

5 صفحات

مادة الـ فـ يـ زيـاء

الأستاذ أيوب مرضى

الجزء الرابع: الميكانيك

مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية

مدة الإنجاز (درس+تمارين): 4 س + 2 س

شعبة: العلوم الفيزيائية

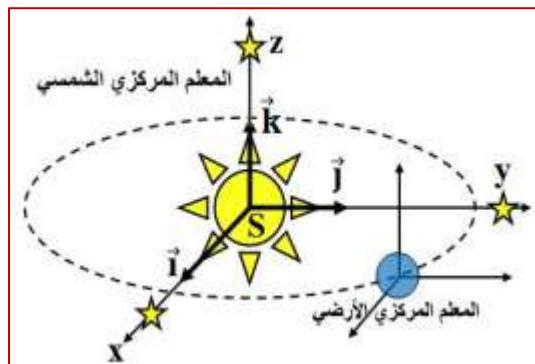
الأقمار الصناعية والكواكب

Satellites artificiels et planètes

الدرس الثالث عشر

I. القوانين الثلاثة لكيبلر (KEPLER).

1. المرجع المركزي الشمسي:



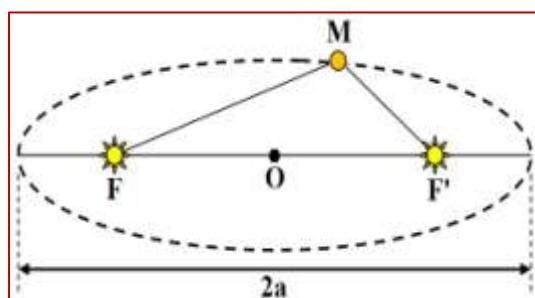
المرجع المركزي الشمسي يتكون من مركز الشمس و ثلاثة محاور متعامدة و موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة خلال الزمن ، و يستعمل لدراسة حركة الكواكب و المذنبات حول الشمس و يعتبر مرجعا غاليليا.

2. المرجع المركزي الأرضي:

المرجع المركزي الأرضي يتكون من مركز الأرض و ثلاثة محاور متعامدة و موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة خلال الزمن ، و يستعمل لدراسة حركة الأجسام التي تدور حول الأرض كالأقمار الصناعية.

3. قوانين كيبلر الثلاث:

أ. القانون الأول لكيبلر (قانون المدارات الإهليجية):



نص القانون

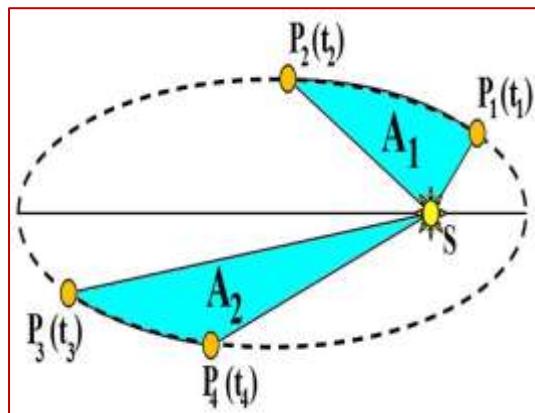
مسار مركز قصور كوكب في المرجع المركزي الشمسي، عبارة عن إهليج يشكل مركز الشمس إحدى بورتيه.

الإهليج هو منحنى مستو حيث: $MF+MF'=2a$ ، مع F و F' بورتي الإهليج و a هو نصف طول المحور الكبير للإهليج.

ملاحظة:

■ الدائرة هي حالة للإهليج، بحيث تكون البورتان متطابقتين و يساوي نصف طول المحور الكبير شعاع الدائرة.

ب. القانون الثاني لكيبلر (قانون المساحات):



نص القانون

تتسق القطعة $[SP_i]$ التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متناسبة في مدد زمنية متساوية، معنى أن في نفس المدة الزمنية Δt المساحات A_1 و A_2 متساويتين. أي $A_1 = A_2$

يترجم هذا القانون أن الكوكب يدور حول الشمس بسرعة غير ثابتة كلما اقترب الكوكب من الشمس، كلما زادت سرعته و العكس صحيح.

ملاحظة:

- إذا كان المسار دائريا فإن المساحات المكسوحة و المسافات المقطوعة متناسبة خلال نفس المدة الزمنية، إذن يمكن أن نستنتج أن سرعة الكوكب حول الشمس ثابتة.

ج. القانون الثالث لكييلر (قانون الأدوار المدارية):

نص القانون

- $T^2 = k \cdot a^3$ يتناسب مربع الدور المداري اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليج بحيث:
 - مع T الدور المداري و هو المدة الزمنية التي يستغرقها الكوكب لإنجاز دورة كاملة حول الشمس.
 - و k ثابتة لا تتعلق بالكوكب، بل تتعلق بالجسم الذي تتم حوله الحركة (الشمس).

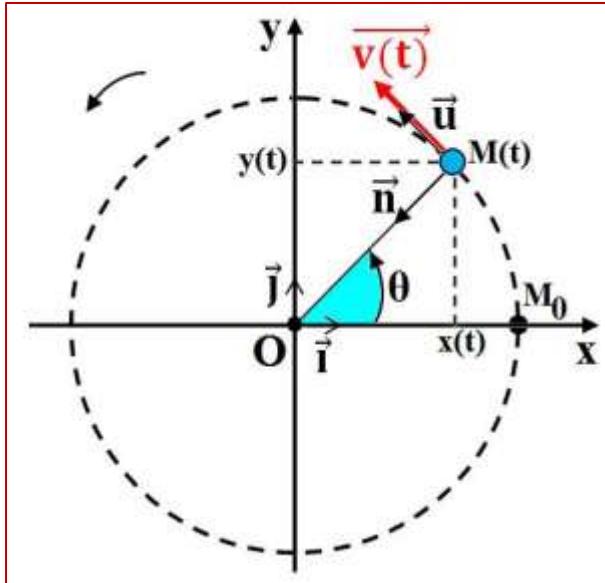
ملاحظات:

- إذا كان المسار دائريا فإن القانون الثالث لكييلر يكتب على الشكل التالي : $T^2 = k \cdot r^3$ حيث r شعاع المسار الدائري بالمتر.

- تطبق قوانين كييلر على الأقمار الطبيعية و الاصطناعية التي تدور حول كوكب ما، في هذه الحالة يشكل مركز الكوكب إحدى بؤرتى الإهليج.

II. الحركة الدائرية المنتظمة.

سنقتصر في دراسة حركة الأقمار و الكواكب في حالة واحدة حيث يكون المدار دائريا، بمعنى أننا سنطبق القوانين الثلاث لكييلر في الحالة الخاصة التي يكون فيها المسار دائريا، ومنه يمكن أن نستنتج أن حركة الجسم (كوكب – قمر طبيعي...) ستكون **حركة دائرية منتظمة**، وأن قانون الأدوار سيكتب كما يلي $T^2 = k \cdot r^3$ حيث r شعاع المدار الدائري.



1. خصائص الحركة الدائرية المنتظمة:

أ. تعريف:

تعتبر حركة نقطة من جسم، حركة دائرية منتظمة، إذا كان **مسارها دائريا** و أن **قيمة سرعتها اللحظية** ثابتة.

ب. معلومة الموضع:

- نعلم النقطة M عند اللحظة t في معلم ديكارتى $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$ بمتوجهة الموضع: $\vec{OM} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$
- نسمى الأوصول الزاوي الزاوية المحصورة بين \vec{OM}_0 و $\vec{OM}(t)$ و نرمز لها بالرمز θ ذات الوحدة (rad) و نكتب:

$$\theta = \widehat{(\vec{OM}_0, \vec{OM}(t))}$$

نسمى الأوصول المنحني القوس : $s = \widehat{M_0M}(t)$

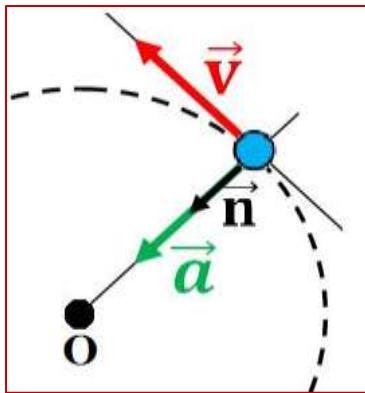
- العلاقة التي تجمع الأوصول الزاوي θ بالأوصول المنحني s تكتب كما يلي: $s = r \cdot \theta$ حيث r شعاع المدار الدائري.

ج. متوجهة السرعة:

- نعرف السرعة الزاوية بأنها المشتقة الأولى للأوصول الزاوي بالنسبة للزمن، بحيث:
- متوجهة السرعة اللحظية مماسية للمسار الدائري حيث منحها هو منحى الحركة، و تعرف بالعلاقة التالية:

$$\vec{v} = r \cdot \omega \vec{u}$$

حيث θ بالراديان (rad) و ω بالراديان على الثانية (rad/s) و r بالمتر (m).



د. متوجه التسارع:

تكتب متوجه التسارع في أساس فريني كما يلي:

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} = \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_n = \mathbf{a}_T \cdot \mathbf{u} + \mathbf{a}_n \cdot \mathbf{n}$$

$$\mathbf{a}_n = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0$$

$$\text{أي أن } \mathbf{a} = \mathbf{a}_n = \mathbf{a}_n \cdot \mathbf{n} = \frac{v^2}{r} \cdot \mathbf{n}$$

$$\mathbf{a} = r \cdot \omega^2 \mathbf{n}$$

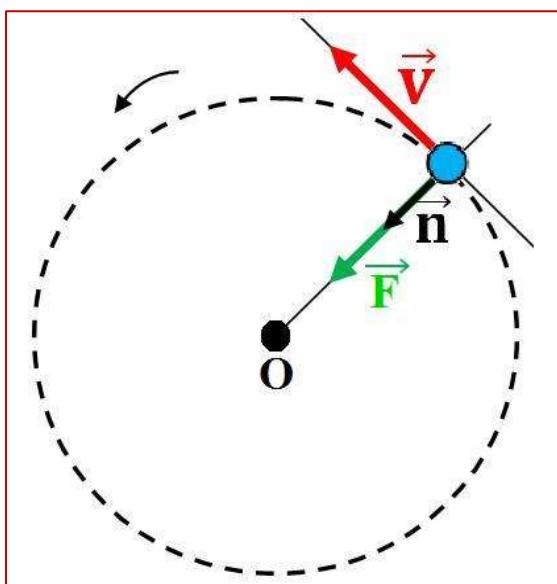
نجد أن:

ما سبق نخلص إلى أن **متوجه التسارع مركبة إنجذابية**.

هـ. دور الحركة:

الحركة الدائرية المنتظمة ظاهرة دورية ودورها يساوي مدة دورة واحدة بحيث:

2. شروط الحركة الدائرية المنتظمة:



حسب القانون الثاني لنيوتن، مجموع القوى المطبقة على جسم صلب كتلته m ومركز قصوره G في حركة دائرية منتظمة يحقق

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = m \cdot \frac{v^2}{r} \mathbf{n}$$

لكي تكون حركة مركز القصور G لجسم صلب كتلته m دائرية منتظمة شعاعها r وسرعتها v يلزم أن تكون القوة \mathbf{F} المكافئة لمجموع القوى المطبقة على هذا الجسم:

ـ إنجذابية مركبة أي منحها نحو مركز الدوران.

ـ شدتها تحقق العلاقة $F = m \cdot \frac{v^2}{r}$ لا تتعلق إلا بالشعاع.

III. دراسة الحركة المدارية للكواكب.

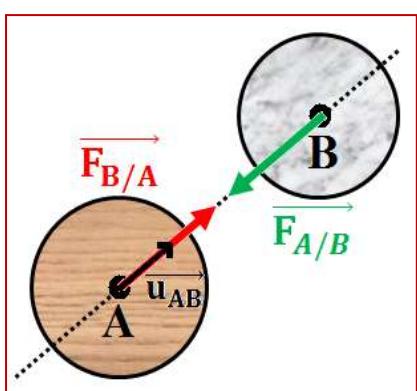
تم هذه الدراسة في المرجع المركزي الشمسي باعتباره غاليليا، ويفترض ثابتنا لتحقق من كون حركة الكوكب حول الشمس دائرية منتظمة ولنحدد مميزات هذه الحركة.

1. قانون نيوتن للتجاذب الكوني:

يحدث بين جسمين (A) و (B) لهما تماثل كروي كتلتها m_A و m_B وتفصل بينهما المسافة $r = \mathbf{AB}$ ، تجاذب كوني قوته $\mathbf{F}_{B/A}$ و $\mathbf{F}_{A/B}$ بحيث:

$$\mathbf{F}_{A/B} = -\mathbf{F}_{B/A} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2} \cdot \mathbf{u}_{AB}$$

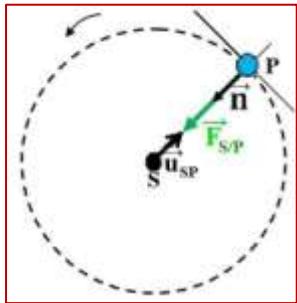
مع G ثابتة التجاذب الكوني (ثابتة كافيندش) قيمتها $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (SI)}$.



2. دراسة حركة كوكب P بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

نعتبر كوكبا كتلته M_P و مركزه P الذي يتطابق مع مركز قصوره، في حركة حول الشمس ذات الكتلة M_S والمركز S.

يخضع الجسمان إلى تأثير بياني تجاذبي بحيث نطبق القانون الثاني على الكوكب فنجد:



$$\vec{a}_P = -\frac{M_S}{r^2} \cdot \vec{u}_{SP} \quad \text{ومنه فإن: } \vec{F}_{S/P} = -G \cdot \frac{M_P \cdot M_S}{r^2} \cdot \vec{u}_{SP} = M_P \cdot \vec{a}_P$$

$$\vec{a}_P = G \cdot \frac{M_S}{r^2} \cdot \vec{n} \quad \text{و بما أن: } -\vec{u}_{SP} \text{ فإنه: } \vec{n} = -\vec{u}_{SP}$$

إذن التسارع مركزي انجذابي أي أن القوة $\vec{F}_{S/P}$ مركبة انجذابية وبالتالي يتحقق الشرط الأول للحصول على حركة

$$\vec{a}_P = \vec{a}_n = G \cdot \frac{M_S}{r^2} \cdot \vec{n} = \frac{v^2}{r} \cdot \vec{n}$$

و هذا معناه أن شدة القوة $\vec{F}_{S/P}$ ثابتة تساوي: $F_{S/P} = M_P \cdot \frac{v^2}{r}$ وبالتالي يتحقق الشرط الثاني للحصول على حركة دائرية منتظمة.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}} \quad \text{◆ سرعتها هي: } G \cdot \frac{M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

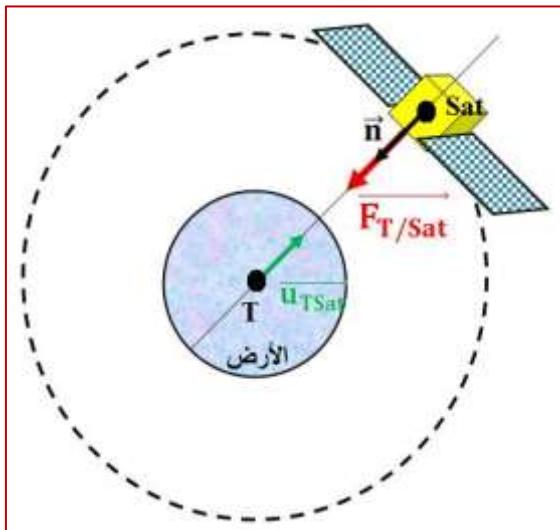
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_S}} \quad \text{◆ دورها هو: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot r}{v} \text{ بتعبييرها فجده:}$$

$$\text{و لدينا: } T^2 = k \cdot r^3 \quad \text{و هنا يترجم القانون الثالث لکیبلر: } k = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S} \cdot r^3$$

IV. الحركة المدارية للأقمار الاصطناعية للأرض.

1. مميزات الحركة المدارية للأقمار:

في هذه الدراسة نفترض أن مسار قمر اصطناعي حول الأرض دائرى وندرس حركته في المرجع المركزي الأرضي.



أ. التسارع:

يُخضع القمر الاصطناعي (Sat) لقوة التجاذب الكوني المطبقة عليه من طرف الأرض وتعبييرها: $\vec{F}_{T/Sat} = -G \cdot \frac{m \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{u}_{TSat}$

حيث $r = R + h$ مع R شعاع الأرض و h ارتفاع القمر عن سطح الأرض. وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني: $\vec{a} = G \cdot \frac{M_T}{(R+h)^2} \cdot \vec{n}$ إذن: $\vec{a} = G \cdot \frac{M_T}{(R+h)^2} \cdot \vec{n}$ انجذابية مركبة و منظمها يحقق العلاقة: $F_{T/Sat} = m \cdot \frac{v^2}{r}$ و منه **حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة**.

ب. السرعة:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R+h)}} \quad \text{إذن: } G \cdot \frac{M_T}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{(R+h)}$$

ج. الدور المداري:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(R+h)^3}{G \cdot M_T}} \quad \text{دور المداري لحركة القمر الاصطناعي هو: } T = \frac{2\pi \cdot (R+h)}{v}$$

ملاحظات:

- ل تتعلق v و T بكتلة القمر الاصطناعي بل فقط بارتفاعه على سطح الأرض.
- الاستقرار: هو وضع قمرا اصطناعي حول الأرض، ويتم ذلك بـ تحديد الارتفاع الذي سيكون عليه بالنسبة لسطح

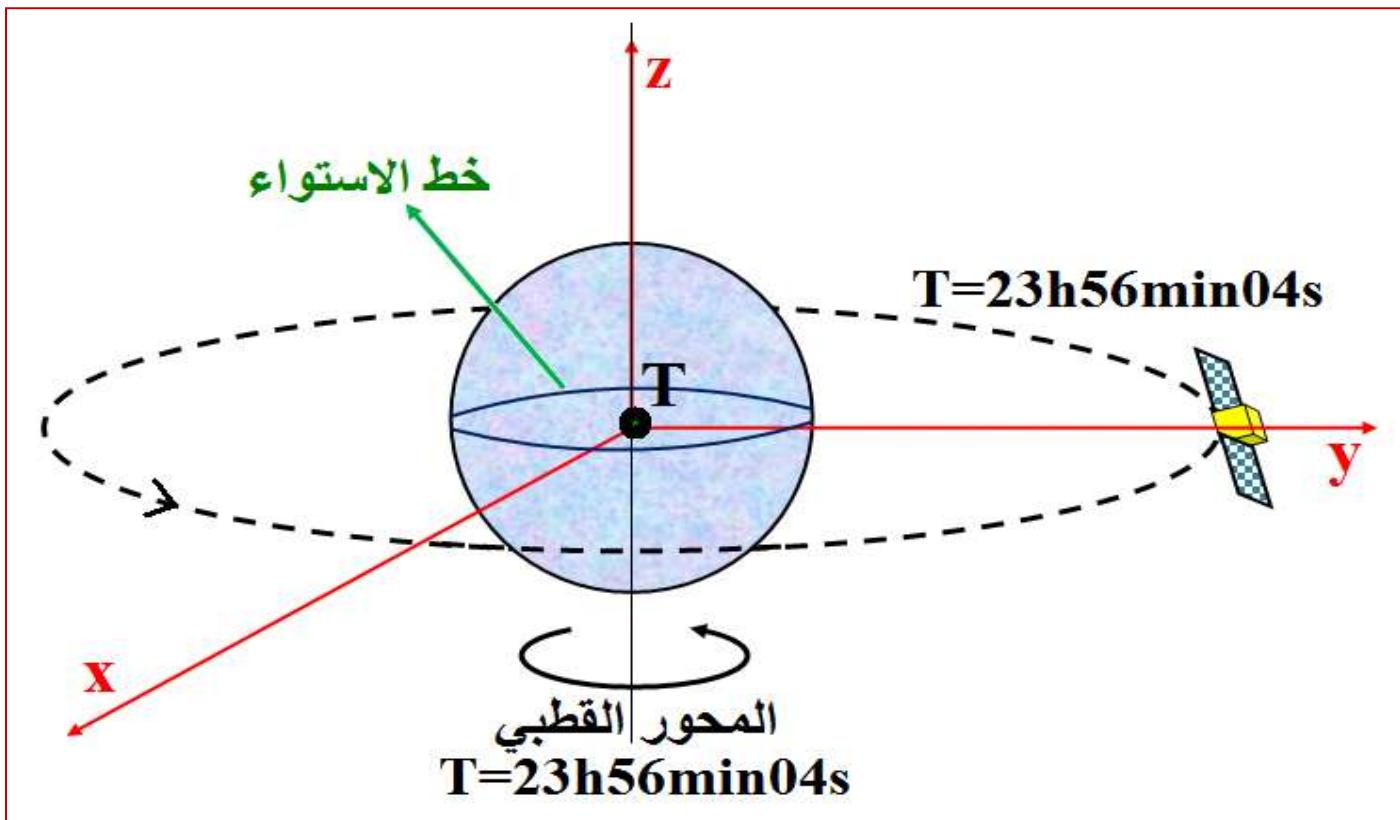
$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R+h}}$$

2. الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض:

أ. تعريف:

يكون قمرا اصطناعيا ساكنا بالنسبة للأرض، إذا بدا دوما غير متحرك (في حالة سكون) بالنسبة لمحظ على سطح الأرض.

يعنى أدق لقمر اصطناعي ساكن موضع قار بالنسبة لمعلم أرضي بحيث يبقى باستمرار على نفس الخط العمودي لنفس النقطة من سطح الأرض.



ب. شروط السكون:

لكي يظهر قمرا اصطناعيا ساكنا بالنسبة للأرض ينبغي أن يتحقق ما يلي:

- أن يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء للأرض.
- أن يدور في منحي دوران الأرض هو محورها القطبي.
- أن يساوي دوره المداري T دورة حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي و الذي يساوي بالتقريب: $T=23h56min04s=84164s$.

ملاحظة:

تمكن قيمة T من تحديد الارتفاع h لهذا القمر الاصطناعي الساكن عن سطح الأرض بحيث نعلم أن:

$$h=36000\text{km} \quad h = \left(\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2} \right)^{1/3} - R \quad \text{فنجد: } T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(R+h)^3}{G \cdot M_T}}$$

مع $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (SI)}$ و $R=6378\text{km}$ و $M_T=6 \cdot 10^{24}\text{kg}$