

ملخص وقواعد في الرياضيات لمستوى الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض
من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تاهيلي

درس الحساب السلمي

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين من الفضاء. و A و B و C ثلاث نقط من الفضاء بحيث: $\vec{u} = \vec{AB}$ و $\vec{v} = \vec{AC}$

• إذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين فإن الجداء السلمي: $\vec{u} \cdot \vec{v} = AB \times AC \times \cos BAC$

• منظم المتجهة $\vec{u}$ هو العدد الحقيقي الموجب: $\|\vec{u}\| = \sqrt{u^2}$

• لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين من الفضاء. نقول إن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدتان إذا وفقط إذا كان $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, و نكتب: $\vec{u} \perp \vec{v}$

خاصية: إذا كانت $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ و $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$ متجهتين من الفضاء فإن: $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$

• إذا كانت $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ فإن منظم المتجهة $\vec{u}$ هو: $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

• لتكن $A(x_A; y_A; z_A)$ و $B(x_B; y_B; z_B)$ نقطتين من الفضاء

المسافة بين النقطتين A و B هي: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

تعريف: المتجهة $\vec{n}$ منظمه على المستوى (P) إذا وفقط إذا كانت $\vec{n}$ متعامدة مع متجهتين للمستوى (P)

خاصية: لتكن a و b و c أعدادا حقيقية بحيث $(a; b; c) \neq (0; 0; 0)$ مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق: $ax + by + cz + d = 0$ هي

مستوى و المتجهة $\vec{n}(a; b; c)$ متجهة منظمه عليه.

خاصية: ليكن (P) مستوى معادلته $ax + by + cz + d = 0$ و $A(x_A; y_A; z_A)$ نقطة من الفضاء. مسافة النقطة A عن المستوى (P) هي:

$$d(A; (P)) = \frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

خاصية: معادلة ديكرتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(a; b; c)$ و شعاعها $R (R > 0)$ هي: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

و نكتب أيضا: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ حيث: $d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2$

خاصية: لتكن a و b و c و d أعدادا حقيقية بحيث $(a; b; c) \neq (0; 0; 0)$ و $M(x; y; z)$ مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق المعادلة:

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

• إذا كان: $a^2 + b^2 + c^2 - 4d > 0$ فإن (S) فلكة مركزها هو النقطة $\Omega\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right)$ و شعاعها هو: $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 4d}}{2}$

• إذا كان $a^2 + b^2 + c^2 - 4d < 0$ فإن (S) هي المجموعة الفارغة.

• إذا كان $a^2 + b^2 + c^2 - 4d = 0$ فإن (S) هي $\Omega\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right)$

تقاطع فلكة و مستقيم:

ليكن (D) مستقيما من الفضاء (S) فلكة هناك 3 حالات :

• الفلكة (S) و المستقيم (D) لهما نقطة وحيدة مشتركة هي A , نقول إن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في النقطة A .

• الفلكة (S) و المستقيم (D) لهما نقطتان مشتركتان هما A و B , نقول إن المستقيم (D) قاطع للفلكة (S) .

• الفلكة (S) و المستقيم (D) ليس لهما نقط مشتركة نقول إن المستقيم (D) يوجد خارج الفلكة (S) .

تقاطع فلكة و مستوى:

لتكن (S) فلكة مركزها Ω شعاعها R و (P) مستوى من الفضاء معرفا بمعادلة ديكرتية

عند دراسة الوضع النسبي نحسب المسافة: $d = d(\Omega; (P))$ هناك 3 حالات

• إذا كان $d(\Omega; (P)) = R$ فإن المستوى (P) مماس للفلكة (S)

• إذا كان $d(\Omega; (P)) < R$ فإن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق الدائرة (C) مركزها H المسقط العمودي للنقطة Ω على المستوى (P)

وشعاعها $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

• إذا كان $d(\Omega; (P)) > R$ فإن المستوى (P) يوجد خارج الفلكة

- نتيجة: معادلة ديكارتية لمستوى (P) مماس لفلكة (S) في نقطة معلومة A هو المستوى العمودي على المستقيم $(A\Omega)$ في النقطة A أي $M \in (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{A\Omega} = 0$.