المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013

الموضوع

RS22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المترشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الخامس ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

الموضوع

التمرين الأول (3ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها هو $\sqrt{3}$

1) بين أن $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S) | 0.75

2) أ- بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ و استنتج أن $x-y-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) | 0.75

ب- احسب المسافة $d(\Omega,(ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في A | 0.75

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω والعمودي على (ABC)

أ- بين أن $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=-t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) | 0.25

ب- استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) | 0.5

التمرين الثاني (3ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+25=0$ | 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=4+3i$ و $b=4-3i$ و $c=10+3i$ والإزاحة T التي متجهتها $\overrightarrow{BC}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة T هو $d=10+9i$ | 0.75

ب- تحقق من أن $\frac{b-a}{d-a}=-\frac{1}{2}(1+i)$ ثم اكتب العدد العقدي $-\frac{1}{2}(1+i)$ على الشكل المثلثي. | 1

ج- بين أن $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{5\pi}{4}[2\pi]$ | 0.5

التمرين الثالث (3ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{1}{5}u_n+\frac{4}{5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) تحقق من أن $u_{n+1}-1=\frac{1}{5}(u_n-1)$ لكل n من $\mathbb{N}$ | 0.5

2) أ- بين بالترجع أن $u_n>1$ لكل n من $\mathbb{N}$ | 0.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . | 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . | 0.25

3) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n=u_n-1$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n | 0.5

ب- بين أن $u_n=\left(\frac{1}{5}\right)^n+1$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) | 0.75

التمرين الرابع (3ن)

يحتوي كيس على 9 بيدقات : أربع بيدقات بيضاء و ثلاث بيدقات سوداء و بيدقتان خضراوان .
(لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

1) نعتبر الحدثين A : " الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون" — 1
و B : " الحصول على ثلاث بيدقات مختلفة اللون مثنى مثنى ".
بين أن $P(A)=\dfrac{5}{84}$ و $P(B)=\dfrac{2}{7}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات السوداء المسحوبة .
أ – تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 — 0.25
ب- بين أن $P(X=2)=\dfrac{3}{14}$ و $P(X=1)=\dfrac{15}{28}$ — 1
ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X — 0.75

التمرين الخامس (8ن)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2-x-\ln x$

1) أ- تحقق من أن $2x^2-x-1=(2x+1)(x-1)$ لكل x من IR . — 0.25
ب- بين أن $g'(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ واستنتج أن الدالة g تناقصية على $]0,1]$ وتزايدية على $[1,+\infty[$ — 1

2) بين أن $g(x)\geq 0$ لكل x من $]0,+\infty[$ (لاحظ أن $g(1)=0$). — 0.5

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x^2-1-(\ln x)^2$
و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\,cm$) .

1) أ- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ و أول هندسيا هذه النتيجة . — 0.5
ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ (لاحظ أن $f(x)=x^2\left(1-\dfrac{1}{x^2}-\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)^2\right)$) — 0.5
ج- استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه . — 0.25

2) أ- بين أن $f'(x)=2\left(\dfrac{x^2-\ln x}{x}\right)$ لكل x من $]0,+\infty[$. — 1
ب- تحقق من أن $\dfrac{x^2-\ln x}{x}=\dfrac{g(x)}{x}+1$ لكل x من $]0,+\infty[$ و استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0,+\infty[$ — 0.75

3) أ- بين أن $y=2x-2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1,0)$ — 0.5
ب- أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (T) والمنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة هي A) — 1

4) أ- تحقق من أن $H:x\mapsto x(\ln x-1)$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto \ln x$ على $]0,+\infty[$ ثم بين أن $\int_1^e \ln x\,dx=1$ — 0.75
ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2\,dx=e-2$ — 0.5
ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي $\dfrac{1}{3}\left(e^3-6e+8\right)cm^2$ — 0.5