

مادة الرياضيات
العلوم التجريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجية بمسالكها
مدة الاجاز 3h - المعامل 7



وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي
وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتفويج والإستحانات

الامتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريوس
الدورة العاشرة 2012



التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد منمنظم مباشر $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1,1,-1)$ و $B(0,1,-2)$ و $C(3,2,1)$ و الفلكة (\mathcal{S}) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 1 = 0$

أ 1 0,50
أ 2 0,75
ب 2 1,00
دائرية (Γ) شعاعها 1 .

ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω العمودي على المستوى (ABC) .

أ 3 0,25
أ 3 0,25
ب 3 0,25
ج 3 0,25

أ 3 0,25
استنتج مركز الدائرة (Γ) .



أ 3 0,25
أ 3 0,25
ب 3 0,25
ج 3 0,25

التمرين الثاني : (3 ن)

حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 12z + 61 = 0$

نعتبر المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعمد منمنظم مباشر $(0, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ النقط A و B و C التي

الحقها على التوالي : $a = 6 - 5i$ و $b = 4 - 2i$ و $c = 2 + i$.

أ 2 0,50
أ 2 0,50

نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة \vec{u} حيث لحق \vec{u} هو $(1 + 5i)$

ب 2 0,50
ب 2 0,50

بين أن : $i + -1 = \frac{d-c}{b-c}$ و أن : $\frac{3\pi}{4}$ عددة للعدد العقدي $i + -1$

د 2 0,50
د 2 0,50

استنتاج قياسا للزاوية الموجهة $(\widehat{CB}, \widehat{CD})$

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني بيدقات : بيدقة واحدة تحمل العدد 0 و خمس بيدقات تحمل العدد 1 و بيدقان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلات بيدقات من الكيس و نعتبر الأحداث التالية :
A: " الحصول على ثلات بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثني مثلثي " .

B: " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المنسوبة يساوي 5 " .

C: " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المنسوبة يساوي 4 " .

ب 3 0,50
ب 3 0,50
ب 3 0,50

بين أن : $p(C) = \frac{3}{56}$ و $p(A) = \frac{5}{56}$ و $p(B) = \frac{5}{28}$



الأجوبة من اقتراح الأستاذ بدر الدين الفاتحي -

التمرين الرابع : (3 ن)

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11} & ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 11 \end{cases}$$

نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :



تحقق من أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$ 1

بين بالترجع أن : $u_n < 12$ أ 2

بين أن المتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية قطعا . ب 2

استنتج أن المتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة . ج 2

لتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 12$ 3

بين أن المتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم أكتب v_n بدالة n . أ 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ ب 3 بين أن : ب 3

التمرين الخامس : (8 ن)

لتكن $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$ I لتكن g الدالة العددية المعرفة على $[0; +\infty)$ بما يلي :

بين أن : $(x^2 - 1)$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على $[0; 1]$. 1

ثم استنتج أن : $g(x) \leq 0$ أ 1 I

بين أن $(x^2 - 1)$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على $[1; +\infty)$. 2

ثم استنتج أن : $g(x) \geq 0$ أ 1 II

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0; +\infty)$ بما يلي : II

ولتكن (\mathcal{C}) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعمد منظم $(\mathcal{J}, \mathcal{O})$ (الوحدة 3 cm^2)

بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول النتيجة هندسيا . أ 1

أحسب ب 1 II $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. أ 2

و استنتج أن المنحنى (\mathcal{C}) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه . أ 3

بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ أ 2 II $f'(1) = 0$ (و أول هندسيا النتيجة $0 = f'(1)$) . أ 2

استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $[0; 1]$ و تزايدية على المجال $[1; +\infty)$. ب 2

إعط جدول تغيرات الدالة f على $[0; +\infty)$. ثم بين أن : $0 \leq f(x) \leq 1$ ج 2

أنشئ المنحنى (\mathcal{C}) في المعلم $(\mathcal{J}, \mathcal{O})$. أ 3

بين أن : $x \rightarrow x^2 \rightarrow u$ دالة أصلية للدالة $1 - \frac{x^3}{3}$ على \mathbb{R} . أ 4

باستعمال متكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3 \ln 2)$. ب 4

أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (\mathcal{C}) و محور الأفاسيل . ج 4

و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$. ج 4