

تمرين 1:

1-دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

1.1-معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء:



2.1-إثبات العلاقة:

لدينا:

$$\alpha = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} - [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}} = 1 - \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}$$

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	التقدم	$\text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$				
البدئية	0	$C_A \cdot V$	بوفرة	---	0	0
الوسيطة	x	$C_A \cdot V - x$	بوفرة	---	x	x
التوازن	$x_{\text{éq}}$	$C_A \cdot V - x_{\text{éq}}$	بوفرة	---	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

حسب الجدول الوصفي:

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = \frac{C_A \cdot V - x_{\text{éq}}}{V} = C_A - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = C_A - [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}$$

$$C_A = [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}$$

تعبير نسبة التقدم النهائي:

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}}$$

المتفاعل المحد هو الحمض : $x_{\text{max}} = C_A \cdot V$ ومنه $C_A \cdot V - x_{\text{max}} = 0$

$$x_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot V = [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot V$$

$$\tau = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot V}{C_A \cdot V} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$\alpha = 1 - \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}} \Rightarrow \alpha = 1 - \tau$$

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-\text{pH}}}{C_A}$$

ت.ع:

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-3,05}}{5 \cdot 10^{-2}} = 0,982 \Rightarrow \alpha = 98,2 \%$$

1.3-إثبات قيمة pK_{A1} :

$$K_{A1} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \begin{cases} [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-\text{pH}} \\ [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = C_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = C_A - 10^{-\text{pH}} \end{cases}$$

$$K_{A1} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{C_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C_A - 10^{-\text{pH}}}$$

$$pK_{A1} = -\log K_{A1} \Rightarrow pK_{A1} = -\log \frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}} \Rightarrow pK_{A1} = -\log \left(\frac{10^{-2 \times 3,05}}{5 \cdot 10^{-2} - 10^{-3,05}} \right) \Rightarrow \boxed{pK_{A1} = 4,79}$$

2- دراسة التفاعل بين حمض الايثانويك وأيون الميثانوات

2.1- معادلة التفاعل:



2.2- تعبير $Q_{r, \text{éq}}$:

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = K_{A1} \cdot \frac{1}{K_{A2}} \Rightarrow \boxed{Q_{r, \text{éq}} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{10^{-pK_{A1}}}{10^{-pK_{A2}}} = 10^{pK_{A2} - pK_{A1}}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = 10^{3,75 - 4,79} = 0,091 \Rightarrow \boxed{Q_{r, \text{éq}} = 9,1 \cdot 10^{-2}}$$

ت.ع:

2.3- تعبير pH:

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	التقدم	$\text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)} + \text{HCOO}^-_{(aq)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)} + \text{HCOOH}_{(aq)}$				
البدئية	0	$C_A \cdot V_1$	$C_B \cdot V_2$	--	0	0
الوسيطة	x	$C_A \cdot V_1 - x$	$C_B \cdot V_2 - x$	--	x	x
التوازن	$x_{\text{éq}}$	$C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}$	$C_B \cdot V_2 - x_{\text{éq}}$	--	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = \frac{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}}{2V_1}$$

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{HCOOH}]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{2V_1}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{\left(\frac{x_{\text{éq}}}{2V_1} \right)^2}{\left(\frac{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}}{2V_1} \right)^2} = \left(\frac{x_{\text{éq}}}{2V_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{2V_1}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}} \right)^2 = \left(\frac{x_{\text{éq}}}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}} \right)^2$$

$$\frac{x_{\text{éq}}}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}} = \sqrt{Q_{r, \text{éq}}}$$

حسب تعبير pH:

$$\text{pH} = pK_{A1} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}$$

$$\text{pH} = pK_{A2} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$$

$$2\text{pH} = pK_{A1} + pK_{A2} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$$

$$2\text{pH} = pK_{A1} + pK_{A2} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \begin{cases} [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \\ [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{HCOOH}]_{\text{éq}} \end{cases}$$

$$2\text{pH} = \text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2} + \log \frac{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} = \text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2}$$

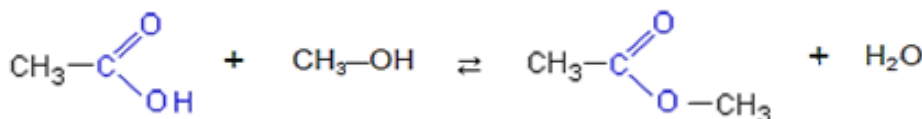
$$\text{pH} = \frac{1}{2}(\text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2})$$

$$\text{pH} = \frac{1}{2}(4,79 + 3,75) \Rightarrow \text{pH} = 4,27$$

حساب pH :

3-دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الإيثانول

3.1-معالجة التفاعل:



3.2-المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز:

يسرع الحفاز التحول وبالتالي المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز هو المنحنى C_1 لأن التفاعل يصل إلى قيمته النهائية في مدة زمنية اقل مقارنة مع المنحنى C_2 .

3.3. تركيب الخليط عند التوازن:

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		A + B → E + H ₂ O				
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البديية	0	n ₀	n ₀	---	0	0
الوسيطة	x	n ₀ - x	n ₀ - x	---	x	x
النهائية	x _f	n ₀ - x _f	n ₀ - x _f	---	x _f	x _f

كمية مادة حمض الإيثانويك المتبقية في الحالة النهائية : $n_{af} = n_0 - x_f$ أي : $x_f = n_0 - n_{af}$

باستعمال المبيان نجد : $n_{af} = 0,3 \text{ mol}$

$$x_f = 0,9 - 0,3 = 0,6 \text{ mol}$$

تركيب الخليط:

$$n_f(\text{ester}) = n_f(\text{eau}) = x_f = 0,6 \text{ mol}$$

$$n_f(\text{acide}) = n_f(\text{alcool}) = n_0 - x_f = 0,3 \text{ mol}$$

3.4-قيمة $t_{1/2}$:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0,6}{2} = 0,3 \text{ mol}$$

كمية مادة الحمض المتبقية:

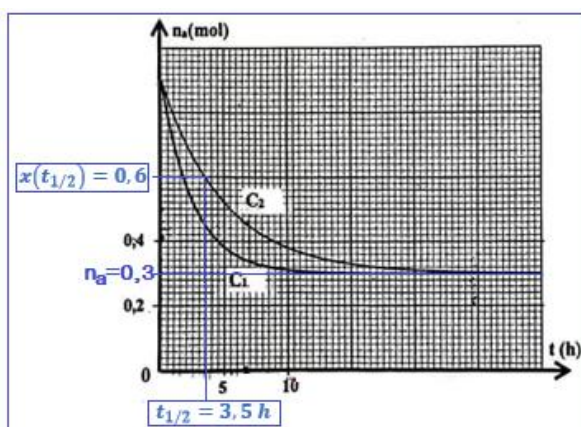
$$n_a(t_{1/2}) = n_0 - (t_{1/2}) = 0,9 - 0,3 = 0,6 \text{ mol}$$

بالاسقاط نحصل على : $t_{1/2} = 3,5 \text{ h}$

3.5-مردود التفاعل:

$$r = \frac{n_{\text{exp}}(\text{ester})}{n_{\text{th}}(\text{ester})} = \frac{x_f}{x_{\text{max}}}$$

$$x_{\text{max}} = n_0 = 0,9 \text{ mol} \text{ و } x_f = 0,6 \text{ mol}$$



$$r = \frac{0,6}{0,9} = 0,667 \Rightarrow \boxed{r = 66,7 \%}$$

3.6- مردود التحول r' :

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		A	+	B	→	E	+	H ₂ O
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)						
البدئية	0	0,3 + 0,1 = 0,4		0,3	-	0,6		0,6
الوسيطة	x	0,4 - x		0,3 - x	-	0,6 + x		0,6 + x
التوازن	x _{éq}	0,4 - x _{éq}		0,3 - x _{éq}	-	0,6 + x _{éq}		0,6 + x _{éq}

$$K = \frac{[E]_f \cdot [H_2O]_f}{[A]_f \cdot [B]_f} = \frac{\left(\frac{0,6 + x_{éq}}{V}\right)^2}{\frac{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})}{V^2}} = \frac{(0,6 + x_{éq})^2}{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})} = \frac{0,6^2 + 2 \times 0,6x_{éq} + x_{éq}^2}{0,12 - 0,4x_{éq} - 0,3x_{éq} + x_{éq}^2}$$

$$4 \times (0,12 - 0,7x_{éq} + x_{éq}^2) = 0,36 + 1,2x_{éq} + x_{éq}^2$$

$$0,48 + 0,28x_{éq} + 4x_{éq}^2 - 0,36 - 1,2x_{éq} - x_{éq}^2 = 0$$

$$3x_{éq}^2 - 4x_{éq} + 0,12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 0,12 = 14,56$$

$$\begin{cases} x_{éq1} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) - \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 0,0131 \text{ mol} \\ x_{éq2} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 1,3 \text{ mol} \end{cases}$$

$$x_{éq} = 0,03 \text{ mol} \quad \text{أي} \quad x_{éq} < x_{\max} = 0,3 \text{ mol}$$

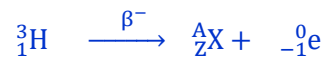
$$r' = \frac{n_f(\text{ester})}{n_{\max}(\text{ester})} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + x_{éq}}{0,6 + x_{\max}} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + 0,03}{0,6 + 0,3} = 0,70 \Rightarrow \boxed{r' = 70 \%}$$

تمرين 2:

1- تفتت التريتيوم

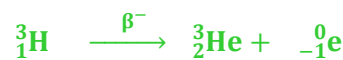
1.1- الإقتراح الصحيح: هـ

1.2- معادلة التفتت:



تطبيق قانونا صودي للانحفاظ:

$$\begin{cases} 3 = A + 0 \\ 1 = Z - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ Z = 2 \end{cases}$$



3.1- العلاقة بين $t_{1/2}$ و λ :

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

حسب قانون التناقص الاشعاعي:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

حسب تعريف عمر النصف، لدينا :

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = \lambda t_{1/2}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

1.4- حساب a_1 :

عند تفتت 90 % من نوى العينة يتبقى منها 10% من نوى العينة البدئية أي: $N_1 = 10\% N_0 = 0,1 N_0$ نشاطها الاشعاعي a_1 حيث:

$$a_1 = \lambda \cdot N_1 = 0,1\lambda \cdot N_0$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} ; \frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{m({}^3_2\text{He})} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0 \cdot N_A}{m({}^3_2\text{He})}$$

$$a_1 = 0,1 \cdot \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \frac{m_0 \cdot N_A}{m({}^3_2\text{He})} \Rightarrow a_1 = \frac{\ln 2}{12,32 \times 3,16 \cdot 10^7} \times \frac{2 \cdot 10^{-6} \times 6,02 \cdot 10^{23}}{3} \Rightarrow a_1 = 7,145 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

2- تفاعل الاندماج

2.1- الجواب بصحيح او خطأ:

صحيح	أ- طاقة الربط بالنسبة لنواة التريتيوم $E_1({}^3_1\text{H}) = 8,475 \text{ MeV}$
صحيح	ب- نواة التريتيوم ${}^3_1\text{H}$ أكثر استقرارا من الدوتريوم ${}^2_1\text{H}$.

$$\begin{cases} \xi({}^3_1\text{H}) = \frac{E_1({}^3_1\text{H})}{3} = \frac{8,475}{3} = 2,825 \text{ MeV/Nucléon} \\ \xi({}^2_1\text{H}) = \frac{E_1({}^2_1\text{H})}{2} = \frac{2,366}{2} = 1,183 \text{ MeV/Nucléon} \end{cases} \Rightarrow \xi({}^3_1\text{H}) > \xi({}^2_1\text{H})$$

نستنتج ان نواة التريتيوم ${}^3_1\text{H}$ أكثر استقرارا من الدوتريوم ${}^2_1\text{H}$.

2.2- الطاقة المحررة E_{lib} :



E_{lib} الطاقة التي يحررها تفاعل اندماج نواة واحدة من ${}^2_1\text{H}$ مع نواة واحدة من ${}^3_1\text{H}$ حيث: $E_{lib} = |\Delta E|$

$$\Delta E = E_1({}^3_1\text{H}) + E_1({}^2_1\text{H}) - E_1({}^3_2\text{He})$$

$$|\Delta E| = |8,475 + 2,366 - 28,296| = 17,455 \text{ MeV}$$

$$E_{lib} = |\Delta E| \Rightarrow E_{lib} = 17,455 \text{ MeV}$$

تمرين 3:

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات :

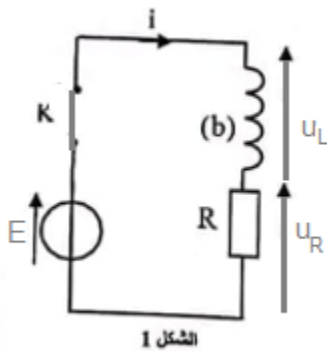
حسب قانون أوم :

$$u_L + u_R = E$$

$$u_R = R \cdot i \text{ و } u_L = L \frac{di}{dt}$$

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = E \Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$$

1.2.1 - تعبير كل من A و B :



الشكل 1

$$\begin{cases} i(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \frac{di}{dt} = \frac{d(A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = -\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L} (A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L}$$

$$-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L} \cdot A + \frac{R}{L} \cdot B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$$

$$B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{R}{L} - \frac{1}{\tau} \right) + \frac{R}{L} \cdot A - \frac{E}{L} = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة كيف ما كانت قيمة t يجب ان يكون:

$$\begin{cases} \frac{R}{L} - \frac{1}{\tau} = 0 \\ \frac{R}{L} \cdot A - \frac{E}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{R}{L} = \frac{1}{\tau} \\ R \cdot A = E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = \frac{L}{R} \\ A = \frac{E}{R} \end{cases}$$

لتحديد B نستعمل الشروط البدئية:

$$i(0) = 0 \Rightarrow A + B \cdot e^0 = 0 \Rightarrow B = -A \Rightarrow B = -\frac{E}{R}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

تعبير شدة التيار :

1.2.2- لنبين ان $L = 1H$:

$$L = \tau \cdot R \quad \text{أي} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

تعبير ثابتة الزمن:

تعبير شدة التيار في النظام الدائم، حسب المعادلة التفاضلية :

$$I_0 = \frac{E}{R} \quad \text{ومنه} \quad \frac{R}{L} \cdot I_0 = \frac{E}{L}$$

$$R = \frac{E}{I_0}$$

$$L = \tau \cdot \frac{E}{I_0}$$

مبانيا حسب الشكل 2 نجد : $\tau = 2ms$ و $I_0 = 48mA$

$$L = 2 \cdot 10^{-3} \times \frac{24}{48 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow L = 1H$$

ت.ع:

1.3- التعبير العددي ل $u_L(t)$:

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{d \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = \frac{L \cdot E}{R} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{L \cdot E}{R} \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u_L(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t) = 24 e^{-\frac{t}{2 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow u_L(t) = 24 e^{-500 \cdot t}$$

2- دائرة متذبذبة LC

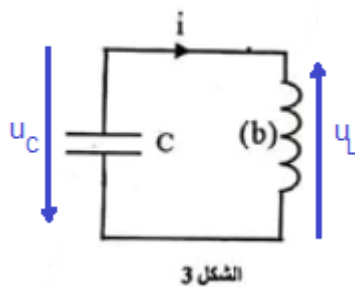
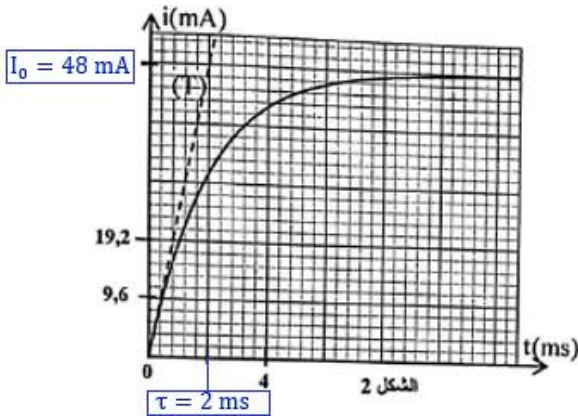
2.1- إثبات المعادلة التفاضلية:

$$u_L + u_C = 0$$

حسب قانون إضافية التوترات:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} \quad \text{مع} \quad u_L = L \frac{di}{dt} \quad \text{حسب قانون اوم:}$$

$$L \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C = 0$$



2.2.1-سعة المكثف C :

حسب تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ وبالتالي $T_0^2 = 4\pi^2 L.C$ نحصل على : $C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$

حسب الشكل 3: قيمة الدور الخاص هي : $T_0 = 2 \text{ ms}$

ت.ع: $C = \frac{(2.10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 1} = 10^{-7} \text{ F} \Leftrightarrow \boxed{C = 0,1 \mu\text{F}}$

2.2.2-الطاقة المغنطيسية عند $t = 1,8 \text{ ms}$:

الطاقة الكلية للدائرة الكهربائية :

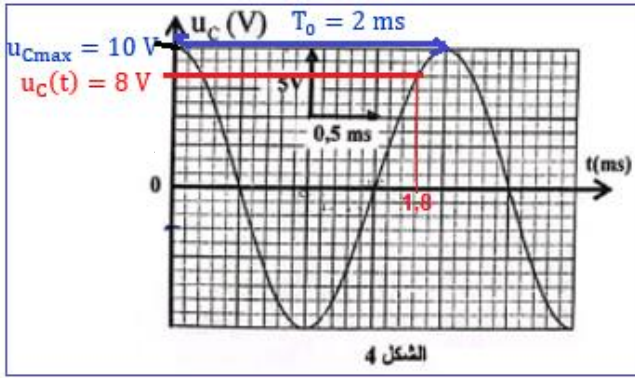
$$E_T(t) = E_e(t) + E_m(t)$$

$$E_m(t) = E_T(t) - E_e(t)$$

-عند اللحظة $t = 0$ لدينا $u_C(0) = u_{Cmax} = 10 \text{ V}$ و $i(0) = 0$ ومنه : $E_T(0) = E_{emax} = \frac{1}{2} C u_{Cmax}^2$

$$E_T(0) = E_{emax} = \frac{1}{2} C u_{Cmax}^2$$

-عند اللحظة $t = 1,8 \text{ ms}$ يكون $u_C(t) = 8 \text{ V}$



الشكل 4

$$E_m(t) = \frac{1}{2} C. u_{Cmax}^2 - \frac{1}{2} C. u_C^2(t) = \frac{1}{2} C. (u_{Cmax}^2 - u_C^2(t))$$

$$E_m(t) = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \times (10^2 - 8^2) \Rightarrow \boxed{E_m(t) = 1,8.10^{-6} \text{ J}}$$

www.svt-assilah.com

3-تضمين الوسع

3.1-الاقتراح الصحيح: ب

$$T_s = 5\text{ms} = 5.10^{-3} \text{ s}$$

لدينا :

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5.10^{-3}} = 200 \text{ Hz}$$

$$T_s = 20T_p \Leftrightarrow \frac{1}{f_s} = \frac{20}{F_p} \Leftrightarrow F_p = 20f_s \Rightarrow F_p = 20 \times 200 = 4000 \text{ Hz} = 4\text{kHz}$$

3.2-أ-نسبة التضمين: خطأ

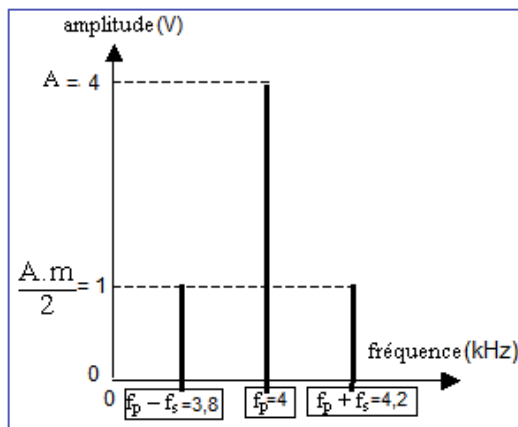
$$m = \frac{U_{m \max} - U_{m \min}}{U_{m \max} + U_{m \min}}$$

$$\begin{cases} U_{m \max} = 3 \times 2 = 6\text{V} \\ U_{m \min} = 1 \times 2 = 2\text{V} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{6 - 2}{6 + 2} = 0,5$$

3.2-ب-المركبة المستمرة: خطأ

$$U_0 = \frac{U_{m \max} + U_{m \min}}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4\text{V}$$

3.3-طيف ترددات الإشارة المضمنة:



تمرين 4:

الجزء I :

1- حركة السقوط الحر

1.1- المعادلات الزمنية $v_z(t)$ و $z(t)$:

المجموعة المدروسة: {الكرة (S)}

جاء القوى: تخضع الكرة لوزنها \vec{P} فقط (لأنها في سقوط حر).

نختار المعلم الراسي (O, \vec{i}) المرتبط بالأرض ونطبق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$$

السقاط على المحور oz :

$$P_z = m \cdot a_z$$

$$-P = m \cdot a_z \Rightarrow -m \cdot g = m \cdot a_z \Rightarrow a_z = -g \Rightarrow a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g$$

التكامل : $v_z(t) = -g \cdot t + v_{0z}$ عند $t_0 = 0$ لدينا : $v_z(0) = v_0$

$$v_{0z} = v_0 : \text{أي } v_z(t=0) = -g \times 0 + v_{0z}$$

$$v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \rightarrow \boxed{v_z(t) = -10 \cdot t + 12}$$

كما ان : $v_z(t) = \frac{dz}{dt} = -10t + 12$ بالتكامل نحصل على : $z(t) = -\frac{1}{2} \times 10 \cdot t^2 + 12 \cdot t + z_0$

عند $t_0 = 0$ لدينا : $z_0 = 0$ وبالتالي: $\boxed{z(t) = -5 \cdot t^2 + 12t}$

1.2.1- الارتفاع الأقصى h :

عند اللحظة t_1 يصل G الى الارتفاع الأقصى حيث تنعدم سرعته نكتب :

$$v_z = 0 \Rightarrow -10 \cdot t_1 + 12 = 0 \Rightarrow 10 \cdot t_1 = 12 \Rightarrow t_1 = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ s}$$

الارتفاع الأقصى h :

$$h = -5 \times 1,2^2 + 12 \times 1,2 \rightarrow \boxed{h = 7,2 \text{ m}}$$
 : ت.ع. $h = z(t_1) = -5 \cdot t_1^2 + 12 \cdot t_1$

2.2.1- القيمة الجبيرة للسرعة عند O :

$$z(t_2) = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot t_2^2 + 12 \cdot t_2 = 0 \Leftrightarrow t_1(-5t_2 + 12) = 0$$

$t_2 = 0$ حل غير مرغوب فيه أو $-5t_2 + 12 = 0$ أي : $t_2 = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ s}$

$$v_z(t_2) = -10 \cdot t_2 + 12 \Rightarrow v_z(t_2) = -10 \times 2,4 + 12 = -12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2- حركة السقوط باحتكاك

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية:

جاء القوى : \vec{P} : وزن الكرة

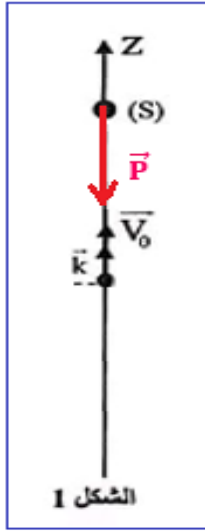
\vec{f} : قوة الاحتكاك

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

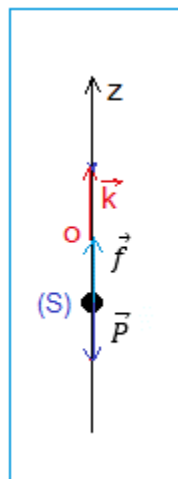
$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$P_z + f_z = m \cdot a_z \Rightarrow -P + f = m \cdot \frac{dv_z}{dt}$$

الاسقاط على المحور oz :



الشكل 1



$$-m \cdot g - \lambda v_z = m \cdot \frac{d v_z}{dt} \Rightarrow m \cdot \frac{d v_z}{dt} + \lambda v_z + mg \Rightarrow \frac{d v_z}{dt} + \frac{\lambda}{m} \cdot v_z + g = 0$$

$$\tau = \frac{m}{\lambda} \quad \text{أي} \quad \frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau} \quad \text{نضع :}$$

$$\frac{d v_z}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v_z + g = 0 \quad \text{نحصل على المعادلة التفاضلية :}$$

2.2- استنتاج منظم السرعة الحدية:

في النظام الدائم لدينا: $v_z = v_{\ell im} = cte > 0$ ومنه: $\frac{d v_{\ell im}}{dt} = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{1}{\tau} \cdot v_{\ell im} + g = 0 \Rightarrow v_{\ell im} = -g \cdot \tau \Rightarrow v_{\ell im} = \left| -\frac{m \cdot g}{\lambda} \right|$$

$$v_{\ell im} = \left| -\frac{80 \cdot 10^{-3} \times 10}{0,12} \right| \Rightarrow v_{\ell im} = 6,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2.3- القيمة الجبرية $v_z(t_i)$:

حسب طريقة اولير: $v_{i+1} = v_i + a_i \cdot \Delta t$ ومنه: $v_i = v_{i-1} + a_{i-1} \cdot \Delta t$ (1)

$$\text{و} \quad a_{i-1} + \frac{\lambda}{m} \cdot v_{i-1} + g = 0 \quad \text{أي:} \quad a_i + \frac{\lambda}{m} \cdot v_i + g = 0 \quad (2)$$

العلاقة (2): $\frac{\lambda}{m} \cdot v_{i-1} = -a_{i-1} - g$ وبالتالي: $v_{i-1} = -\frac{m}{\lambda} (a_{i-1} + 1)$

$$v_{i-1} = -\frac{80 \cdot 10^{-3}}{0,12} (5 + 10) = -10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_i = v_z(t_i) = -10 + 5 \times 66 \cdot 10^{-3} \Rightarrow v_z(t_i) = -9,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{نعوض في (1):}$$

الجزء II :دراسة حركة ارجوحة

1.إثبات تعبير طاقة الوضع الثقالية:

حسب الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية: $E_{pp} = m \cdot g \cdot z + cte$

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z \quad \text{عند} \quad z = 0 \quad \text{وبالتالي:} \quad cte = 0 \quad \text{إذن:} \quad E_{pp} = m \cdot g \cdot z$$

حسب الشكل: $z = \ell - d$ ومنه: $\ell = d + z$ مع: $d = \ell \cdot \cos \theta$

$$z = \ell - \ell \cdot \cos \theta = \ell(1 - \cos \theta)$$

بالنسبة للزاوية θ صغيرة نكتب: $1 - \cos \theta \approx \frac{\theta^2}{2}$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2 \quad \text{نستنتج تعبير طاقة الوضع الثقالية:} \quad z = \ell \cdot \frac{\theta^2}{2}$$

2.1-قيمة السرعة الزاوية القصوى:

الحركة تتم بدون احتكاك إذن الطاقة الميكانيكية تنحفظ خلال الزمن نكتب:

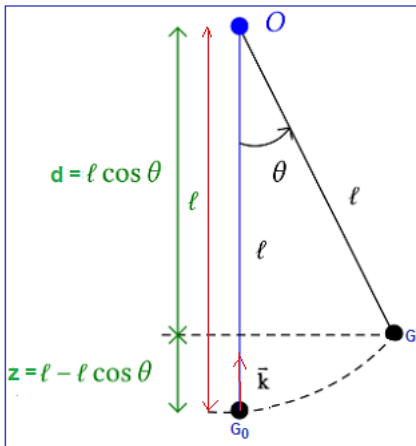
$$E_m = E_{cmax} = E_{ppmax}$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_0^2$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_0^2$$

$$\ell \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = g \theta_0^2$$

$$\dot{\theta}_{max} = 9^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \sqrt{\frac{10}{2,4}} \Rightarrow \dot{\theta}_{max} = 0,32 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{ت.ع:} \quad \dot{\theta}_{max} = \theta_0 \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$



2.2-المعادلة التفاضلية :

$$E_m = Cte \Leftrightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2 \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot 2 \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot 2 \cdot \theta \dot{\theta} = 0$$

$$m \cdot \ell^2 \cdot \left(\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \cdot \theta \right) = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \cdot \theta = 0$$

3-حساب الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2,4}{10}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 3,08 \text{ s}}$$

ت.ع:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

لدينا:

www.svt-assilah.com