

### التمرين 1

التنقيط

أسئلة مستقلة

1. بسط العددين التاليين :

$$C = \ln(81) + \ln(4) - 2\ln(2) + \ln\left(\frac{1}{81}\right) + 2 \quad \text{و} \quad B = \ln(2e) + \ln\left(\frac{e^2}{2}\right)$$

2

2. بين أن

$$\ln 2 + \ln(2 + \sqrt{2}) + \ln(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}) + \ln(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}) = 2\ln(2)$$

1

3. حدد مجموعة التعريف الدوال العددية التالية :

2

$$k(x) = \frac{2x}{\sqrt{1 - \ln x}}, \quad h(x) = \ln(x^4), \quad f(x) = \ln(2x), \quad g(x) = \ln(1-x)$$

4. حل في المجموعة  $\mathbb{R}$  ما يلي :

$$2 - \ln(x) = 0 \quad ; \quad \ln(x) = 2\ln(3)$$

4

$$\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2 \leq 0 \quad ; \quad 1 - 2\ln(x) < 0$$

5. احسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من المجال  $I$  :

2

$$f(x) = \sqrt{\ln(x)} \quad I = ]1; +\infty[$$

$$f(x) = \ln(x^2 + x + 2) \quad I = \mathbb{R}$$

$$f(x) = x \ln(x) \quad I = ]0; +\infty[$$

6. احسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{x^2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x - \ln(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x^2 - x}$$

3

### التمرين 2

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $I = [0; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x}$

1. أ. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2x = 1$  ثم امل هذا حساباً

1.5

2. أ. بين أن  $\frac{f(x)}{x} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2}{x}}$  ( $x \in ]0; +\infty[$ )

0.5

ب. استنتج أن الدالة  $f$  غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 و أول النتيجة المحصل عليها

0.5

3. أ. بين أن  $f'(x) = 1 + \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}}$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$

1

ب. استنتج أن  $f$  دالة تزايدية قطعاً على المجال  $]0; +\infty[$  ثم اعط جدول تغيرات الدالة  $f$

0.5

ج. أنشئ  $(C_f)$  في معلم متعامد ممنظم  $(\vec{i}, \vec{j})$

0.5

4. أ. بين أن الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  و جب تحديده

0.5

ب. احسب  $f^{-1}(\sqrt{5}-1)$  ثم استنتج  $f^{-1}(\sqrt{5}+1)$

0.5

ج. بين أن  $f^{-1}$  قابلة للاشتقاق في  $\sqrt{5}+1$  ثم احسب  $(f^{-1})'(\sqrt{5}+1)$

0.5