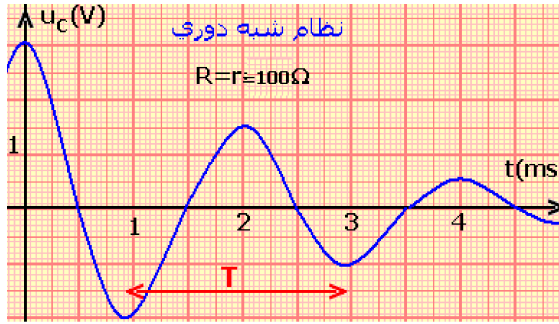
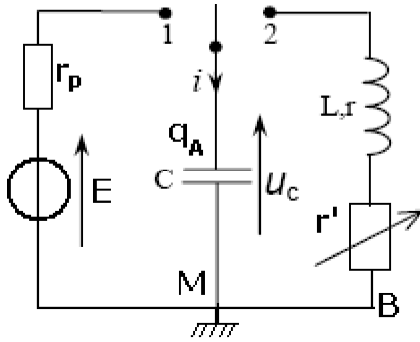


التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

1. تفريغ مكثف في وشيعة:

ننجز التركيب الكهربائي

- نضبط التوتر المستمر الي يحطيه المولد على القيمة $E=3V$ و مقاومة الموصل الأومي على $r'=0\Omega$
- نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (1) لمدة زمنية كافية لشحن المكثف كليا.
- نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فنحصل على دارة RLC متوالية مقاومتها الكلية $R=r+r'$ حيث r : مقاومة الوشيعة
- نغير من قيمة r' مقاومة الموصل الأومي ونعاين التوتر $u_C(t)$ بين قطبي المكثف



$$R=r \text{ و } r'=0\Omega$$

نحصل على تذبذبات يتناقص وسعها مع مرور الزمن

نعاين على شاشة كاشف التذبذب التوتر $u_C(t)$ و نلاحظ بأن:

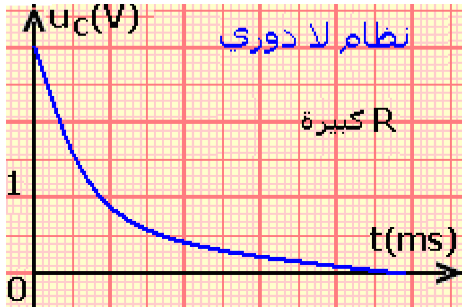
- التوتر $u_C(t)$ توتر متناوب لكن ليس دوري
- وسع التوتر $u_C(t)$ يتناقص مع مرور الزمن و بالتالي فالتذبذبات مخمدة
- الذبذبات تتم دون أن نزود الدارة RLC بالطاقة غير الطاقة المحزونة في المكثف و بالتالي فالتذبذبات حرة

خلاصة:

- يؤدي تفريغ مكثف، مشحون، في وشيعة دارة RLC متوالية، إلى ظهور تذبذبات حرة و مخمدة.

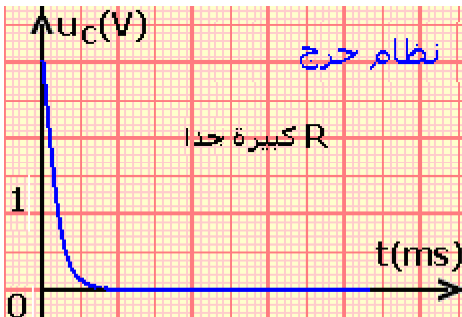
- الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا حرا و مخمدا

T: شبه الدور و هي المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر $u_C(t)$
شبه الدور T مرتبط بـ L و C و مستقل عن المقاومة R



$$R=r+r' \text{ و } r' \neq 0\Omega$$

مع تزايد المقاومة R تزول التذبذبات نظرا لوجود خمود مهم و يسمى النظام بالنظام اللا دوري



في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة نرمز لها بـ R_c و تسمى مقاومة حرجة و عي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري و النظام الادوري و نسمي النظام في هذه الحالة بالنظام الحرج و في هذه الحالة يرجع التوتر $u_C(t)$ إلى الصفر بسرعة و دون تذبذب و تتعلق R_c بـ L و C.

2. المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية:

نعتبر الدارة الممثلة في الشكل جانبه

حسب قانون إضافية التوترات بين F و D $u_C + u_{AB} + u_R = 0$

$$\text{بحيث: } u_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \text{ و } u_R = r' \cdot i \text{ و } i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{أي أن: } u_C + r' \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + r \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0$$

و منه: $u_C + (r+r').C.\frac{du_C}{dt} + L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$ نضع $u_C + R.C.\frac{du_C}{dt} + L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$ و $R=r+r'$

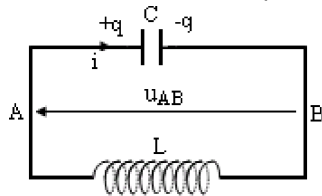
و بالتالي: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L.C} u_C = 0$: المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين قطبي المكثف

يعبر المقدار $\frac{R}{L} \frac{du_C}{dt}$ عن ظاهرة خمود التذبذبات، و يحدد حسب قيم R نظام هذه التذبذبات

3. التذبذبات عبر المخمدة في دارة مثالية LC:

المعادلة التفاضلية:

تتكون الدارة من مكثف سعته C و شحنته البدئية q_0 و وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها الداخلية r مهملة حسب قانون إضافية التوترات $u_C + u_L = 0$



بحيث: $i = C.\frac{du_C}{dt}$ و $u_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$ و $r=0$

أي أن: $u_C + L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$ و منه: $u_L = L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2}$

و بالتالي: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L.C} u_C = 0$: المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين قطبي المكثف

حل المعادلة التفاضلية:

$u_C(t) = U_m \cdot \cos(\frac{2.\pi}{T_0} \cdot t + \varphi)$: معادلة خطية من الدرجة الثانية حلها: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L.C} u_C = 0$

U_m : وسع التذبذبات (القيمة القصوى لتوتر $u_C(t)$)

$\frac{2.\pi}{T_0} \cdot t + \varphi$: الطور عند اللحظة t و φ : الطور عند أصل التواريخ $t=0$

T_0 : الدور الخاص للتذبذبات

• تحديد تعبير الدور الخاص T_0 :

نعوض $u_C(t) = U_m \cdot \cos(\frac{2.\pi}{T_0} \cdot t + \varphi)$ في $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L.C} u_C = 0$

$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -U_m \cdot (\frac{2.\pi}{T_0})^2 \cdot \cos(\frac{2.\pi}{T_0} \cdot t + \varphi) = -(\frac{2.\pi}{T_0})^2 \cdot u_C(t)$

و منه $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L.C} u_C = \frac{1}{L.C} u_C - (\frac{2.\pi}{T_0})^2 \cdot u_C = (\frac{1}{L.C} - (\frac{2.\pi}{T_0})^2) \cdot u_C = 0$

و بالتالي: $\frac{1}{L.C} - (\frac{2.\pi}{T_0})^2 = 0$ أي $\frac{1}{L.C} = (\frac{2.\pi}{T_0})^2$ و $T_0 = 2.\pi \cdot \sqrt{L.C}$

• تحديد φ و U_m :

لتحديد قيم φ و U_m نحدد الشروط البدئية عند تفريغ المكثف في الوشيعة.

لدينا: $u_C(t) = U_m \cdot \cos(\frac{2.\pi}{T_0} \cdot t + \varphi)$ و $i(t) = C.\frac{du_C}{dt} = -U_m \cdot \frac{2.\pi}{T_0} \cdot \sin(\frac{2.\pi}{T_0} \cdot t + \varphi)$

عند اللحظة $t=0$ لدينا $i(t)=0$ الوشيعة لا يمر بها أي تيار كهربائي

$i(0) = -U_m \cdot \frac{2.\pi}{T_0} \cdot \sin(\varphi) = 0$ و منه $\sin(\varphi) = 0$ و $\varphi=0$ أو $\varphi=\pi$

في البداية المكثف مشحون و $u_C(0)=E$

$u_C(0) = U_m \cdot \cos(\varphi) = E$ و بما أن $E > 0$ و $U_m > 0$ فإن $\cos(\varphi) > 0$ و منه $\varphi=0$

و بالتالي $u_C(t) = E \cdot \cos(\frac{2.\pi}{T_0} \cdot t)$ مع $u_C(0)=U_m=E$

تعبير الشحنة $q(t)$ و التيار $i(t)$:

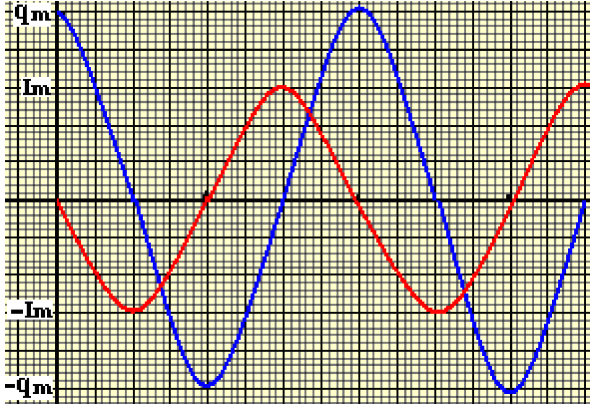
نعلم أن شحنة المكثف هي :

$$q_m = C.U_m \text{ مع } q(t) = C.u_c(t) = C.U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = q_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

شدة التيار الكهربائي:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -q_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = q_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$i(t)$ متقدمة في الطور ب $\frac{\pi}{2}$ بالنسبة ل $q(t)$ ونقول أن $q(t)$ و $i(t)$ على تربيع في الطور



التمثيل المباني ل $q(t)$ و $i(t)$:

في اللحظة $t=0$ عندما $q=q_m$ و $\varphi=0$

$$i(t) = I_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ و } q(t) = q_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$$

عندما تكون شحنة المكثف قصوى تكثر شدة التيار الكهربائي منعدمة

انتقال الطاقة بين المكثف و الوشعة:

الطاقة الكلية المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية ξ_e في المكثف و الطاقة المغنطيسية المخزونة ξ_m في الوشعة

$$\xi = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_c^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

خلاصة:

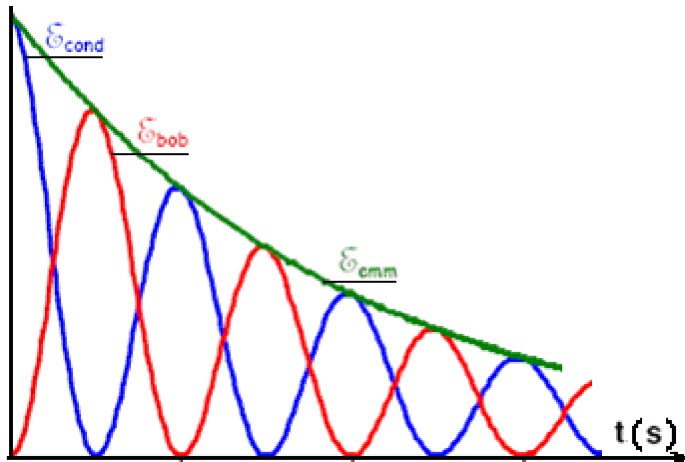
تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن و تساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف

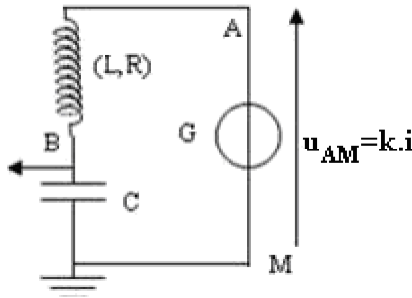
$$\xi = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_c^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_m^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_m^2$$

خلال الذبذبات غير المخدمة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغنطيسية في الوشعة و العكس صحيح

4. الطاقة في الدارة RLC المتوالية:

- عندما تنقص الطاقة في المكثف تزداد الطاقة المخزونة في الوشعة و العكس صحيح، أي أن هناك تبادل طاقي بين المكثف و الوشعة
- خلال أي تبادل طاقي بين المكثف و الوشعة تتناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة R.
- ظاهرة الخمود هي نتيجة لتحويل جزء من الطاقة الكلية بمفعول جول إلى طاقة حرارية





$$\xi = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_c^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

$$u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$$

$$k \cdot i = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt} \text{ و } u = u_{BM}$$

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{(R-k)}{L} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} u = 0 \text{ و منه } LC \cdot \frac{d^2 u}{dt^2} + (R-k)C \cdot \frac{du}{dt} + u = 0$$

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} u = 0 \text{ بالنسبة لـ } R=k \text{ نحصل على المعادلة التالية:}$$

انجاز المولد G

المضخم العملياتي كاملا و يشتغل في النظام الخطي

$$u_{AB} = 0 \text{ و } i^- = i^+ = 0$$

$$u_G = u_{AM} = u_{AS} + u_{SB} + u_{BM} = -R_1 \cdot i + R_1 \cdot i' + R_0 \cdot i'$$

$$u_{AS} = u_{AB} + u_{BS}$$

$$i = i' \text{ و منه } -R_1 \cdot i = 0 - R_1 \cdot i'$$

$$k = R_0 \text{ و منه } u_S = k \cdot i \text{ و } u_S = R_0 \cdot i$$

معابنة التوتر بين مربطي مكثف الدارة LC الذي يوجد بها المولد G

عند معابنة التوتر بين مربطي مكثف نلاحظ:

$R_0 < R$ لا تكون هناك تذبذبات

$R_0 > R$ تكون تذبذبات لا جيبية

R_0 أكبر بقليل من R تكون التذبذبات جيبية

