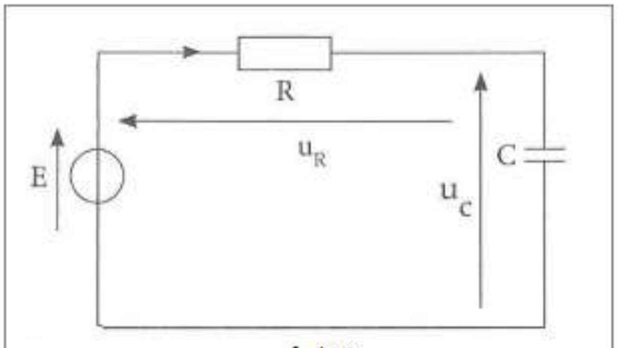
تصحيح الفرض رقم 2

فيزياء 1 :

I-الجزء الاول :



شكل 1

1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

حسب قانون -إثبات المعادلةالتفاضلية :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_R + u_C = E$$

$$Ri + u_C = E$$

لدينا : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

2-التحقق من أن التعبير $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية

حل المعادلة التفاضلية هو : $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E - Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\frac{du_C}{dt} = -E\left(\frac{-1}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$RC\frac{E}{\tau}e^{-\frac{1}{\tau}} + E - Ee^{-\frac{1}{\tau}} = E \ \Rightarrow Ee^{-\frac{1}{\tau}}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = 0$$

إذن $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية ، بحيث $\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = 0$ بالنسبة للمتغير $t \geq 0$.

3.1-تحديدتعبير τ حسب السؤال السابق $\frac{RC}{\tau} - 1 = 0$ ومنه : $\tau = R.C$

البعد الزمني ل τ :

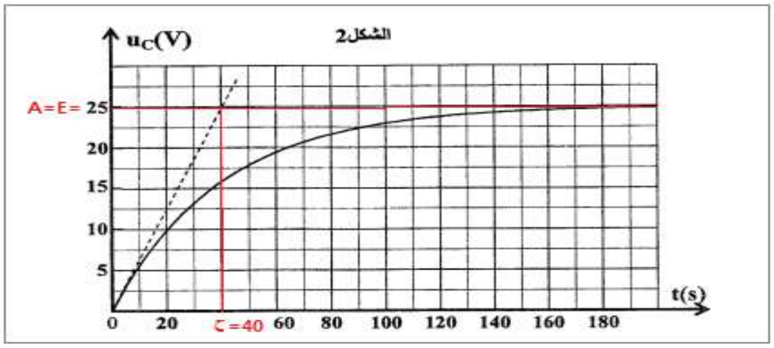
لدينا :

$$\begin{cases} U_R = R.i \ \Rightarrow R = \frac{u_R}{i} \\ i = C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow C = \frac{i}{\frac{du_C}{dt}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [R] = \frac{[U]}{[I]} \\ [C] = \frac{[I]}{[U].[t]^{-1}} \end{cases} \Rightarrow [\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]}.\frac{[I].[t]}{[U]} \Rightarrow [\tau] = [t]$$

إذن ل τ بعد زمني

14-التحديد المبياني ل τ

مبيانيا τ هي أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى $u_C(t)$ عند $t=0$ والمقارب $u_C=E$. أنظر الشكل 2



نجد : $\tau = 1s$

التحقق من قيمة C :

لدينا :

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

ت.ع :

$$C = \frac{1}{10.10^3} = 10^{-4}\ \mathrm{F}$$

أو

$$C = 100\ \mu F$$

5-حساب الطاقة الكهربائية التي يختزنها المكثف في النظام الدائم

تعبير الطاقة الكهربائية :

$$E_e = \frac{1}{2}C.{u_C}^2$$

في النظام الدائم لدينا : $u_C = E$

ومنه : $E_e = \frac{1}{2}C.E^2$

ت.ع : $E_e = \frac{1}{2}\times 10^{-4}\times 12^2 = 7{,}2.10^{-3}\ J$

II-الجزء الثاني :

1-قيمة r مقاومة الموصل الاومي :

$$u_C = 360.e^{-\frac{t}{\tau'}}$$

أي : $e^{-\frac{t}{\tau'}} = \frac{u_C}{E}$ ومنه $-\frac{t}{\tau'} = ln\frac{u_C}{E}$ وبالتالي : $\tau' = -\frac{t}{\ln(\frac{u_C}{E})}$

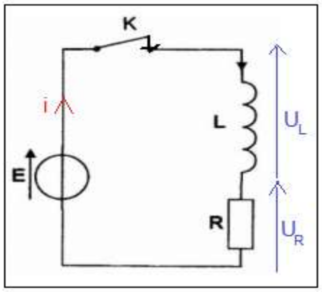
بما أن $\tau' = r.C$ فإن :

$$\mathrm{r} = -\frac{t}{\mathrm{C.\ln}(\frac{u_C}{E})}$$

ت.ع : $r = -\frac{2.10^{-3}}{10^{-4}\times\ln\left(\frac{132{,}45}{360}\right)} = 20\Omega$

2-ليكون التفريغ أسرع يجب اختيار قيمة أصغر للمقاومة r لأن مدة النظام الانتقالي هو $5\tau = 5r.C$

فيزياء 2 :



1-دور الوشيعة عند إغلاق قاطع التيار هو تأخير إقامة التيار .

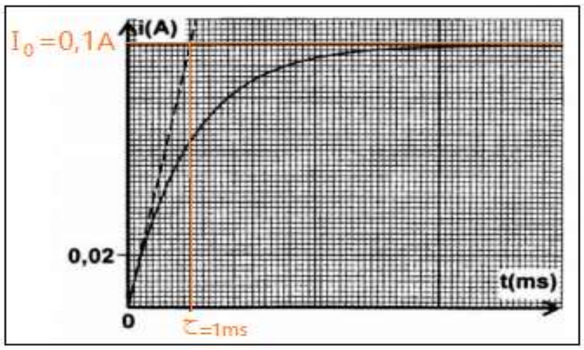
2-إثبات المعادلة التفاضلية :

قانون إضافية التوترات : $E = u_L + u_R$

قانون أوم : $E = L\frac{di}{dt} + Ri$

المعادلة التفاضليةالتي تحققها شدة التيار i تكتب :

$$\frac{L}{R}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$$



3- -تمثل τ ثابتة الزمن وهي تميز ثنائي القطب RL

قيمتها نحددها مبيانيا أنظر الشكل جانبه :

يقطع مماس المنحنى $i(t)$ عند $t = 0$ المقارب $i = I_0$

في اللحظة $\tau = 1ms$

4-تعبير كل من I_0 و τ

لدينا : $i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = I_0 - I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$

ومنه : $\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

نعوض في المعادلة التفاضلية

$\frac{L}{R}.\frac{I_0}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + I_0 - I_0.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}$ أي $I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{L}{R}.\frac{1}{\tau} - 1\right) + I_0 - \frac{E}{R} = 0$

بما أن $I_0 \neq 0$ تتحقق هذه المعادلة مهما كانت t في حالة :

$$\begin{cases} \frac{L}{R}.\frac{1}{\tau} - 1 \\ I_0 - \frac{E}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = \frac{L}{R} \\ I_0 = \frac{E}{R} \end{cases}$$

مبيانيا نجد : $I_0 = 0{,}1\ A$

5-إيجاد قيمة R :

$I_0 = \frac{E}{R}$ أي : $R = \frac{E}{I_0}$

ت.ع : $R = \frac{5}{0{,}1} = 50\ \Omega$

التحقق من قيمة L

حسب تعبير ثابتة الزمن : $\tau = \frac{L}{R} \quad \Rightarrow L = \tau.R$

ت.ع: $L = 1.10^{-3} \times 50 = 5.10^{-2}\ H$ أو : $L = 50\ mH$

6-التعبير العددي ل u_L :

الطريقة الاولى :

$$E = u_L + u_R \Rightarrow u_L = E - Ri \Rightarrow u_L = E - R.I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$u_L = E - R.\frac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \Rightarrow u_L = E - E + Ee^{-t/\tau}$$

$$u_L(t) = Ee^{-t/\tau} = 5e^{-10^3 t}$$

الطريقة الثانية :

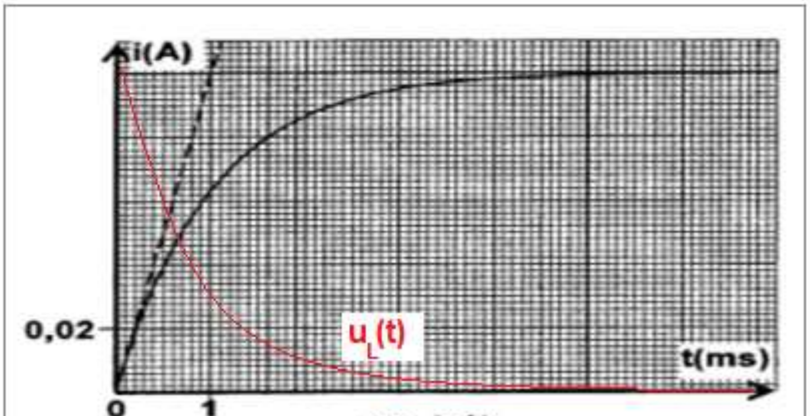
$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\left[I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\right] = LI_0\left(\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}\right)$$

$$u_L(t) = L\frac{E}{R}\frac{R}{L}\,e^{-t/\tau} \rightarrow \boldsymbol{u_L(t) = Ee^{-t/\tau}}$$

التمثيل المبياني ل $u_L(t)$

عند $t = 0$ لدينا : $u_L(0) = E$

عندما $t \rightarrow \infty$ فإن $u_L(\infty) = 0$ المقارب هو محور الافاصيل .



الشكل (2)

الكيمياء :

1- معادلة تفاعل الحمض AH في الماء :

$$\mathbf{AH_{(aq)} \ + \ H_2O_{(l)} \ \rightleftarrows \ A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}}$$

جدول تقدم التفاعل:

المعادلة الكيميائية		$AH_{(aq)}$	+ $H_2O_{(l)}$	⇄ $A^-_{(aq)}$	+ $H_3O^+_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_a.V$	وفير	0	0
حالة التحول	x	$C_a.V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$C_a.V - x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

2-تعبير $x_{éq}$ حسب الجدول الوصفي :

$[H_30^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$ ومنه $\boldsymbol{x_{éq} = [H_30^+]_{éq}.V}$

3- تعبير τ نسبة التقدم النهائي عند التوازن بدلالة pH و C :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$$

لدينا : $x_{éq} = [H_30^+]_{éq}.V$ وبما أن $[H_30^+]_{éq} = 10^{-pH}$ فإن $x_{éq} = 10^{-pH}.V$

بما أن الماء مستعمل بوفرة فإن الحمض AH هو المتفاعل المحد $\Leftarrow$ $CV - x_{max} = 0$

ومنه :

$$CV = x_{max}$$

ولدينا : $\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} \Longleftarrow \tau = \frac{10^{-pH}.V}{C.V} \Leftarrow \boldsymbol{\tau = \frac{10^{-pH}}{C}}$

ت.ع : $\boldsymbol{\tau = \frac{10^{-3,41}}{10^{-2}} = 3,89.10^{-2} \approx 3,9\%}$

4- تعبير خارج التفاعل Q_r لهذا التحول

$$\boldsymbol{Q_r = \frac{[A^-].[H_3O^+]}{[AH]}}$$

5-إثبات تعبير خج التفاعل عند التوازن $Q_{r,éq}$

لدينا :

$$Q_{r,éq} = \frac{[A^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[AH]_{éq}}$$

إذن:

$$[CH_3COO^-]_{éq} = [H_30^+]_{éq} = \frac{\tau.C.V}{V} = \frac{\tau.x_{max}}{V}$$

و :

$$[CH_3COOH]_{éq} = \frac{C.V - x_f}{V} = \frac{C.V - \tau.C.V}{V} = \frac{x_{max}.(1-\tau)}{V}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{(\frac{\tau.x_{max}}{V})^2}{\frac{x_{max}.(1-\tau)}{V}} \Rightarrow Q_{r,éq} = \frac{\tau^2.x_{max}}{V(1-\tau)}$$

6- استنتاج قيمة ثابتة التوازن K

نعلم أن : $Q_{r,éq} = K$

بما أن $CV = x_{max}$ فإن تعبير خارج التفاعل يصبح :

$$K = \frac{\tau^2.C.V}{V(1-\tau)} = \frac{C.\tau^2}{1-\tau}$$

ت.ع: $\boldsymbol{K = \frac{10^{-2}\times(3,89.10^{-2})^2}{1-3,89.10^{-2}} = 1,57.10^{-5}}$

7-حساب $\boldsymbol{C'}$:

لدينا :

$$Q_{r,éq} = \frac{[A^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[AH]_{éq}} = \frac{{[H_3O^+]_{éq}}^2}{C' - [H_3O^+]_{éq}} = \frac{10^{-2p'H}}{C' - 10^{-p'H}}$$

$$C' - 10^{-p'H} = \frac{10^{-2p'H}}{K} \Longrightarrow C' = \frac{10^{-2p'H}}{K} + 10^{-p'H}$$

ت.ع :

$$C' = \frac{10^{-2\times3}}{1,57.10^{-5}} + 10^{-3} = 6,47.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

"وَلَا تَسْتَوِي الْحَسَنَةُ وَلَا السَّيِّئَةُ ۚ ادْفَعْ بِالَّتِي هِيَ أَحْسَنُ فَإِذَا الَّذِي بَيْنَكَ وَبَيْنَهُ عَدَاوَةٌ كَأَنَّهُ وَلِيٌّ حَمِيمٌ (34) "
سورة فصلت