Lycée ANISSE	D.S. N°2	1/2	2.B.S.P

التمرين الأول : أسئلة مستقلة . (15ن)

Ⓐ بسط ما يلي : (2ن)

$A = \ln(e^3) + 2\ln(3e) + \ln\left(\frac{1}{9}\right)$

$B = \ln\left(\sqrt{3-\sqrt{2}}+1\right) + \ln\left(\sqrt{3-\sqrt{2}}-1\right) + \ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Ⓑ حل في المجموعة $\mathbb{R}$ ما يلي : (4,5ن)

$\ln^2 x - \ln x - 2 = 0$	$(\ln x)(2-\ln x) > 0$	$1 + 2\ln(x) > 0$	$\ln(2x) = \ln(x)$

Ⓒ أحسب $f'(x)$ لكل x من المجال I في كل حالة من الحالات التالية . (4ن)

$f(x) = \ln(x^2+x+4)$ $I = \mathbb{R}$	$f(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$ $I =]0,1[$	$f(x) = \frac{x}{\ln x}$ $I =]1,+\infty[$	$f(x) = \sqrt{x} + \ln x$ $I =]0,+\infty[$

Ⓓ أحسب النهايات التالية . (4,5ن)

$\lim\limits_{x \to +\infty} 1 + \frac{\ln x}{x^3}$	$\lim\limits_{x \to +\infty} x + \ln x$	$\lim\limits_{x \to 0^+} x + \ln^2 x$
$\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln^3 x$	$\lim\limits_{x \to +\infty} -x^3 + x + 2 + \ln(x)$	$\lim\limits_{x \to -\infty} \ln\left(\frac{1+x^2}{2+x^2}\right)$

التمرين الثاني : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\boxed{f(x) = x\sqrt{x^2-1}}$$

و (C) منحناها في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1° - بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي : $D_f =]-\infty,-1] \cup [1,+\infty[$ — 0,5ن

2° - بين أن الدالة f دالة فردية. — 0,5ن

3° - أ - بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم أول هندسيا. — 0,75ن

ب - بين أن $\lim_{x\to1^+} \frac{f(x)}{x-1}=+\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. — 0,5ن

4° - أ - بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]1,+\infty[$ — 0,5ن

و أن :

$$(\forall x\in]1,+\infty[) : f'(x)=\frac{2x^2-1}{\sqrt{x^2-1}}$$

ب - استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $[1,+\infty[$. — 0,5ن

5° - ارسم المنحنى (C) (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف هما $\left(\sqrt{\frac{3}{2}} ; f\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\right)$ و $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}} ; f\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\right)$ — 1ن

6° - لتكن الدالة g قصور الدالة f على المجال $[1,+\infty[$

أ - بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} محددا مجموعة تعريفها — 0,5ن

ب - بين أن الدالة g^{-1} قابلة للاشتقاق في $\sqrt{2}$ — 0,5ن

ثم احسب $(g^{-1})'(\sqrt{2})$ (لاحظ أن : $g(\sqrt{2})=\sqrt{2}$)