}_\Delta}{r}}$$

2 ـ المجموعة المدروسة : {الجسم (S)}

جرد القوى المطبقة على الجسم (S) :

$\vec{P}'$: وزن الجسم (S)

$\vec{T}'$: القوة المطبقة من طرف الخيط

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \mathrm{M}\left(\vec{F}_{ext}\right) = m.\vec{a}_G$$

$$\vec{P}' + \vec{T}' = m\vec{a}$$

نسقط العلاقة المتجهة على محور المعلم : $(O,\vec{i})$:

$$P' - T' = m_S a$$

$$m_S g - T' = m_S a \quad \Rightarrow \quad \boxed{T' = m_S g - m_S a}$$

بما أن الخيط غير قابل للامتداد فإن :

$$m_S g - m_S a = \frac{J_\Delta.\ddot{\theta}}{r} + \frac{\mathrm{M}_\Delta}{r}$$

بما أن الخيط لا ينزلق على البكرة فإن :

$$a = r.\ddot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\theta} = \frac{a}{r}$$

$$m_S g - m_S a = \frac{J_\Delta.a}{r^2} + \frac{\mathrm{M}_\Delta}{r}$$

و نعلم أن :

$$J_\Delta = \frac{1}{2} m_C.r^2$$

$$m_S g - m_S a = \frac{m_C.r^2}{2r^2} a + \frac{\mathrm{M}_\Delta}{r}$$

$$a\left(m_S + \frac{m_C}{2}\right) = m_S g - \frac{\mathrm{M}_C}{r}$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

$$\boxed{a = \frac{m_S g - \frac{M_C}{r}}{m_S + \frac{m_C}{2}}}$$

$$a = \frac{1.9,8 - \frac{0,38}{0,1}}{1 + \frac{2}{2}} = 3m.s^{-2}$$

بما أن $a = cte$ فإن طبيعة الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام (متسارعة)

3 – التسارع الزاوي :

$$\boxed{\ddot{\theta} = \frac{a}{r} = \frac{3}{0,1} = 30rad.s^{-2}}$$

المعجم العلمي

قرص	**Disque**	نابض	**Ressort**
مفجر	**Eclateur**	دوران	**Rotation**
أفصول	**Abscisse**	زاوي	**Angulaire**
تسارع	**Accélération**	مشتقة	**Dérivé**
عزم	**Moment**	مركبة	**Composante**
قصور	**Inertie**	العلاقة الاساسية	**Relation fondamentale**
حلقة	**Couronne**	ساق	**Tige**
أسطوانة	**Cylindre**	بكرة	**Poulie**

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma