المـــــــــادة: الــــتـــــفـــــيـــــزيـــــــاء	
الــشـــعـــبـــة: العلوم الفيزيائية – العلوم الرياضية أ	ذ : أيوب مرضي
مجموعة مدارس المهدي المنجرة	

سلسلة التمارين

السقوط الرأسي لجسم صلب

Chute verticale d'un solide

التمرين 1: (سقوط رأسي حر)

تسقط قطعة جليد رأسيا بدون سرعة بدئية، و نعتبر سقوطها حرا.

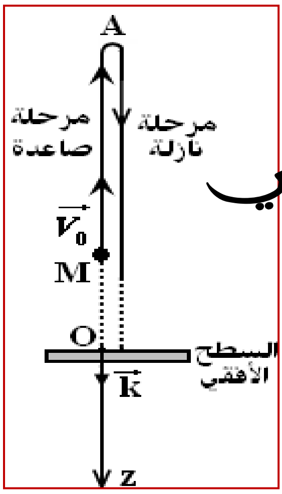
1) ما طبيعة مسار G مركز قصور قطعة الجليد ؟
2) أجرد القوى المطبقة على قطعة الجليد أثناء سقوطها . ما القوى التي نهملها أمام الوزن ؟
3) عبر بدلالة الزمن t عن الأنسوب z للنقطة G.
4) أحسب مدة السقوط الموافقة للارتفاع h=15m .

التمرين 2: (سقوط رأسي حر)

تسقط كرية بدون سرعة بدئية من ارتفاع h=2m في معلم متعامد و ممنظم $R(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ محوره $(O;\vec{k})$ رأسي ، و موجه نحو الأسفل ،و أصله يطابق موضع الكرية (باعتبارها نقطية) لحظة إطلاقها أصل التواريخ.

1) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الكرية ، باعتبار السقوط رأسيا و حرا .
2) استنتج معادلات هذه الحركة .
3) ما المدة الزمنية التي يستغرقها السقوط الحر حتى تصل الكرية إلى سطح الأرض ؟
4) ما قيمة سرعة الكرية في نهاية السقوط ؟

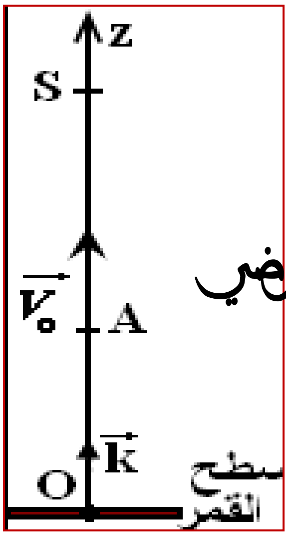
التمرين 3: (سقوط رأسي حر)



قذف طفل كرية كتلتها m ، نحو الأعلى بسرعة رأسية $\vec{V_0}$ ، من نقطة M توجد على ارتفاع h=50cm من سطح الأرض.

1) أجرد القوى المطبقة على الكرية خلال حركتها بعد القذف .
2) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة G مركز قصور الكرية في المعلم متعامد ممنظم $R(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ محوره $(O;\vec{k})$ رأسي ، و موجه نحو الأسفل ، أصله يوجد على السطح الأفقي .
3) أكتب المعادلتين الزمنيتين لحركة مركز القصور Gللكرية بدلالة t و V_0 .
4) أحسب القيمة V_0 للسرعة البدئية لكي يكون ارتفاع أعلى نقطة A التي تصل إليها الكرية H=5m .

التمرين 4: (سقوط رأسي حر)

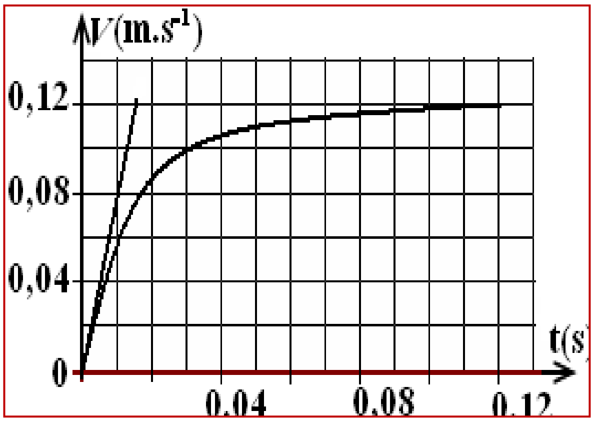


أرسل رجل فضاء يوجد على سطح القمر ، حيث $g_L=1,66m/s^2$ ، كرة صغيرة كتلتها m ، رأسيا نحو الأعلى انطلاقا من نقطة A توجد على ارتفاع h=1,5m من سطح القمر بسرعة بدئية $V_0=2m/s$ في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ . نمعلم موضع مركز قصور الكرة على المحور (Oz) بالأنسوب z .

1) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة السقوط ثم استنتج المعادلتين V(t) و z(t) .
2) أحسب الارتفاع القصوي الذي تصل إليه الكرة أثناء حركتها . استنتج المسافة المقطوعة .
3) أوجد لحظة وسرعة مرور الكرة من نقطة انطلاقها A .
4) أوجد لحظة وصول الكرة للسطح ثم استنتج سرعتها عندما تلمسه .
5) نعيد نفس التجربة بإرسال نفس الكرة من النقطةAنحو الأعلى بسرعة بدئية تساوي ضعف السرعة السابقة $V_0'=2V_0$ أجب عن نفس الأسئلة 2 و 3 و4 .

التمرين 5: (السقوط الرأسي في مائع)

ندرس الحركة الرأسية ، بدون سرعة بدئية ($v_0=0$ عند $t=0$) لسقوط رمية (قطعة مسطحة كتلتها m وحجمها V) في مخبار مدرج يحتوي على الغليسيرين ذي الكتلة الحجمية ρ. نعتبر أن الرمية تخضع لقوة احتكاك مائع منمذجة بمتجهة $\vec{f}$ لها نفس اتجاه متجهة السرعة $\vec{v}$ ومنحاها معاكس لمنحى الحركة وشدتها $f = k.v$ مع k ثابتة موجبة.



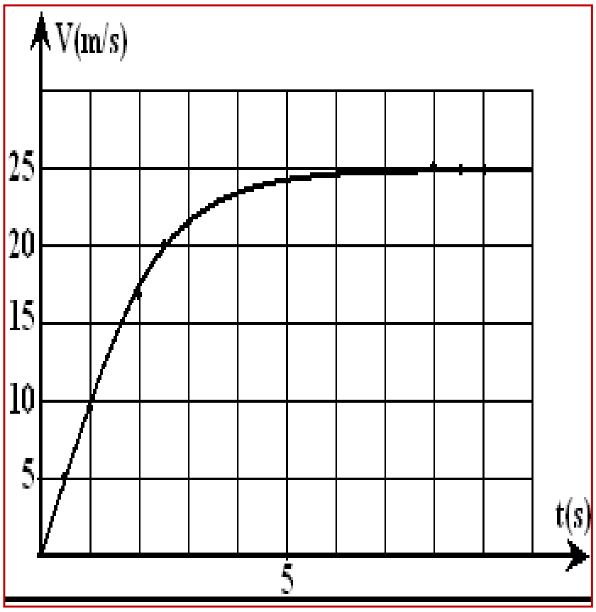
نحصل على المنحنى جانبه والذي يمثل تطور السرعة v بدلالة الزمن t لمركز قصور الرمية.

1) أجرد القوى المطبقة على الرمية خلال سقوطها في الغليسيرين ، ومثلها على تبيانة دون اعتبار للسلم .

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن حركة مركز قصور الرمية تحقق المعادلة التفاضلية التالية : $\frac{dv}{dt} = A - B.v$ أعط التعبير الحرفي لكل من A و B بدلالة معطيات النص.

3) باستعمال المنحنى ، حدد قيمة كل من A و B.

التمرين 6: (السقوط الرأسي في مائع)



يتكون البَرَد في الطبقات العليا من الغلاف الجوي والتي يتراوح ارتفاعها ما بين ألف متر وعشرة آلاف متر وحيث تكون درجة الحرارة منخفضة جدا تصل إلى 40°C-. تسقط حبة البرد عندما تفقد ارتباطها بالغيمة وتصل سرعتها عند وصولها سطح الأرض إلى 160km/h.

ندرس حركة حبة برد (G) كتلتها m=13g والتي نماثلها بكرة قطرها 3cm ، تسقط من نقطة O توجد على ارتفاع 1500m بالنسبة لسطح الأرض . نعتبر النقطة O أصل معلم الفضاء (Oz) موجه نحو الأسفل ونعتبر أن شدة الثقالة ثابتة وتساوي: $g=9,8m/s^2$ نعطي : حجم الكرة : $V=(4/3)\pi R^3$ و الكتلة الحجمية للهواء هي : $\rho=1,3kg/m^3$.

تخضع (G) لقوتين أخريتين هما دافعة أرخميدس $\vec{F_A}$ و قوة الاحتكاك المائع مع الهواء $\vec{f}$ والتي تتناسب مع مربع السرعة وتعبيرها هو : $f = k.v^2$.

t(s)	v(m/s)	a(m/s²)
0,00	0,00	9,80
0,50	4,90	9,43
1,00	9,61	8,36
1,50	13,8	6,83
2,00	17,2	a_4
2,50	v_5	3,69
3,00	21,6	2,49

1) بتحليلك لأبعاد قوة الاحتكاك ، حدد وحدة المعامل k في النظام العالمي للوحدات S.I .

2) أحسب شدة دافعة أرخميدس ، ثم قارنها مع وزن القطعة من البرد (G) . ماذا تستنتج ؟

3) نهمل دافعة أرخميدس.

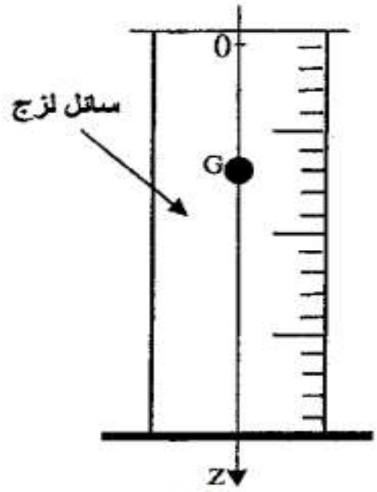
أ. أوجد المعادلة التفاضلية لحركة (G) ثم بين أنها تكتب على الشكل : $\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$.

ب. نحل هذه المعادلة بطريقة أولير . يمثل الجدول التالي جزء من ورقة عمل مجدول يحتوي على قيم للسرعة v والتسارع a بدلالة الزمن بالنسبة لخطوة قدرها $\Delta t=0,5s$ و الثابتتين : $A=9,8m/s^2$ و $B=1,56.10^{-2}m^{-1}$. أوجد قيمة كل من a_4 و v_5 موضحا بالتفصيل الطريقة المتبعة .

ج. عبر عن السرعة الحدية لـ (G) بدلالة A و B ثم أحسب قيمتها العددية.

د. يمثل المنحنى التالي ، تغيرات السرعة بدلالة الزمن ، أوجد مبيانيا السرعة الحدية.

التمرين 7: (السقوط الرأسي في مائع)



تمكن دراسة سقوط جسم صلب في سائل لزج من تحديد بعض المقادير الحركية ولزوجة السائل المستعمل.

نملأ أنبوبا مدرجا بسائل ثم نسقط فيه كرية متجانسة كتلتها m ومركز قصورها G بدون سرعة بدئية عند اللحظة t=0. ندرس حركة G بالنسبة لمعلم أرضي نعتبره غاليليا.

نمعلم موضع G عند لحظة t بالأنسوب z على محور (Oz) رأسي موجه نحو الأسفل. نعتبر أن موضع G منطبق مع أصل المحور (Oz) عند أصل التواريخ وأن دافعة أرخميدس غير مهملة بالنسبة لباقي القوى المطبقة على الكرية.

ننمذج تأثير السائل على الكرية بقوة إحتكاك $\vec{f} = -\boldsymbol{k}.\vec{v}$ حيث $\vec{v}$ متجهة سرعة G عند لحظة t و k معامل ثابت موجب.

1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لحركة G تكتب على الشكل $\frac{dv}{dt} + Av = B$ محددا تعبير A بدلالة k,m و تعبير B بدلالة g,m,ρ,V مع V حجم الكرية.

2) تحقق أن التعبير $v(t) = \frac{B}{A}(1 - e^{-t/\tau})$ حل للمعادلة التفاضلية ، حيث $\tau=1/A$ الزمن المميز للحركة.

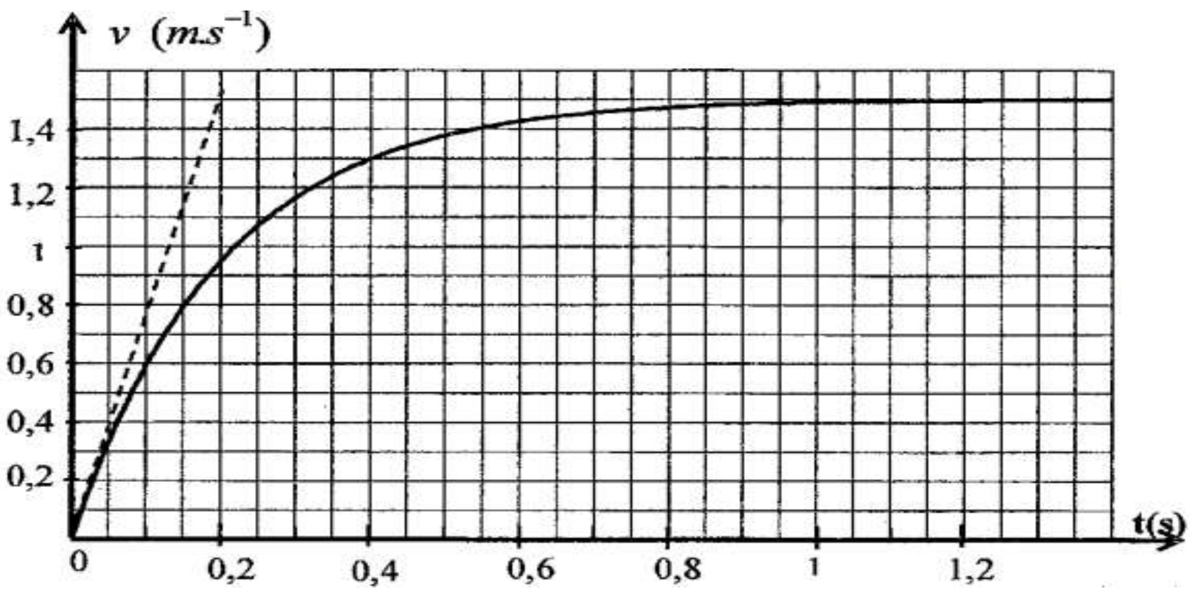
3) أكتب تعبير السرعة الحدية v_{lim} لمركز قصور الكرية بدلالة A و B .

4) نحصل بواسطة عدة معلوماتية ملائمة على منحنى جانبه الذي يمثل تغير السرعة v بدلالة الزمن؛ حدد مبيانيا قيمتي v_{lim} و τ.

5) أوجد قيمة المعامل k.

6) يتغير المعامل k مع شعاع الكرية ومعامل اللزوجة η للسائل وفق العلاقة التالية: $k=6\pi\eta r$. حدد قيمة η للسائل المستعمل في هذه التجربة.

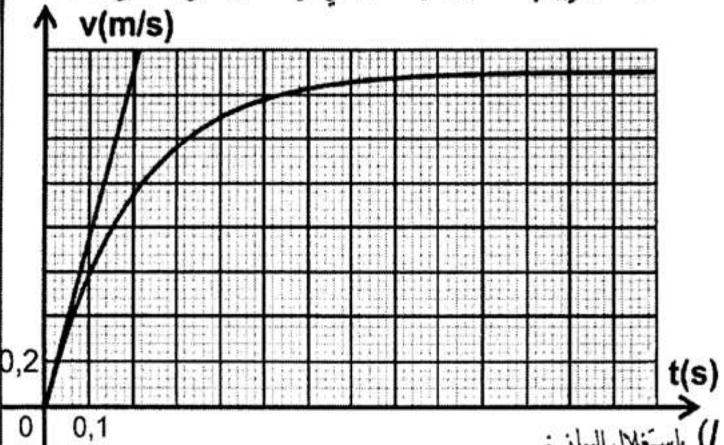
7) تكتب المعادلة التفاضلية لحركة G كالتالي $\frac{dv}{dt} = 7{,}57 - 5.v$ باعتماد طريقة أولير ومعطيات الجدول أوجد قيمتي a_1 و v_2.



t(s)	$v(m.s^{-1})$	$a(m.s^{-2})$
0	0	7,57
0,033	0,25	a_1
0,066	v_2	5,27

التمرين 1

تسقط كرية كتلتها $m = 4,1g$ و نصف قطرها $r = 0,6cm$ بدون سرعة ابتدائية من النقطة O عند $t = 0$ شاقوليا داخل أنبوب مملوء بسائل لزج كتلته الحجمية ρ.
مكنت دراسة تجريبية باستعمال وسيط معلوماتي من الحصول على المنحنى $v = f(t)$:



I) باستغلال البيان :

1 – ناقش تطور السرعة v مع تحديد أطوار الحركة و طبيعة الحركة في كل طور.

2 – عين السرعة الحدية v_{Lim} للكرية و الزمن المميز للحركة τ

3 – أوجد التسارع الإبتدائي a_0 و التسارع النهائي a_n للحركة . ما ذا تستنتج ؟

II) تخضع الكرية أثناء سقوطها لدافعة أرخميدس $\overrightarrow{\pi}$ و الى قوة إحتكاك $\vec{f}$ شدتها تعطى بـ : $f = kv$

1 – عرف دافعة أرخميدس و أذكر خصائصها .

2 – مثل القوى المؤثرة على الكرية خلال مراحل السقوط .

3 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} + Av = B$ حيث A و B ثابتان يطلب عبارتيهما .

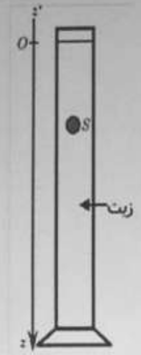
4 – ماذا يمثل المقدار B ؟ استنتج قيمة دافعة أرخميدس .

5 – عبر عن السرعة الحدية v_{Lim} بدلالة A و B

6 – عين قيمة A ثم استنتج قيمة المعامل k مع تحديد وحدته .

7 – باعتمادك على البيان و المعادلة التفاضلية أحسب تسارع الكرية في اللحظات : $t = \tau$ ، $t = 2\tau$ ، $t = 3\tau$ ، $t = 4\tau$ و مثل مخطط التسارع $a = f(t)$

التمرين 2



يهدف هذا التمرين إلى تحديد معامل الإحتكاك K لزيت كتلته الحجمية $\rho_f = 910kg.m^{-3}$ بدراسة حركة سقوط كرة في هذا الزيت. عند $t = 0$ ، نطلق كرة كتلتها $m = 1g$ و كتلتها الحجمية $\rho = 2000kg.m^{-3}$ دون سرعة ابتدائية من نقطة O مبدأ للفواصل في السائل المعتبر. أنظر الشكل
مكنت دراسة تجريبية خاصة أن الكرة تبلغ في زمن وجيز t_1 السرعة الحدية : $v_{Lim} = 7,326.10^{-2} m.s^{-1}$
تخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة احتكاك شدتها $f = kv$ و لدافعة أرخميدس $\overrightarrow{\pi}$.

1 – بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة v تكتب : $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g(1 - \frac{\rho_f}{\rho})$

2 – أوجد عبارة a_0 التسارع الإبتدائي للكرة ثم أحسب قيمته .

3 – استنتج قيمة τ الزمن المميز للحركة ثم أحسب قيمة t_1

4 – أوجد عبارة السرعة الحدية v_{Lim} و عبارة الزمن المميز للحركة τ

استنتج قيمة المعامل k مع تحديد وحدته

6 – أحسب سرعة و تسارع الكرة عند اللحظة $t = \tau$

7 – علما أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو $v = v_L(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ بين أن المسافة z التي تقطعها الكرة عند $t = \tau$ تكتب : $z(\tau) = \frac{v_L \tau}{e}$ أحسب هذه المسافة.

التمرين 2

تسقط كرة من الخشب كتلتها $m = 20g$ و نصف قطرها $r = 2cm$ دون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$ في الهواء ذي الكتلة الحجمية $\rho_{air} = 1,3 kg.m^{-3}$.

1 – بين أنه يمكن إهمال دافعة أرخميدس أمام ثقل الكرة نعطي : $g = 9,81m.s^{-2}$

2 – تخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة احتكاك مع الهواء شدتها $f = kv^2$ حيث k هو ثابت الإحتكاك قيمته : $k = 3,4.10^{-3} SI$. ماذا تمثل الوحدة SI ؟ علل

3 – بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة v تكتب كالتالي: $\frac{dv}{dt} + Av^2 = B$

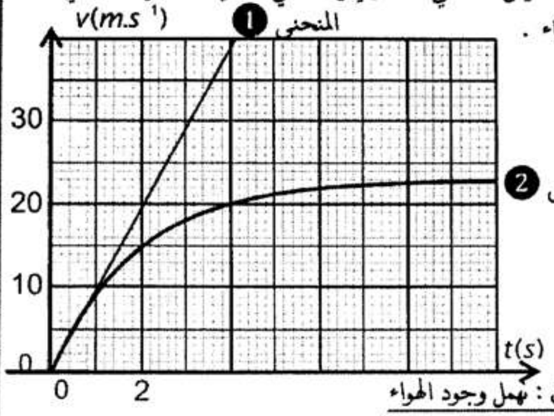
4 – عين قيمة كل من A و B مع تحديد وحدتيهما

5 – عبر عن السرعة الحدية v_l ، التسارع الإبتدائي a_0 و الزمن المميز للحركة τ بدلالة A و B استنتج قيمة كل منها .

6 – أحسب سرعة و تسارع الكرة عند اللحظات : $t = \tau$ و $t = 0,4s$.

التمرين 1

ندرس في هذا التمرين حركة كرة تنس $(balle\ de\ tennis)$ كتلتها $m = 58g$ و قطرها $D = 6,7cm$ و حجمها $V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3$. في اللحظة $t = 0$ نحرر الكرة دون سرعة ابتدائية من نقطة O نعتبرها مبدأ لمحور شاقولي (Oz) موجه نحو الأسفل. مكنت دراسة تجريبية ملائمة من تمثيل تغيرات السرعة v لمركز عطالة الكرة G بدلالة الزمن(المنحني 2) و يمثل المنحني 1 تغيرات سرعة G في حالة إهمال تأثير الهواء .



I – الجزء الأول : نهمل وجود الهواء

أ – باستعمال القانون الثاني لنيوتن ، أوجد عبارة $v(t)$ بدلالة الزمن

ب – تحقق من شكل المنحني (1) و استنتج طبيعة الحركة و تسارع الجاذبية g

II – الجزء الثاني : دراسة الحركة الحقيقية

1 – كيف يتغير تسارع الحركة خلال الزمن ؟ استنتج أن تأثير الهواء غير مهمل

2 – نمذج تأثير الهواء بقوتين :

دافعة أرخميدس $\overrightarrow{\pi}$ شدتها ثابتة تساوي ثقل الحجم V_0 من الهواء

قوة الإحتكاك $\vec{f}$ شدتها تتعلق بسرعة الكرة $f = kV^2$

حيث : الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1,3kg / m^3$.

أ – بين أن دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل الكرة .

ب – باستعمال القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية لسرعة الكرة تكتب بالعلاقة : $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{v^2}{\beta^2})$ حيث β ثابت يطلب تحديد عبارته.

ج – حدد وحدة الثابت β . ماذا يمثل فيزيائيا ؟علل . عين قيمته من البيان .

د – باستعمال التحليل البعدي حدد وحدة الثابت k و استنتج قيمته .

3 – بين كيف تؤثر كثافة الأجسام الصلبة على طبيعة حركة السقوط في الهواء .