

حركة الكواكب و الأقمار الاصطناعية

I. الحركة الدائرية المنتظمة

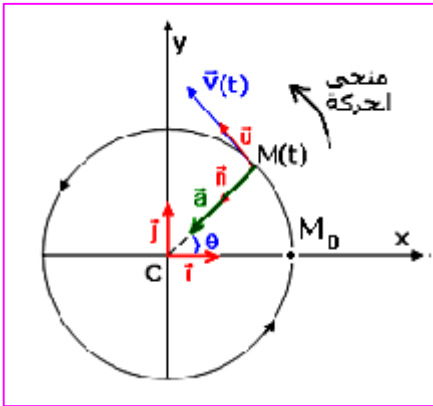
تعريف

تعتبر حركة نقطة دائرية و منتظمة إذا كان:

- مسارها دائريا،
- و قيمة سرعتها اللحظية ثابتة.

المعلمة

يمكن معلمة نقطة في حركة دائرية بثلاث طرق:



الإحداثيات الديكارتية	بحيث: $\vec{CM} = x\vec{i} + y\vec{j}$
الأفصول المنحني	القوس: $s = \widehat{M_0M}$
الأفصول الزاوي	الزاوية: $\theta = (\vec{CM_0}, \vec{CM})$

$$\begin{cases} x = r \cos \\ y = r \sin \\ s = r \text{ rad} \end{cases}$$

العلاقات التي تربط بينها هي:

السرعة

$v = \frac{ds}{dt}$	السرعة الخطية
$\omega = \frac{d}{dt}$	السرعة الزاوية
$v = r\omega$	العلاقة بينهما

$$\vec{v} = v \cdot \vec{u}$$

تعبير متجهة السرعة اللحظية في معلم فريني هو: وهي ليست ثابتة لأن اتجاهها يتغير.

التسارع

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \cdot \vec{n} = r \cdot \omega^2 \cdot \vec{n}$$

تعبير متجهة التسارع في معلم فريني هو:

في حركة دائرية و منتظمة شعاعها r و سرعتها v متجهة التسارع انجذابية مركزية في كل لحظة، و قيمتها: $a = \frac{v^2}{r}$

خاصية

الدور

الحركة الدائرية و المنتظمة ظاهرة دورية و دورها يساوي مدة دورة واحدة، و تعبيره هو:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

خاصية

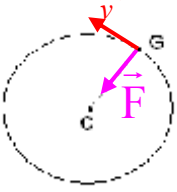
• مجموع القوى

حسب القانون الثاني لنيوتن مجموع متجهات القوى المطبقة على جسم صلب، كتلته m و مركز قصوره G في حركة دائرية و منتظمة، يحقق العلاقة التالية:

$$\Sigma \vec{F} = m \frac{v^2}{r} \cdot \vec{n}$$

لكي تكون حركة مركز القصور G لجسم صلب، كتلته m ، دائرية و منتظمة شعاعها r و سرعتها v ، يلزم أن تكون القوة \vec{F} المكافئة لمجموع القوى المطبقة على هذا الجسم:

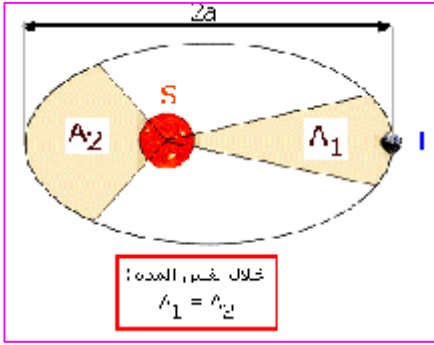
- منظمة (أي اتجاهها هو حامل الشعاع (CG)).
- انجاذبية مركزية (أي متجهة نحو المركز).
- شدتها: $F = m \frac{v^2}{r}$ لا تتعلق إلا بالشعاع (m و v ثابتان).



II. حركة الكواكب حول الشمس

• قوانين كبلر (Kepler)

بدراسة مواضع الكواكب حول الشمس وبعد ملاحظات وحسابات طويلة توصل عالم الفلك و الرياضيات الألماني كبلر للقوانين الثلاثة التالية:



القانون الأول	في المرجع المركزي الشمسي مسار مركز قصور كوكب إهليلج يشكل مركز الشمس إحدى بؤرتيه.
القانون الثاني	تكسح القطعة الرابطة بين مركز الشمس و مركز كوكب مساحات متقايسة خلال مدد متساوية. (الشكل جانبه)
القانون الثالث	يتناسب مربع الدور المداري لكوكب مع مكعب نصف طول المحور الكبير لمداره الإهليلجي: $T^2 = ka^3$

• قانون نيوتن للتجاذب الكوني

قوة التجاذب بين جسمين تتناسب اطرادا مع جداء كتلتيهما و عكسيا مع مربع المسافة الفاصلة بين مركزيهما:

$$\vec{F}_{A/B} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{AB^2} \cdot \vec{u}_{AB}$$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ S.I. ثابتة تسمى ثابتة التجاذب الكوني و قيمتها:

• مميزات حركة كوكب حول الشمس

في هذه الدراسة نفترض أن مسار كوكب حول الشمس دائري و ندرس حركته في المرجع المركزي الشمسي.

أ- التسارع:

يخضع كوكب لقوة التجاذب الكوني المطبقة عليه من طرف الشمس و تعبيرها:

$$\vec{F} = -G \frac{m \cdot M_S}{r^2} \cdot \vec{u}_{SP}$$

$$\vec{F} = G \frac{m \cdot M_S}{r^2} \cdot \vec{n}$$

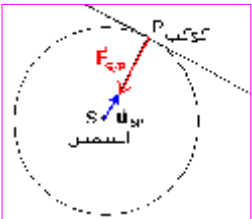
في معلم فريني :

m كتلة الكوكب و M_S كتلة الشمس.

$$\vec{a} = G \frac{M_S}{r^2} \cdot \vec{n}$$

و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب نستنتج تسارعه:

متجهة التسارع مركزية انجاذبية ما يعني أن حركة الكوكب دائرية منتظمة في المعلم المركزي الشمسي.



$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}}$$

$$\leftarrow a = \frac{v^2}{r}$$

ب- السرعة:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_s}}$$

$$\leftarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

ت- الدور المداري:

$$T^2 = k \cdot r^3 \leftarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G \cdot M_s}$$

ملحوظة



و بذلك يتحقق القانون الثالث لكبلر.

III. حركة الأقمار الاصطناعية حول الأرض

في هذه الدراسة نفترض أن مسار قمر اصطناعي حول الأرض دائري و ندرس حركته في المرجع المركزي الأرضي.

• مميزات الحركة

يخضع القمر لقوة التجاذب الكوني المطبقة عليه من طرف الأرض و تعبيرها: $\vec{F} = -G \frac{m \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{u}_{TS}$

في معلم فريني: $\vec{F} = G \frac{m \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{n}$

m كتلة القمر و M_T كتلة الأرض.

و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر نستنتج تسارعه:

$$\vec{a} = G \frac{M_T}{r^2} \cdot \vec{n}$$

حركة القمر دائرية منتظمة في المعلم المركزي الأرضي.

التسارع

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R + h}}$$

\leftarrow

$$r = R + h$$

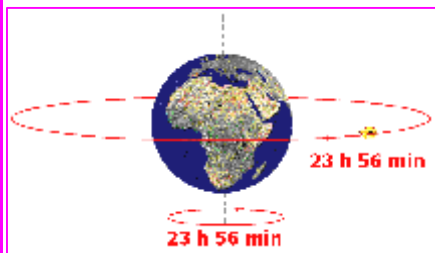
حيث R شعاع الأرض و h ارتفاع القمر عن سطح الأرض.

السرعة

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R + h)^3}{G \cdot M_T}}$$

الدور

• الأقمار الساكنة



لقمر اصطناعي ساكن موضع قار بالنسبة لمعلم أرضي: يبقى باستمرار على نفس الخط العمودي لنفس النقطة من سطح الأرض.

تعريف

✓ ينبغي أن يقع مداره في مستوى خط الاستواء،
✓ أن يدور في نفس منحى دوران الأرض حول محورها القطبي،
✓ أن يكون دوره المداري مساويا لدور حركة الدوران للأرض حول محورها القطبي و الذي يساوي:

$$T = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s} = 86 \text{ } 164 \text{ s}$$

شروط السكون

الارتفاع

$$h = \left(\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$h \approx 36 \text{ } 000 \text{ km}$$