التمرين الأول

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{3+8u_n}{4+4u_n}$ $\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

1) أ- تحقق أن : $2u_{n+1}-3=\frac{2u_n-3}{2u_n+2}$ $\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

ثم بين أن : $(\forall n\in IN)\ ;\ 2u_n-3>0$

ب- تحقق أن : $\frac{1}{2u_n+2}<1$ $\quad(\forall n\in\mathbb{N})$ ثم بين أن المتتالية (u_n) تناقصية قطعا

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

2) نضع $v_n=\frac{2u_n+1}{2u_n-3}$ لكل عدد طبيعي n

أ- بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية و احسب v_n بدلالة n

ب- بين أن : $u_n-\frac{3}{2}=\frac{2}{5^{n+1}-1}$ $\quad(\forall n\in\mathbb{N})$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

ج- حدد أصغر عدد طبيعي n يحقق $u_n-\frac{3}{2}\le\frac{2}{9999}$

التمرين الثاني

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $2Z^2-2Z+1=0$

2) نعتبر في المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$

النقط A ، B ، M_1 و M_2 التي ألحاقها على التوالي هي :

$a=\frac{1}{2}(1+i)$ ، $b=\frac{1}{2}(1-i)$ ، $z_1=1-ia$ و $z_2=a-i$

أ) أكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الجبري و أعط معادلة في $\mathbb{C}$ حلولها z_1 و $\overline{z_1}$

ب) بين أن العدد $\frac{z_2-z_1}{z_2-a}$ تخيلي

3) ليكن R الدوران الذي مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{2}$

أ) بين أن التعبير العقدي للدوران R يكتب $Z'=1-iZ$

ب) تحقق أن $R(A)=M_1$

ثم استنتج أن النقط A ; B ; M_1 و M_2 متداورة

التمرين الثالث

الجزء (1) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$

4) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}g(x)=-\infty$

ب- بين أن $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ $\quad(\forall x\in]0,+\infty[)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g

2) أحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$

الجزء (2)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بمايلي : $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2$

4) أ- ضع $t=\sqrt{x}$ بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم $(\Delta)\ y=x$

2) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)=+\infty$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{1}{x}g(x)$ $\quad(\forall x\in]0,+\infty[)$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى (C_f)

(نعطي المنحنى (C_f) يوجد تحت $(\Delta)\ y=x$ على $[2,1;+\infty[$ و فوقه على $]0;2,1]$)