تصحيح الامتحان الوطني في الفيزياء الدورة الاستدراكية 2018
مسلك العلوم الفيزيائية

التمرين الأول: الكيمياء

الجزء الأول: دراسة العمود زنك-نحاس

1-تعبير ثم حساب $Q_{r,i}$:

حسب معادلة التفاعل:

$$Cu^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} \underset{2}{\overset{1}{\rightleftharpoons}} Cu_{(s)} + Zn^{2+}_{(aq)}$$

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]_i}{[Cu^{2+}]_i} \Longrightarrow Q_{r,i} = \frac{1}{1} = 1$$

2-استنتاج منحى التطور التلقائي للمجموعة الكيميائية:

نلاحظ أن: $Q_{r,i} \ll K = 1{,}7.10^{37}$

حسب معيار التطور التلقائي، تتطور المجموعة تلقائيا في المنحى المباشر أي المنحى (1).

3-المعادلة الكيميائية للتفاعل الحاصل عند الكاثود:

بجوار الكاثود (القطب الموجب) يحدث تفاعل اختزال أيونات Cu^{2+} :

عند الكاثود يحدث اختزال للأيون Cu^{2+}:

$$Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^- \underset{2}{\overset{1}{\rightleftharpoons}} Cu_{(s)}$$

4-حساب m(Cu) كتلة النحاس المتكون خلال اشتغال العمود لمدة $\Delta t = 5\ h$:

معادلة التفاعل	$Cu^{2+}_{(aq)}$ +	$2e^-$	$\rightleftharpoons Cu_{(s)}$	كمية مادة e^- المنتقلة
كمية المادة البدئية	$C_1.V_1$	----	$n_i(Cu)$	$n(e^-) = 0$
كمية المادة بعد تمام Δt	$C_1.V_1 - x$	----	$n_i(Cu) + x$	$n(e^-) = 2x$

حسب الجدول الوصفي:

كمية مادة النحاس المتكونة : $n(Cu) = x$

كمية مادة الالكترونات: $n(e^-) = 2x$ أي: $n(Cu) = \frac{n(e^-)}{2}$

لدينا: $Q = n(e^-).F = I.\Delta t$ أي: $n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F}$

و $n(Cu) = \frac{m(Cu)}{M(Cu)}$ أي: $m(Cu) = n(Cu).M(Cu)$

$$m(Cu) = \frac{n(e^-)}{2}.M(Cu) \Longrightarrow m(Cu) = \frac{I.\Delta t.M(Cu)}{2F}$$

ت.ع: $m(Cu) = \frac{0,3\times5\times3600\times63,5}{2\times9,65.10^4} \Longrightarrow m(Cu) \approx 1,02g$

الجزء الثاني: دراسة حلماة إستر

1-حلمأة إيثانوات الميثيل

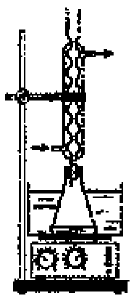
1.1-دور حمض الكبريتيك المضاف:

هو تسريع التفاعل.

1.2-مميزتا التفاعل:

تفاعل محدود وبطيء.

1.3-اختيار التركيب المستعمل في التسخين بالارتداد:

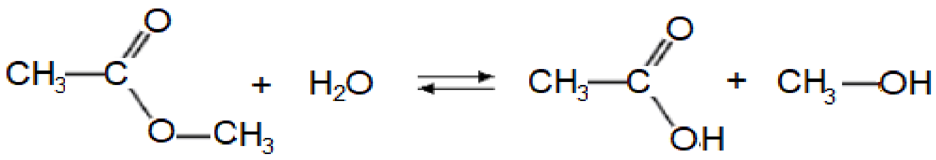


(أ)

التركيب (أ).

يمكن هذا التركيب من الحفاظ على كمية مادة الأنواع الكيميائية في الخليط التفاعلي بتكثيف أبخرتها وإرجاعها إلى الدورق عكس التركيبين (ب) و (ج).

1.4-معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة:



ester eau acide alcool

1.5-حساب K ثابتة التفاعل:

$$K = \frac{[CH_3CO_2H]_f.[CH_3OH]_f}{[CH_3CO_2CH_3]_f.[H_2O]_f}$$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$CH_3-CO_2-CH_3\ +$	H_2O	$\rightleftarrows\ CH_3-CO_2H\ +$	CH_3-OH
كمية المادة في الحالة البدئية	$0,6$	$0,6$	0	0
كمية المادة في الحالة الوسيطية	$0,6-x$	$0,6-x$	x	x
كمية المادة في الحالة النهائية	$0,6-x_f$	$0,6-x_f$	x_f	x_f

$[CH_3CO_2H]_f = [CH_3OH]_f = \frac{x_f}{V}$ و $[CH_3CO_2CH_3]_f = [H_2O]_f = \frac{0,6-x_f}{V}$

$$K = \frac{\left(\frac{x_f}{V}\right)^2}{\left(\frac{0,6-x_f}{V}\right)^2} = \left(\frac{x_f}{0,6-x_f}\right)^2$$

حساب x_f لدينا: $n_f(CH_3CO_2CH_3) = 0,4\,mol$ و $0,6 - x_f = 0,4$

أي: $x_f = 0,6 - 0,4 = 0,2\,mol$

ت.ع: $K = \left(\frac{0,2}{0,6-0,2}\right)^2 \Longrightarrow K = 0,25$

2-الحلمأة القاعدية لإيثانوات الميثيل

2.1-كتابة الصيغة نصف المنشورة لكل من $A_{(l)}$ و $B^{-}_{(aq)}$:

معادلة التفاعل لإيثانوات الميثيل وأيون الهيدروكسيد (الحلمأة القاعدية للإستر):

$$CH_3 - CO_2 - CH_{3\,(l)} + HO^{-}_{(aq)} \longrightarrow CH_3 - OH_{(l)} + CH_3 - CO_2{}^{-}_{(aq)}$$

الصيغة نصف المنشورة ل $A_{(l)}$ هي $CH_3 - OH_{(l)}$ (ميثانول)

الصيغة نصف المنشورة ل $B^{-}_{(aq)}$ هي $CH_3 - CO_2{}^{-}_{(aq)}$ (أيون الإيثانوات)

2.2.1-تحديد قيمة $G_{1/2}$ مواصلة الخليط عندما يأخذ تقدم التفاعل القيمة $x = \frac{x_{max}}{2}$:

تحديد x_{max} التقدم الأقصى باستعمال الجدول الوصفي.

معادلة التفاعل	$CH_3 - CO_2 - CH_{3\,(l)}$	$+HO^{-}_{(aq)} \rightarrow$	$CH_3 - OH_{(l)}$	$+CH_3 - CO_2{}^{-}_{(aq)}$
كمية المادة عند $x = 0$	n_0	n_0	0	0
كمية المادة عند x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
كمية المادة عند $x = x_f$	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

بما ان الخليط متساوي المولات فإن: $n_0 - x_{max} = 0$ أي: $x_{max} = n_0$

$$x_{max} = c_0 . V_0 = 10^{-2} \times 10^{-1} = 10^{-3}\,mol$$

$$x_{1/2} = \frac{x_{max}}{2} \Longrightarrow x_{1/2} = \frac{10^{-3}}{2} = 5.10^{-4}\,mol$$

لدينا:

$$x(t) = -6{,}3.10^{-2}.\,G(t) + 1{,}57.\,10^{-3}$$

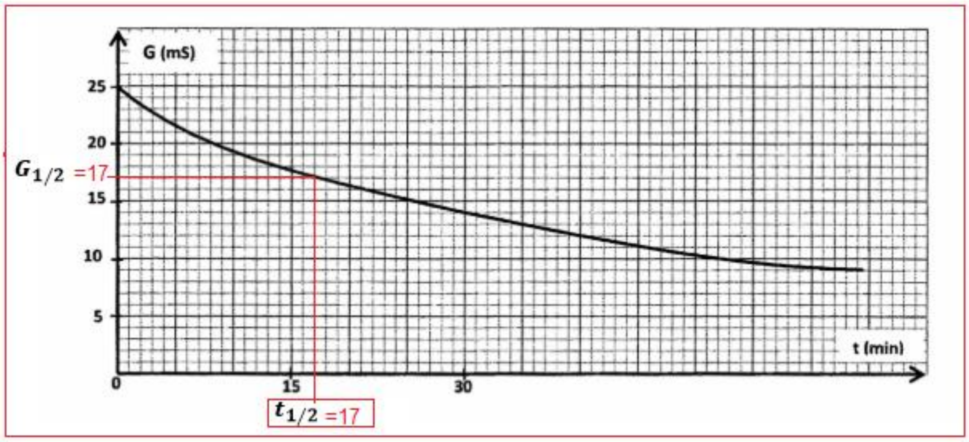
$$-6{,}3.10^{-2}.\,G(t) = x(t) - 1{,}57.\,10^{-3} \Longrightarrow G(t) = \frac{1{,}57.\,10^{-3} - x(t)}{6{,}3.10^{-2}}$$

$$G_{1/2} = \frac{1{,}57.\,10^{-3} - x_{1/2}}{6{,}3.10^{-2}} \Longrightarrow G_{1/2} = \frac{1{,}57.\,10^{-3} - 5.10^{-4}}{6{,}3.10^{-2}} \approx 0{,}017\,S$$

$$\boldsymbol{G_{1/2} \approx 17\,mS}$$

2.2.2-تحديد قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

مبيانيا نجد (أنظر الشكل أسفله) عند $G_{1/2} \approx 17\,mS$ القيمة: $t_{1/2} = 17\,min$.



التمرين الثاني: التحولات النووية

دراسة تفتت نواة البلوتونيوم 241

1-كتابة معادلة التفاعل:

$$^{241}_{94}Pu \longrightarrow {}^{241}_{95}Am + {}^{A}_{Z}X$$

حسب قانونا صودي:

$$\begin{cases}241 = 241 + A \\ 94 = 95 + Z\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A = 241 - 241 = 0 \\ Z = 94 - 95 = -1\end{cases}$$

الدقيقة المنبعثة هي: ${}^{A}_{Z}X = {}^{0}_{-1}e$ الإلكترون.

معادلة التفتت:

$$^{241}_{94}Pu \longrightarrow {}^{241}_{95}Am + {}^{0}_{-1}e$$

طراز النشاط الاشعاعي هو β^- .

2-حساب ب $\boldsymbol{MeV}$، الطاقة $\boldsymbol{E_{lib}}$ المحررة خلال تفتت نواة واحدة من $\boldsymbol{^{241}_{94}Pu}$:

$$E_{lib} = |\Delta E|$$

$$\Delta E = [m({}^{241}_{95}Am) + m({}^{0}_{-1}e) - m({}^{241}_{94}Pu)].c^2$$

$$\Delta E = (241{,}00471 + 0{,}00055 - 241{,}00529)u.c^2$$

$$\Delta E = -3.10^{-5} \times 931{,}5\ MeV.c^{-2}.c^2 = -0{,}027945\ MeV$$

إذن الطاقة المحررة هي:

$$E_{lib} \approx 0{,}28\ MeV$$

3-أيجاد النشاط $\boldsymbol{a_1}$ للعينة عند اللحظة $\boldsymbol{t_1 = 28,70\ ans}$:

لدينا حسب قانون التناقص الإشعاعي: $a(t) = a_0.e^{-\lambda.t}$

عند اللحظة t_1 القانون يكتب: $a_1 = a(t_1) = a_0.e^{-\lambda.t_1} \Rightarrow a_1 = a_0.e^{-\frac{ln2}{t_{1/2}}.t_1}$

ت.ع:

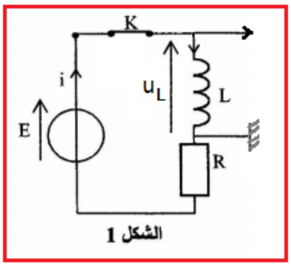
$$a_1 = 3.10^6\ e^{-\frac{ln2}{14{,}35}\times 28{,}70} \Rightarrow a_1 = 7{,}5.10^5\ Bq$$

التمرين الثالث: الكهرباء

الجزء الأول: استجابة ثنائي القطب $\boldsymbol{RL}$ لرتبة توتر صاعدة

1-تبيانة التركيب لمعاينة التوتر $\boldsymbol{u_L}$:

(أنظر الشكل 1 جانبه)



2-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار في الدارة:

حسب قانون إضافية التوترات: (1) $E = u_L + u_R$

حسب قانون أوم: $u_R = R.i$ و $u_L = L.\frac{di}{dt}$

نعوض في المعادلة (1): $L.\frac{di}{dt} + R.i = E$

نستنتج المعادلة التفاضلية: $\frac{L}{R}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$

3-تعبير التوتر u_L بدلالة t و E و R و L:

لدينا: $u_L = L.\frac{di}{dt}$ مع: $i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R.t}{L}}\right)$

بالاشتقاق نحصل على: $\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{E}{R} - \frac{E}{R}.e^{-\frac{R.t}{L}}\right) = -\frac{d}{dt}\left(\frac{E}{R}.e^{-\frac{R.t}{L}}\right)$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{R}\frac{d\left(e^{-\frac{R.t}{L}}\right)}{dt} = -\frac{E}{R}.\left(-\frac{R}{L}\right).e^{-\frac{R.t}{L}} = \frac{E}{L}.e^{-\frac{R.t}{L}}$$

$$u_L = L.\frac{di}{dt} = \mathrm{L}.\frac{E}{L}.e^{-\frac{R.t}{L}} \Longrightarrow u_L(t) = E.e^{-\frac{R.t}{L}}$$

4-حساب التوتر u_L عند $t = \tau$:

لدينا: $u_L(\tau) = E.e^{-\frac{R}{L}.\tau}$ مع: $\tau = \frac{L}{R}$

$$u_L(\tau) = E.e^{-\frac{R}{L}\frac{L}{R}} = \mathrm{E}.e^{-1}$$

تحديد E مبيانيا باستعمال الشكل 2 لدينا عند $t = 0$ نجد: $u_L(0) = 9\,V$

$$u_L(0) = E.e^0 = E \Longrightarrow E = 9\,V$$

$$u_L(\tau) = 9 \times e^{-1} \approx 3{,}3\,V$$

5-التحديد المبياني ل τ: (أنظر الشكل جانبه)

$\tau = 1\,ms$

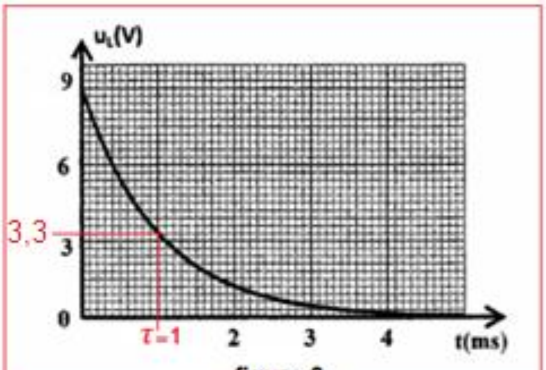


figure 2

-استنتاج L:

لدينا: $\tau = \frac{L}{R}$ أي: $L = \tau.R$

ت.ع: $L = 10 \times 1.10^{-3} = 10^{-2}\,H$

$L = 10\,mH$

6-حساب الطاقة المغنطيسية عند اللحظة $t = \tau$:

لدينا: $E_m(t) = \frac{1}{2}L.i(t)^2$ وعند $t = \tau$: $E_m(\tau) = \frac{1}{2}L.i(\tau)^2$

تحديد $i(\tau)$: $i(\tau) = \frac{E}{R}(1 - e^{-1})$ ت.ع: $i(\tau) = \frac{9}{10}(1 - e^{-1}) = 0{,}57\,A$

استنتاج $E_m(\tau)$:

$$E_m(\tau) = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times 0{,}57^2 \Longrightarrow E_m(\tau) \approx 1{,}62.10^{-3}\,J$$

الجزء الثاني: استقبال موجة مضمَّنة الوسع

رقم السؤال	الجواب الصحيح
1	ج
2	ب
3	ج

التعليل (ليس مطلوبا):

1-سعة المكثف C التي تمكن من انتقاء الموجة ذي التردد $f_0 = 530\ kHz$:

لدينا: $T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{L.C}$ أي: $\frac{1}{{f_0}^2} = 4\pi^2 L.C$ ومنه: $C = \frac{1}{4\pi^2 L.{f_0}^2}$

ت.ع: $C = \frac{1}{4\pi^2 \times 10.10^{-3} \times (530\times10^3)^2} = 9{,}010^{-12}\ F \implies C \approx 9\ pF \rightarrow$ ج

2-سعة المكثف C_1 المستعملة في الجزء 2 (كاشف الغلاف) :

للحصول على إزالة تضمين جيد يجب ان يكون: $\frac{1}{F_p} << \tau = R_1.C_1 < \frac{1}{f_s}$

$$\frac{1}{F_p.R_1} << C_1 < \frac{1}{f_s.R_1} \implies \frac{1}{530\times10^3\times35} << C_1 < \frac{1}{1.10^3\times35}$$

$$5{,}39.10^{-8} F << C_1 < 2{,}86.10^{-5}\ F \implies 5{,}39.10^{-2}\ \mu F << C_1 < 28{,}6\ \mu F$$

القيمة التي تمكن تحقيق الشرط إزالة تضمين جيد هي: $C_1 = 20\ \mu F \rightarrow$ ب لأن:

$$5{,}39.10^{-2}\ \mu F << C_1 = 20\ \mu F < 28{,}6\ \mu F$$

3-الدور الذي يلعبه الجزء 3 في التركيب التجريبي هو: ج- إزالة المركبة المستمرة.

التمرين الرابع: الميكانيك

الجزء الأول: دراسة حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم

1-التعرف على مسار كل دقيقة:

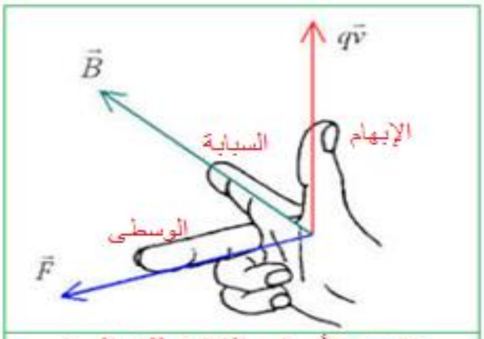
بتطبيق قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى على الدقيقة He^{2+} حيث يشير :

-الإبهام إلى منحى متجهة $q\vec{V}$ (رأسيا نحو الأعلى)

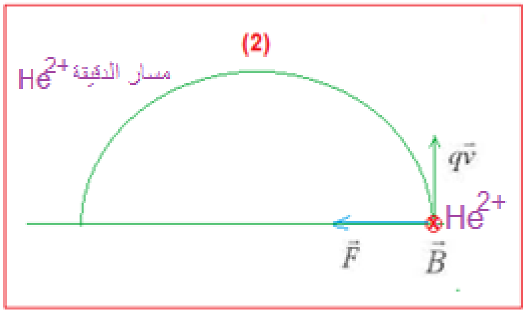
-السبابة إلى منحى متجهة $\vec{B}$ (أفقيا وراء الصفحة)

-الوسطى إلى منحى القوة $\vec{F}$ (أفقيا نحو اليسار)

يكون مسار الدقيقة O^{2-} هو (1) و مسار He^{2+} هو (2).



قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى



2-إثبات ان حركة الأيون $\boldsymbol{He^{2+}}$ منتظمة ومسارها دائري:

-المجموعة المدروسة: الدقيقة He^{2+} ذات الكتلة $m(He^{2+})$

والشحنة $q = 2e$

-جرد القوى: تخضع الدقيقة فقط لقوة لورنتز $\vec{F}$ تعبيرها: $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

-تطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع غاليلي:

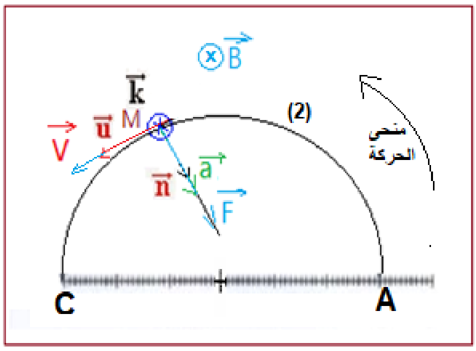
$$q\vec{V} \wedge \vec{B} = m.\vec{a} \Leftarrow \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{e}{m}.\vec{V} \wedge \vec{B} \quad (1)$$

متجهة التسارع $\vec{a}$ عمودية على المتجهتين $\vec{V}$ و $\vec{B}$.

في معلم فريني $M(\vec{u}, \vec{n}, \vec{k})$ إحداثيات متجهة التسارع هي $\vec{a}(0, a_n, 0)$

انطلاقا من العلاقة المتجهية (1) نستنتج ان متجهة التسارع $\vec{a}$ عمودية في كل لحظة على متجهة السرعة $\vec{V}$ ومنه فإن :



$$\vec{a} = a_N.\vec{n}$$

و $a_T = 0$ أي: $a_T = \frac{dV}{dt} = 0$ ومنه : $V = cte$

نستنتج ان منظم متجهة السرعة ينحفظ ومنه فإن الحركة منتظمة.

-إثبات أن المسار دائري وأن شعاعه يكتب $\boldsymbol{R_{He^{2+}} = \frac{m(He^{2+}).V}{2e.B}}$:

باستعمال أساس فريني $(M, \vec{u}, \vec{n})$

$$\vec{a} = a_T.\vec{u} + a_N.\vec{n} = a_N.\vec{n} = \frac{V^2}{\rho}.\vec{n}$$

حيث $\boldsymbol{\rho}$: انحناء المسار .

$a = \frac{2e}{m}.V.B = \frac{V^2}{\rho}$ أي: $\rho = R = \frac{m.V}{2e.B} = cte$ نستنتج ان المسار دائري

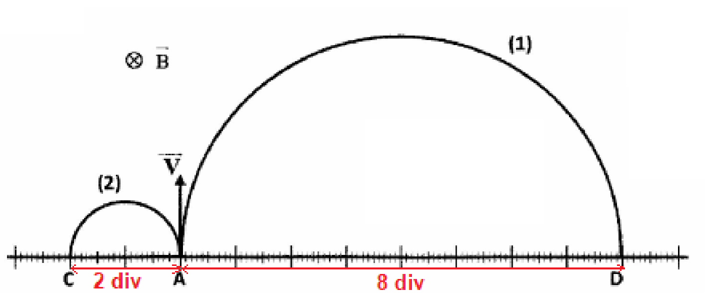
تعبير شعاع مسار الأيون He^{2+} ذي الكتلة $m(He^{2+})$ هو: $R_{He^{2+}} = \frac{m(He^{2+}).V}{2e.B}$

3-تحديد النسبة $\frac{R_{O^{2-}}}{R_{He^{2+}}}$:

باستعمال الشكل 1 نجد: $R_{O^{2-}} = \frac{AD}{2} = 4\ div$ و $R_{He^{2+}} = \frac{AC}{2} = 1\ div$

ومنه:

$$\frac{R_{O^{2-}}}{R_{He^{2+}}} = \frac{4}{1} = 4$$



الشكل 1

4-التحقق من كتلة الدقيقة O^{2-}:

حسب تعبير شعاع الدقيقة He^{2+}:

$$R_{He^{2+}} = \frac{m(He^{2+}).V}{2e.B}$$

تعبير كتلة الدقيقة O^{2-} هو:

$$R_{O^{2-}} = \frac{m(O^{2-}).V}{2e.B}$$

للدقيقتين شحنتين متقابلتين $q_{He^{2+}} = -q_{O^{2-}} = 2e$ نفس السرعة V وهما يوجدان في نفس المجال المغنطيسي $\vec{B}$.

$$\frac{R_{O^{2-}}}{R_{He^{2+}}} = \frac{\frac{m(O^{2-}).V}{2e.B}}{\frac{m(He^{2+}).V}{2e.B}} \Longrightarrow \frac{R_{O^{2-}}}{R_{He^{2+}}} = \frac{m_{O^{2-}}}{m_{He^{2+}}} \Longrightarrow \frac{m_{O^{2-}}}{m_{He^{2+}}} = 4 \Longrightarrow m_{O^{2-}} = 4m_{He^{2+}}$$

ت.ع: $m_{O^{2-}} = 4 \times 6{,}68.10^{-27} \Longrightarrow m_{O^{2-}} = 2{,}67.10^{-26}\, kg$

الجزء الثاني: دراسة طاقية للنواس البسيط

1-باستعمال معادلة الأبعاد نثبت ان العلاقة $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$ متجانسة:

لدينا: $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$ وبالتالي: $[\boldsymbol{T_0}] = [\boldsymbol{\pi}].\left(\frac{[L]}{[g]}\right)^{1/2}$ مع: $[\boldsymbol{g}] = \frac{[L]}{[t]^2} = [L].[t]^{-2}$

$$[T_0] = \left(\frac{[L]}{[L].[t]^{-2}}\right)^{1/2} = (t^2)^{1/2} \Longrightarrow [T_0] = [t]$$

وحدة T_0 هي الثانية وبالتالي فالعلاقة $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ متجانسة.

2-إيجاد قيمة $\boldsymbol{T_0}$:

لدينا: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ت.ع: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{9{,}8}} \Longrightarrow T_0 \simeq 2{,}84\, s$

-إيجاد قيمة $\boldsymbol{\varphi}$:

حسب الشروط البدئية عند اللحظة $t = 0$:

-النواس في حالة سكون عند موضع توازنه المستقر أي: $z = 0 \Longrightarrow \theta = 0$.

- تم إرسال النواس بسرعة بدئية في المنحى الموجب $\dot{\theta}(0) > 0$.

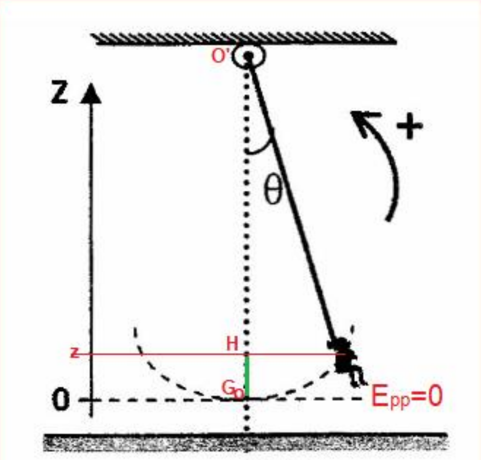
لدينا: $\theta(t) = \theta_{max}.cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

$$\theta(0) = \theta_{max}.cos\varphi \Longrightarrow \theta_{max}.cos\varphi = 0 \Longrightarrow cos\varphi = 0 \Longrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ أو } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_{max}.sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) \Longrightarrow \dot{\theta}(0) = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_{max}.sin\varphi > 0$$

$$\dot{\theta}(0) = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_{max}.\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{T_0}.\theta_{max} > 0 \Longrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

3-إثبات تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس:



الشكل 2

حسب تعبير طاقة الوضع الثقالية: $E_{pp} = m.g.z + cte$

باعتبار المستوى الأفقي المار من موضع التوازن مرجعا ل $\boldsymbol{E_{pp}}$

يكون: $cte = 0$

تعبير z:

حسب الشكل 2:

$$z = HG_0 = O'G_0 - O'H$$

$$z = L - L.cos\theta = L(1 - cos\theta)$$

في حال التذبذبات الصغيرة $cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$z = L.\left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}L.\theta^2$$

نعوض في تعبير E_{pp}: $E_{pp} = m.g.z$ نجد: $E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.L.\theta^2$

مع: $\theta(t) = \theta_{max}.cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

نحصل على: $E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.L.\left[\theta_{max}.cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)\right]^2$

نستنتج : $E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.L.\theta_{max}^2.cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

4-إثبات تعبير الطاقة الميكانيكية $\boldsymbol{E_m}$:

لدينا: $E_m = E_{pp} + E_c$ مع: $E_c = \frac{1}{2}m.v^2$ حيث: $v = L.\omega = L.\dot{\theta}$

$$\theta(t) = \theta_{max}.cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_{max}.sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

$$E_c = \frac{1}{2}m\left[-L.\frac{2\pi}{T_0}.\theta_{max}.sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)\right]^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}m.L^2.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\theta_{max}^2.cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) = \frac{1}{2}m.L^2.\frac{g}{L}.\theta_{max}^2.cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

حيث: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ وبالتالي: $\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{g}}$ ومنه: $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{g}{L}$

$$E_C = \frac{1}{2}m.g.L.\theta_{max}^2.sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$$

نعوض تعبير كل من E_c و E_{pp} في E_m:

$$E_m = \frac{1}{2}m.g.L.\theta_{max}^2.cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)+\frac{1}{2}m.g.L.\theta_{max}^2.sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$$

$$E_m = \frac{1}{2}m.g.L.\theta_{max}^2\left[\underbrace{cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)+sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)}_{=1}\right]$$

نستنتج:

$$E_m = \frac{1}{2}mg.L.\theta_{max}^2$$

5-حساب الكتلة $\boldsymbol{m}$ للجسم $(\boldsymbol{S})$:

باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب:

$E_m = E_{c\,max}$ أي: $\frac{1}{2}m.g.L.\theta_{max}^2 = E_{c\,max}$

$$m = \frac{E_{c\,max}}{\frac{1}{2}g.L.\theta_{max}^2} \Longrightarrow m = \frac{2E_{c\,max}}{g.L.\theta_{max}^2}$$

عند $t=0$ لدينا: $z=0$ (أي: $E_{pp}=0$) وبالتالي: $E_{C0} = E_{c\,max}$

ت.ع: $m = \frac{2\times 13,33}{9,8\times 2\times 0,20^2} \Longrightarrow m = 34\ kg$