الأستاذ أيوب مرضي	مـــــادة الـــــفــــيـــزيـــاء	4 صفحات
مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية – علوم رياضية	الـجــزء الرابع: الميكانيك	
شـعــبـة: العلوم الفيزيائية – العلوم الرياضية	مدة الإنجاز (درس+تمارين): 3 س + 2 س	
الدرس الحادي عشر	السقوط الرأسي لجسم صلب	
	Le chute verticale d'un solide	

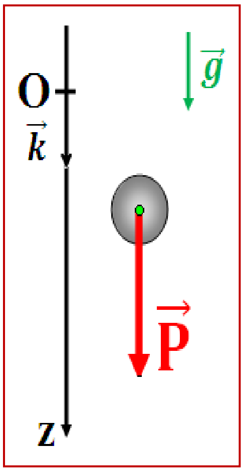
I. السقوط الرأسي الحر Chute libre.

1. تعريف:

السقوط الحر لجسم صلب هو حركة مركز قصوره في مرجع أرضي عندما يخضع لوزنه فقط. ونحصل عليه تجريبيا إذا تم في الفراغ أو في الهواء بالشروط التالية:

- **شكل الجسم انسيابي:** أي أن $\vec{f}$ مهملة أمام $\vec{P}$.
- **الكتلة الحجمية للجسم كبيرة مقارنة مع الكتلة الحجمية للهواء:** أي أن $\vec{F_A}$ مهملة أمام $\vec{P}$.
- **ارتفاعات السقوط صغيرة:** تكون من رتبة المتر.

2. دراسة السقوط الحر الرأسي:



ندرس السقوط الرأسي الحر لجسم صلب (S) كتلته m، في معلم الفضاء $R(O;\vec{k})$ مرتبط بالأرض و الذي نعتبره غاليليا.

المجموعة المدروسة {الجسم (S)}. جرد القوى: $\vec{P}$ الوزن.

و حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec{P} = m\vec{a_G}$ أي $m\vec{g} = m\vec{a_G}$ و منه $\vec{a_G} = \vec{g}$ (1)

بإسقاط العلاقة (1) على معلم الفضاء $R(O;\vec{k})$ نجد **تسارع الجسم** (S): $a_G = +g$

و منه نحصل على **المعادلة التفاضلية التالية:** $\frac{dV_z}{dt} = +g$

عن طريق التكامل لـ a_G نحصل على **المعادلة الزمنية لسرعة الجسم** (S)، بحيث: $V_z(t) = +g.t + V_{0z}$

حيث V_{0z} إسقاط متجهة السرعة البدئية على المحور (Oz) و هي مقدار جبري.

و بالمثل عن طريق التكامل لـ $V_z(t)$ نحصل على **المعادلة الزمنية لحركة الجسم (S)**،

بحيث: $z(t) = +\frac{1}{2}.g.t^2 + V_{z0}.t + z_0$ حيث z_0 أنسوب الجسم (S) عند اللحظة t=0.

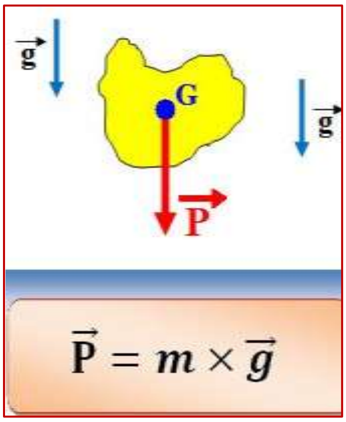
ملاحظة:

- أثناء السقوط الرأسي الحر لجسم صلب ، تكون $\vec{a_G} = \vec{g}$ أي أن متجهة التسارع لمركز قصور الجسم لا تتعلق بالكتلة m للجسم الصلب. (تجربة أنبوب نيوتن)
- أثناء السقوط الرأسي الحر لجسم صلب في مجال الثقالة المنتظم ، يكون مركز قصوره في حركة مستقيمية متغيرة بانتظام لأن مسارها مستقيمي و تسارعها ثابت $a_G = +g = cte \neq 0$.

II. السقوط الرأسي لجسم صلب في مائع.

1. مجال الثقالة و وزن الجسم:

أ. تعريف:



- متجهة مجال الثقالة في مكان محدد هي خارج قسمة وزن الجسم $\vec{P}$ الموجود في هذا المكان على الكتلة m لهذا الجسم بحيث: $\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$.
- تتعلق شدة مجال الثقالة g بالارتفاع عن سطح الأرض و بخط العرض (المكان).
- إذن من العلاقة السابقة نستنتج أن أي جسم ذو كتلة في مكان محدد خاضع إلى قوة وزنه المعرفة بالعلاقة المتجهية التالية:

ب. مميزات قوة وزن الجسم:

من خلال العلاقة المتجهية السابقة نستنتج أن لـ $\vec{P}$ نفس مميزات متجهة مجال الثقالة $\vec{g}$ بحيث:

- **نقطة التأثير:** مركز ثقل الجسم الصلب.
- **خط التأثير:** المستقيم الرأسي المار من مركز ثقل الجسم الصلب (الشاقولي).
- **المنحى:** نحو الأسفل.
- **الشدة:** تعرف بـ : $P = m.g$ أي $P = \rho.V.g$

حيث:

m: كتلة الجسم بـ (kg).

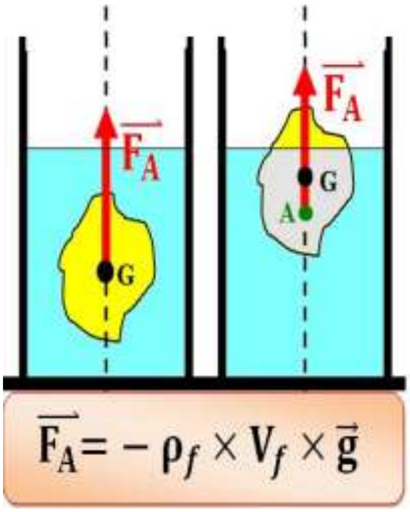
g: شدة مجال الثقالة بـ (N/kg).

ρ: الكتلة الحجمية للجسم الصلب بـ (kg/m^3).

V: حجم الجسم بـ (m^3)

2. دافعة أرخميدس:

أ. تعريف:



- **دافعة أرخميدس** هي مجموع قوى التماس الضاغطة المطبقة على سطح جسم مغمور كليا أو جزئيا في مائع (سائل أو غاز) و نرمز لها بالرمز: $\vec{F_A}$.
- تتعلق شدتها بحجم الجزء المغمور من الجسم و طبيعة المائع و تساوي وزن المائع المزاح و تكتب كما هو جانبه:

ب. مميزات قوة وزن الجسم:

- **نقطة التأثير:** مركز ثقل المائع المزاح = مركز ثقل الجزء المغمور.
- **خط التأثير:** المستقيم الرأسي المار من نقطة التأثير.
- **المنحى:** نحو الأعلى.
- **الشدة:** تعرف بـ : $F_A = m_f.g$ أي $F_A = \rho_f.V_f.g$

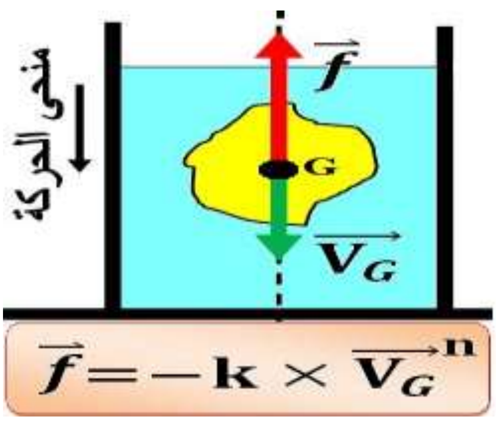
حيث:

m_f: كتلة المائع المزاح بـ (kg). g: شدة مجال الثقالة بـ (N/kg). ρ_f: الكتلة الحجمية للمائع بـ (kg/m^3).

V_f: حجم المائع المزاح بـ (m^3)

3. قوة الاحتكاك المائع:

أ. تعريف:



- كل جسم مغمور كليا أو جزئيا في مائع يخضع إلى قوة موزعة يطبقها عليه هذا المائع، تسمى **قوة الاحتكاك المائع**، و يرمز لها بما يلي: $\vec{f}$.
- تعرف قوة الاحتكاك المائع بالعلاقة جانبه.

حيث:

k: ثابتة تتعلق بطبيعة المائع و شكل الجسم.

v_G: سرعة مركز قصور الجسم بـ (m/s)

n: عدد صحيح طبيعي.

ب. مميزات قوة وزن الجسم:

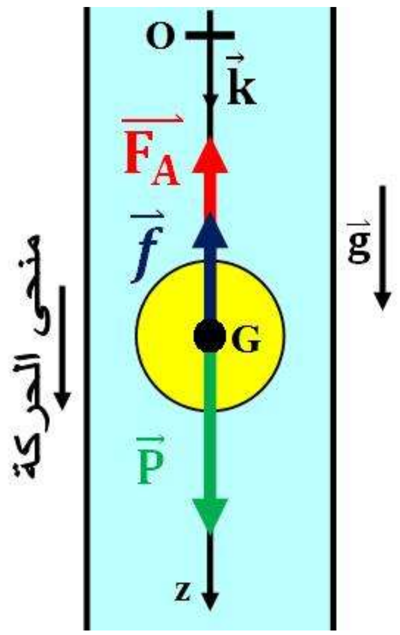
- **نقطة التأثير:** مركز ثقل الجسم الصلب.
- **خط التأثير:** اتجاه متجهة السرعة لمركز قصور الجسم الصلب.
- **المنحى:** عكس منحى الحركة أي عكس منحى متجهة السرعة لمركز القصور للجسم الصلب.
- **الشدة:** تعرف بـ : $f = k.v_G^n$ تتعلق بشكل الجسم و أبعاده و بحالة سطحه و طبيعة السائل و بسرعة الجسم المتحرك.

ملاحظات:

- تكون n=1 إذا كانت السرعة صغيرة فتصبح $f=k.v$ حيث تتعلق k بلزوجة المائع.
- تكون n=2 إذا كانت السرعة كبيرة فتصبح $f=k.v^2$ حيث تتعلق k بالكتلة الحجمية للمائع.

I. الدراسة النظرية للسقوط الرأسي لجسم صلب في مائع.

1. المعادلة التفاضلية للحركة:



ندرس السقوط الرأسي الحر لجسم صلب (S) كتلته m، في معلم الفضاء $R(O;\vec{k})$ مرتبط بالأرض و الذي نعتبره غاليليا.

المجموعة المدروسة {الجسم (S)}.

جرد القوى: الوزن $\vec{P}$ - قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}$ - دافعة أرخميدس $\vec{F_A}$

و حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec{P}+\vec{F_A}+\vec{f}=m\vec{a_G}$

أي $m.\vec{g}-m_f.\vec{g}-k.v_G^n.\vec{k}=m\vec{a_G}$

أي $m.g-m_f.g-k.v_G^n=m.a_G$

أي $g-\frac{m_f}{m}.g-\frac{k}{m}.v_G^n=\frac{dv_G}{dt}$

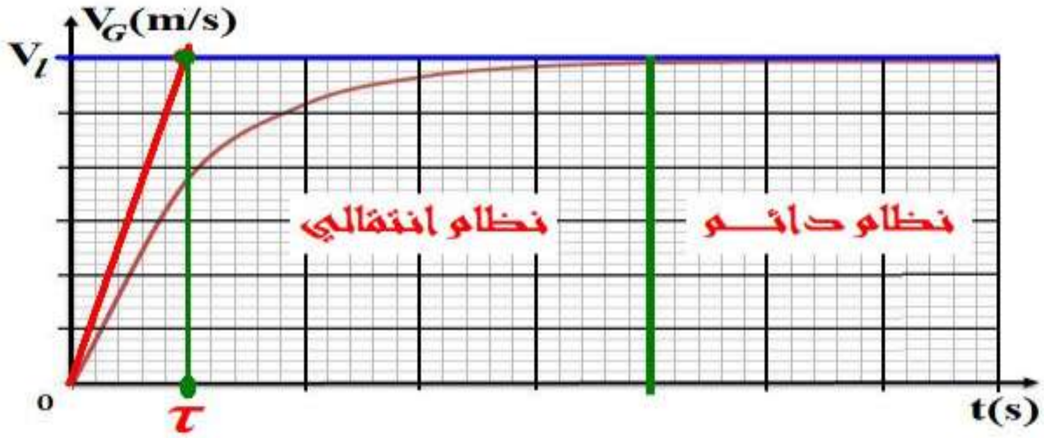
ومنه: $g(1-\frac{m_f}{m})-\frac{k}{m}.v_G^n=\frac{dv_G}{dt}$ حيث نضع $A=g.(1-\frac{m_f}{m})$ و $B=\frac{k}{m}$

وبالتالي نحصل على المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور الجسم الصلب أثناء السقوط الرأسي في المائع:

$$\frac{dv_G}{dt}=A-B.v_G^n$$

2. المقادير المميزة للحركة:

باستعمال برنامج يمكننا من تسجيل مواضع الجسم في مدد زمنية متساوية ، نحصل على مخطط السرعة جانبه الذي هو منحنى السرعة بدلالة الزمن $v_G = f(t)$ مع $v_0=0$.



أ. السرعة الحدية v_l (النظام الدائم):

من خلال المنحنى نلاحظ أن سرعة الجسم في المائع تتزايد إلى أن تصبح ثابتة، مما يجعلنا أن نتكلم عن النظام الدائم و الذي يتميز بسرعة حدية نرمز لا بالرمز v_l.

مبيانيا تساوي السرعة الحدية أرتوب نقطة تقاطع الخط المقارب للمنحنى ومحور الأراتيب. (أنظر الشكل)

نعلم أن : $v_l = cte$ أي أن $\frac{dV_l}{dt} = 0$ واعتمادا على المعادلة التفاضلية بحيث: $\frac{dv_l}{dt} = A - B.v_l^n = 0$ و منه نجد:

$$v_{lim} = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{أي} \quad v_{lim} = \left[\frac{g}{k}(m - m_f)\right]^{\frac{1}{n}}$$

ب. التسارع البدئي a_0 (النظام الانتقالي):

عند اللحظة t=0 نحرر الجسم بدون سرعة بدئية أي $v_0=0$ أي أن $\vec{f} = \vec{0}$ و منه تصبح المعادلة التفاضلية كما يلي: $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = A - B.v_0^n = A$ ومنه نجد أن:

$$a_0 = A = g.\left(1 - \frac{m_f}{m}\right)$$

مبيانيا تمثل a_0 المعامل الموجه للمماس للمنحنى $v=f(t)$ عند اللحظة $t=0$.

ج. الزمن المميز للحركة τ:

الزمن المميز للحركة τ هو أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى $v=f(t)$ مع الخط المقارب للمنحنى $v = v_{lim}$. بحيث:

$$a_0 = \frac{v_{lim}}{\tau}$$

3. حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير EULER:

أ. تعريف:

طريقة أولير هي طريقة رقمية تكرارية، يستوجب استعمالها معرفة سرعة مركز قصور الجسم في لحظة t و التي غالبا ما تكون هي السرعة البدئية v_0 عند اللحظة $t=0$.

ب. طريقة الاستعمال:

- معرفة السرعة البدئية v_0 عند اللحظة $t=0$.
- حساب a_0 انطلاقا من المعادلة التفاضلية: $a_0 = A - B.v_0^n$.
- تحديد Δt خطوة الحساب حيث كلما كانت هذه الأخيرة صغيرة كلما كانت النتائج النظرية أقرب إلى النتائج التجريبية، و لتحقيق ذلك غالبا ما نأخذ: $\Delta t = \tau/10$.
- نحسب v_1 عند اللحظة $t_1 = t_0 + \Delta t$ بحيث أن $a_0 = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t}$ أي أن $v_1 = a_0.\Delta t + v_0$.
- ثم نعيد العملية .....

بصفة عامة نستعمل العلاقتين التاليتين:

$$a_i = A - B.v_i^n$$

$$v_{i+1} = a_i.\Delta t + v_i$$