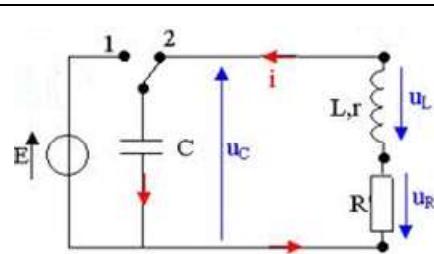


هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

التبذيبات الحرة في دارة RLC سلسلة - Les oscillations libres dans un circuit RLC série

1- تفريغ مكثف في وشيعة



بعد شحن المكثف كلياً، نضع قاطع التيار K في الموضع (2)، فنحصل على دارة RLC متوازية، يفرغ المكثف في الوشيعة. بعد انعدام التيار في الدارة فإن الوشيعة تفرغ في المكثف: بين الوشيعة والمكثف تحدث تبادلات طافية عبر الموصل الأولي يؤدي تفريغ مكثف مشحون في وشيعة الدارة RLC المتوازية إلى ظهور ذبذبات حرة و مخدمة ذبذبات: التوتر يتراوح بين قيمة موجبة و قيمة سالبة بذبذبات: غياب مولد في الدارة يرغمها على التذبذب مخدمة: الوسع يتلاقص مع الزمن بسبب ضياع الطاقة الكهربائية في الموصل الأولي

2- الذبذبات الحرة في دارة RLC

2-1- المعادلة التفاضلية

نعتبر الدارة التالية:

$$u_L(t) + u_R(t) + u_C(t) = 0 \quad \text{نكتب:} \quad (1)$$

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \quad \text{و} \quad u_L(t) = r \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad \text{و} \quad u_R(t) = r' \cdot i(t)$$

$$\text{إذن: } u_L(t) = r \cdot C \frac{du_C(t)}{dt} + L \cdot C \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} \quad \text{و} \quad u_R(t) = r' \cdot C \frac{di(t)}{dt}$$

$$L \cdot C \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + (r + r')C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{LC} u_C(t) = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوازية التي يتحققها التوتر } u_C(t)$$

بين مربطي المكثف.

"يعبر المدار $\frac{R}{L} \frac{du_C}{dt}$ عن ظاهرة خمود الذبذبات، و يحدد حسب قيم R ، نظام هذه الذبذبات."

2-2- أنظمة الذبذبات الحرة

R كبيرة جدا نظام لا دوري	R حرج نظام حرج	R صغيرة جدا نظام شبه دوري	$R=0$ نظام دوري (مثالي)
R كبيرة جدا؛ تزول الذبذبات نظراً لوجود خمود مهم	في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة R ، نرمز لها بـ R_C ، مقاومة حرج و هي مقاومة تقىل بين النظام شبه الدوري و النظام لا دوري و يسمى النظام في هذه الحالة حرجاً في هذه الحالة يعود التوتر $u_C(t)$ إلى الصفر بسرعة و دون ذبذبات تتعلق بـ C و L و R_C $R_C = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$	صغيرة، نحصل على ذبذبات يتلاقص وسعها تدريجياً مع الزمن	R منعدمة، نحصل على ذبذبات وسعها يبقى تابعاً مع الزمن تسمى هذه الدارة بالمتالية: الدارة بالمتالية LC لاستحالة تحقيقها تجريبياً، لكون أن الوشيعات تتوفّر على مقاومة داخلية

حسب R المقاومة الإجمالية للدارة يمكن الحصول

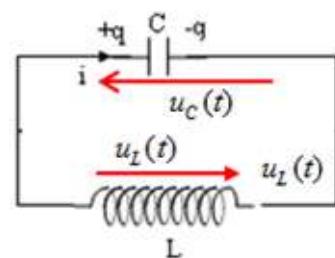
3- الذبذبات غير المخدمة في دارة مثالية LC

3-1- المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر $u_C(t)$

حسب قانون إضافية التوترات، نكتب: $u_C(t) + u_L(t) = 0$

$$u_L(t) = L \cdot C \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} \quad \text{أي: } i = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{و} \quad u_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + u_C(t) = 0 \quad \text{نعرض فنجد:}$$



هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

أي : المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر $u_C(t)$ خلال الذبذبات الكهربائية الحرة غير المحمدة لدارة LC

2-3: حل المعادلة التفاضلية

هذه المعادلة التفاضلية ، معادلة خطية من الدرجة الثانية ، حلها جيبي على شكل : $u_C(t) = U_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ حيث U_m : وسع الذبذبات ب (V) * .

* φ : الطور عند أصل التواريخ $(t=0)$ ب (rad) . $\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ *

* T_0 : الدور الخاص للذبذبات ب (s) .

ملحوظة : نضع ω_0 نسمى ω_0 النبض الخاص للذبذبات ب (rad/s) . نكتب : $u_C(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

تحديد φ و U_m	تعبير الدور الخاص :
<p>تحدد قيم φ و U_m ، بالشروط البدئية .</p> <p>مثال 1: المكثف مشحونا كليا و بالتالي : $u_C(t=0) = E$: عند $(t=0)$ لدينا :</p> <p>$\varphi = 0$ أي أن $\cos \varphi = \frac{E}{U_m}$ $u_C(0) = U_m \cos \varphi = E$</p> <p>في حالة حصلنا على قيمتين مختلفتين لـ φ يتم اختيار القيمة المناسبة بناءا على اشارة $i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} C.U_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ في اللحظة $t=0$ باعتبار أن هاتين الدالتين متصلتين كيما كانت t .</p>	<p>أي أن : $u_C(t) = U_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$</p> $\frac{d^2 u_C}{dt^2} = -(\frac{2\pi}{T_0})^2 u_C$ $(\frac{2\pi}{T_0})^2 u_C + \frac{1}{LC} u_C(t) = 0$ <p>و بالتالي : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$</p> $T_0 = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$

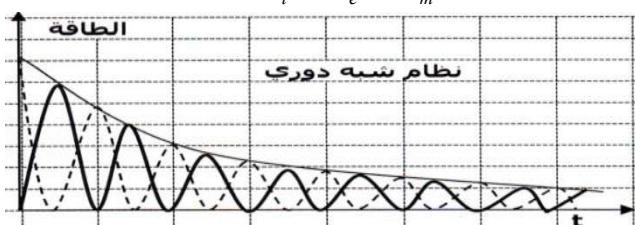
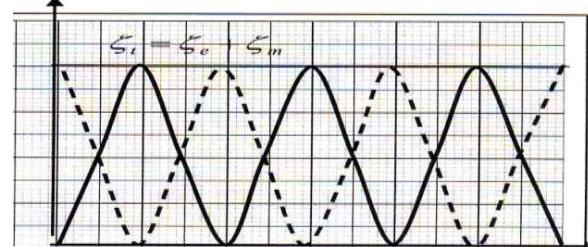
$$u_C(t) = E \cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$$

تعبير شدة التيار $i(t)$	تعبير الشحنة $q(t)$
$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} C.U_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ $q_m = \frac{2\pi}{T_0} C.U_m = q_m$ فان $C.U_m = q_m$ بما ان	$q(t) = C.u_C(t) = C.U_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ $C.U_m = q_m$ مع

ملحوظة من خلال معادلة الأبعاد نتحقق ان وحدة T_0 هي الثانية .

أي : $[T_0] = [q_m] = [i(t)] = [t]^{\frac{1}{2}} = [t]^{\frac{1}{2}}$.

4- انتقال الطاقة بين المكثف والوشيعة

الطاقة في الدارة RLC المتوازية	الطاقة في الدارة LC المثلية
<p>خلال دراسة تجريبية لدارة RLC متوازية حيث المقاومة $R \neq 0$ ، نعاين بواسطة جهاز ملائم ، منحنيات تغيرات الطاقة E_m و E_e و E_t بدلالة الزمن</p>  <p>المخزونة في الدارة هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغناطيسية في الوشيعة لنبين ان الطاقة غير ثابتة في هذه الدارة</p> $E_t = \frac{1}{2} C.u_C^2 + \frac{1}{2} L.i^2$ $E_t = E_e + E_m$ $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 2 \cdot U_C(t) \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$	<p>الطاقة الكلية المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغناطيسية في الوشيعة</p>  $E_t = E_e + E_m$ $E_t = \frac{1}{2} C.u_C^2 + \frac{1}{2} L.i^2$ <p>لنبين ان الطاقة ثابتة في هذه الدارة</p> $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 2 \cdot U_C(t) \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$

$$i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \text{ مع}$$

$$\frac{dE}{dt} = C \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot i(t) \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = U_C(t) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

بما ان $L \cdot C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (r + r')C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

$$L \cdot C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = R \cdot C \frac{du_C}{dt} = -R \cdot i(t)$$

$$\frac{dE}{dt} = (R \cdot i(t)) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = -R \cdot i^2(t)$$

فان $\frac{dE}{dt} \neq 0$ اي الطاقة الاجمائية غير ثابتة

اذن: $i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$ مع

$$\frac{dE}{dt} = C \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot i(t) \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = U_C(t) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

بما ان $\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

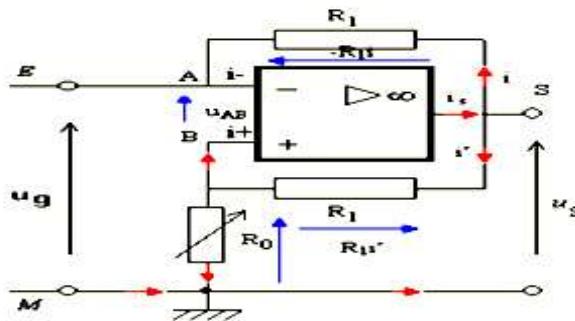
فان $\frac{dE}{dt} = 0$ اي الطاقة الاجمائية ثابتة

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن وتساوي الطاقة البديئة المخزونة في المكثف.

- خلال التذبذبات غير المتمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغناطيسية في الوشيعة و العكس صحيح.

5- صيانة التذبذبات

5-1: مولد الصيانة



$$U_{AM} = U_{AS} + U_{SB} + U_{BM}$$

$$U_{AM} = -R_1 \cdot i + R_1 \cdot i' + R_0 \cdot i'$$

$$(1) \quad U_{AM} = R_1 (i' - i) + R_0 \cdot i'$$

$$U_{AM} = U_{AB} + U_{BM}$$

$$(2) \quad U_{AM} = 0 + R_0 \cdot i'$$

من المعادلتين (1) و (2) نجد: $R_1 (i' - i) = 0$ أي أن: $i = i'$.

وهكذا: التوتر بين مربطي المولد G يتاسب إطراضاً مع شدة التيار i .

5-2: دراسة المتذبذب

في كل لحظة يمكن كتابة: $u_{AM} = u_{AD} + u_{DM}$

$$L \frac{di}{dt} + (R_B - R_0) i + u_C = 0 \quad \text{أي أن: } R_0 \cdot i = R_B \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$$

مع: $i = \frac{dq}{dt}$ أي: $i = C \frac{du_C}{dt}$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{(R_B - R_0)}{LC} C \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

للحصول على تذبذبات مصانة يجب أن يكزن $R_B = R_0$ أي $R_B - R_0 = 0$.

و بال التالي: $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$ وهي المعادلة التفاضلية المميزة للمتذبذب (L, C) ذي مقاومة مهملة.

لصيانة التذبذبات يجب تزوييد الدارة بطاقة كهربائية تعوض الطاقة المبددة بمفعول جول في المقاومة R . نستعمل ثنائي قطب يتصرف كمقاومة سالية

5-3: معالجة التوتر بين مربطي مكثف الدارة (L, C) يوجد بها المولد G

تجربة: في التركيب التجاري السابق ، نعيين التوتر u_C بين مربطي المكثف على شاشة راسم التذبذب ، فنلاحظ :

