Correction de l'examen national de baccalauréat

Session normale 2019 science math A et B

Exercice 1 : Chimie (6,5 points)

Première partie : dosage de l'acide lactique dans un lait

1-Préparation de la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium

1-1-Etablissement de l'expression de pH :

D'après le produit ionique de l'eau : $K_e = [H_3O^+]_{éq}.[HO^-]_{éq} \Longrightarrow [H_3O^+]_{éq} = \frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}$

On a : $pH = -\log[H_3O^+]_{éq} \Longrightarrow pH = -\log\left(\frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}\right)$

L'hydroxyde de sodium se dissocie totalement dans l'eau : $[HO^-]_{éq} = C_B$

$$pH = -\log\left(\frac{K_e}{C_B}\right) \Longrightarrow pH = \log\left(\frac{C_B}{K_e}\right) \Longrightarrow pH = \log C_B - \log K_e \ (1)$$

1-2-Vérification de la valeur de C_B :

D'après la relation (1) : $pH = \log\left(\frac{C_B}{K_e}\right) \Longrightarrow \frac{C_B}{K_e} = 10^{pH} \Longrightarrow C_B = K_e.10^{pH}$

A.N : $C_B = 10^{-14}.10^{12,70} \Longrightarrow C_B = 5,0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

2-Contrôle de la qualité d'un lait de vache

2-1-L'équation de la réaction du dosage :

$$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2-2-Etablissement de la relation de C_A :

Le tableau d'avancement :

L'équation de la réaction		$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
L'état du système	avancement	Quantités de matière en (mol)			
initial	0	$C_A.V_A$	$C_B.V_{BE}$	0	En excès
intermédiaire	x	$C_A.V_A - x$	$C_B.V_{BE} - x$	x	En excès
équivalence	x_E	$C_A.V_A - x_E$	$C_B.V_{BE} - x_E$	x_E	En excès

A l'équivalence les deux réactifs HA et HO^- sont limitants :

$$\begin{cases} C_A.V_A - x_E = 0 \\ C_B.V_{BE} - x_E = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_A.V_A = x_E \\ C_B.V_{BE} = x_E \end{cases} \Rightarrow C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}$$

2-3- Etablissement de la relation :

La constante d'acidité : $K_A = \frac{[A^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HA]_{éq}} = 10^{-pH}.\frac{[A^-]_{éq}}{[HA]_{éq}}$

Avant l'équivalence $0 < V_B < V_{BE}$ le réactif limitant est HO^- donc : $x_{max} = C_B.V_B$

$$[A^-]_{éq} = \frac{x_{max}}{V_A+V_B} = \frac{C_B.V_B}{V_A+V_B} \quad ; \quad [HA]_{éq} = \frac{C_A.V_A - x_{max}}{V_A+V_B} = \frac{C_B.V_{BE} - C_B.V_B}{V_A+V_B}$$

$$K_A = 10^{-pH}.\frac{\frac{C_B.V_B}{V_A+V_B}}{\frac{C_B.V_{BE} - C_B.V_B}{V_A+V_B}} = 10^{-pH}.\frac{V_B}{V_{BE} - V_B}$$

$$V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$$

2-4-1-Détermination du volume V_B et déduction de C_A :

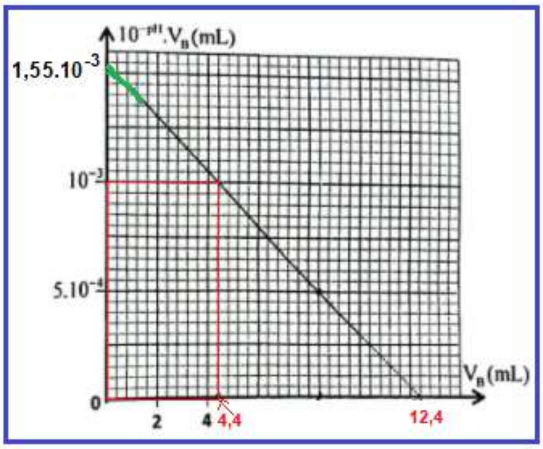
La courbe $V_B.10^{-pH} = f(V_B)$ est une fonction affine, son équation s'écrit : $V_B.10^{-pH} = aV_B + b \ (2)$

a est le coefficient directeur : $a = \frac{10^{-3} - 0}{4{,}4.10^{-3} - 12{,}4.10^{-3}} = -0{,}125$

b L'ordonnée à l'origine : $0 = a.12{,}4.10^{-3} + b \Rightarrow b = 0{,}125 \times 12{,}4.10^{-3} = 1{,}55.10^{-5}$

D'après la relation (2) : $V_B.10^{-pH} = aV_B + b \Rightarrow V_B.10^{-pH} = K_A.V_{BE} - K_A.V_B \ (3)$

En comparant les relations (1) et (2) on écrit :



$$\begin{cases} a = -K_A \\ b = K_A.V_{BE} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{K_A.V_{BE}}{-K_A} = -V_{BE}$$

$$V_{BE} = -\frac{b}{a}$$

$$V_{BE} = -\frac{-1{,}55.10^{-5}}{-0{,}125} = 12{,}4.10^{-3}\ L$$

$$V_{BE} = 12{,}4\ mL$$

Déduction de C_B :

$$C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} \Rightarrow C_A = \frac{5.10^{-2} \times 12{,}4}{25} \Rightarrow C_A = 2{,}48.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

2-4-2-Détermination de pK_A :

On a : $a = -K_A \Rightarrow K_A = -a$

$$pK_A = -\log K_A = -\log(-a)$$

$$pK_A = -\log(1{,}55.10^{-5}) \Rightarrow pK_A = 3{,}90$$

2-5- Le lait étudié est-il frais ?

$$C_A.V = \frac{m}{M} \Longrightarrow m = C_A.M.V$$

$$m = 2{,}48.10^{-2} \times 90 \times 1 = 2{,}23\ g$$

On a : $\begin{cases} 1{,}0.10^{-1}\ g \rightarrow 1\ °D \\ 2{,}23\ g \rightarrow x°\ D \end{cases} \Longrightarrow x°D = 22{,}32\ °D$

On remarque $22{,}32\ °D > 18\ °D$, donc le lait étudié n'est pas frais.

Deuxième partie : Pile chrome-argent

1- L'équation bilan Lors du fonctionnement de la pile :

Au niveau de l'anode se produit l'oxydation de chrome : $\mathbf{Cr_{(s)} \rightleftarrows Cr^{3+}_{(aq)} + 3e^-}$

Au niveau de la cathode se produit la réduction des ions Ag^+ : $3 \times \left(\mathbf{Ag^+_{(aq)} + e^- \rightleftarrows Ag_{(s)}}\right)$

L'équation bilan : $\mathbf{3Ag^+_{(aq)} + Cr_{(s)} \longrightarrow Cr^{3+}_{(aq)} + 3Ag_{(s)}}$

2- L'avancement à t_1:

Le tableau d'avancement :

Etat du système	$3Ag^+_{(aq)}$ +	$Cr_{(s)}$	$\longrightarrow$	$Cr^{3+}_{(aq)}$ +	$3Ag_{(s)}$	Quantité d'é
Initial	$C_1.V$	$n_1(Cr)$		$C_2.V$	$n_1(Ag)$	$n(e^-) = 0$
Pendant la durée t_1	$C_1.V - 3x$	$n_1(Cr) - x$		$C_1.V + x$	$n_1(Ag) + 3x$	$n(e^-) = 3x$

La variation de la masse de l'électrode de chrome est $\Delta m\ (Cr)$:

$$\begin{cases} \Delta n(Cr) = -x \\ \Delta n(Cr) = \dfrac{\Delta m(Cr)}{M(Cr)} \end{cases} \Longrightarrow \frac{\Delta m(Cr)}{M(Cr)} = -x \Longrightarrow x = \frac{|\Delta m(Cr)|}{M(Cr)} \Longrightarrow x = \frac{52.10^{-3}}{52} = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

3- La concentration des ions Cr^{3+} à t_1 :

$$[Cr^{3+}] = \frac{n(Cr^{3+})}{V} = \frac{C_1.V + x}{V} \Longrightarrow [Cr^{3+}] = C_1 + \frac{x}{V} \Longrightarrow [Cr^{3+}] = 0{,}1 + \frac{10^{-3}}{0{,}1} = 0{,}11\ mol.L^{-1}$$

4- La valeur de t_1 :

$$\begin{cases} Q = n(e^-).F \\ Q = I_0.t_1 \end{cases} \Longrightarrow I_0.t_1 = n(e^-).F \Longrightarrow t_1 = \frac{n(e^-).F}{I_0} \Longrightarrow t_1 = \frac{3x.F}{I_0}$$

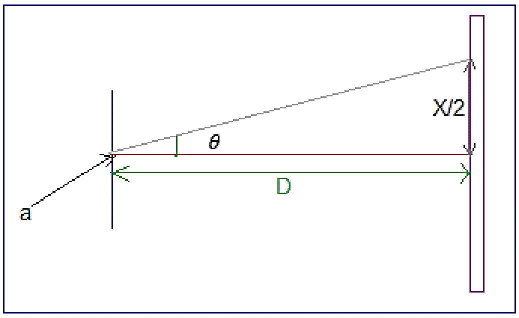
$$t_1 = \frac{3 \times 10^{-3} \times 96500}{50.10^{-3}} = 5{,}79.10^3\ s \Longrightarrow t_1 = 1h\ 36\ min\ 30\ s$$

Exercice 2 : Ondes (2,5 points)-Transformation nucléaires (2,25 points)

I – Diffraction de la lumière

1- Le nombre d'affirmations fausses :

4-affirmations fausses.



2-1- L'expression de θ :

D'après la figure ci-contre : $\tan\theta = \frac{X}{2D}$

L'écart angulaire est très petit, on écrit :

$\text{Tan}\theta \approx \theta$ Donc : $\theta = \frac{X}{2D}$ (1)

2-2- Montrons que le rapport $\frac{\lambda}{D}$ est constant :

L'expression de L'écart angulaire θ : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ (2)

D'après (1) et (2) : $\frac{\lambda}{a} = \frac{X}{2D}$ on écrit : $\frac{\lambda}{X} = \frac{a}{2D}$

$$\begin{cases} a = \text{cte} \\ D = \text{cte} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda}{X} = \text{cte}$$

Déduction de λ_2 :

$$\begin{cases} \lambda_2 = \frac{a}{2D}.X_2 \\ \lambda_1 = \frac{a}{2D}.X_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{a}{2D}.X_2}{\frac{a}{2D}.X_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{X_2}{X_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{X_2}{X_1}.\lambda_1$$

$$\lambda_2 = \frac{5{,}4\text{ cm}}{6{,}0\text{ cm}} \times 632{,}8\text{ nm} \Rightarrow \lambda_2 = 569{,}5\text{ nm}$$

3- Interprétation de l'aspect observé :

Puisque la lumière blanche est polychromatique est la $\theta = \frac{\lambda}{a}$ donc les différentes longueurs d'onde qui constitues la lumière blanche vont être diffractés à des ongles différentes : sur l'écran on observe une tache blanche au milieu car tous les longueurs d'onde qui constitues la lumière blanche se retrouve dans la tache centrale.

4- Calcul de λ_R et v_R :

On a : $n = \frac{\lambda_1}{\lambda_R} \Rightarrow \lambda_R = \frac{\lambda_1}{n}$ A.N : $\lambda_R = \frac{632{,}8}{1{,}5} \Rightarrow \lambda_R = 421{,}86\text{ nm}$

On a : $n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}$ A.N : $v = \frac{3.10^8}{1{,}5} \Rightarrow v = 2.10^8\text{ m.s}^{-1}$

II – Désintégration de l'oxygène 15

1- L'équation de désintégration de ${}^{15}_{8}O$:

$$ {}^{15}_{8}\mathbf{O} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathbf{X} + {}^{0}_{1}\mathbf{e} $$

D'après les lois de Soddy :

$$ \begin{cases} 15 = A + 0 \\ 8 = Z + 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A = 15 \\ Z = 8 - 1 = 7 \end{cases} $$

$$ {}^{15}_{8}\mathbf{O} \longrightarrow {}^{15}_{7}\mathbf{X} + {}^{0}_{1}\mathbf{e} $$

2- Détermination de $|\Delta E|$:

$$ \Delta E = \Delta m.c^2 \Longrightarrow \Delta E = \left[m\left({}^{A}_{Z}X\right) + m\left({}^{0}_{1}e\right) - m\left({}^{15}_{8}O\right)\right].c^2 $$

$$ \Delta E = (15{,}000109 + 5{,}486.10^{-4} - 15{,}00)u.c^2 = -2{,}4084 \times 931{,}5MeV.c^{-2}.c^2 $$

$$ |\Delta E| = 2{,}2434 \text{ Mev} $$

3- La portion de molécules d'eau dans l'injection :

$$ p = \frac{N_0}{N} $$

N_0 : Le nombre de molécules d'eau qui contient ${}^{15}_{8}O$.

N : Le nombre total des molécules d'eau.

$$ \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M(H_2O)} \Longrightarrow N = \frac{m}{M(H_2O)}.N_A $$

$$ \rho = \frac{m}{V} \Longrightarrow m = \rho.V \Longrightarrow m = \frac{\rho.V}{M(H_2O)}.N_A $$

On a : $a_0 = \lambda.N_0$ avec : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

$$ N_0 = \frac{a_0}{\lambda} = \frac{a_0.t_{1/2}}{\ln 2} $$

$$ p = \frac{a_0.t_{1/2}}{\ln 2}.\frac{M(H_2O)}{\rho.V.N_A} $$

$$ p = \frac{3{,}7.10^7 \times 122 \times 18}{\ln 2.6{,}022.10^{23} \times 1 \times 5} = 3{,}89.10^{-14} \Longrightarrow p = 3{,}89.10^{-16}\ \% $$

4- Justification par calcul :

D'après la loi de désintégration radioactive :

$$ a(t_1) = a_0.e^{-\lambda.t_1} \Longrightarrow \frac{a(t_1)}{a_0} = e^{-\lambda.t_1} \Longrightarrow -\lambda.t_1 = \ln\left(\frac{a(t_1)}{a_0}\right) \Longrightarrow t_1 = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\left(\frac{a(t_1)}{a_0}\right) $$

$$t_1 = -\frac{122}{\ln 2}.\ln\left(\frac{0,15}{100}\right) = 1144,46\ s \Longrightarrow t_1 \approx 19\ min$$

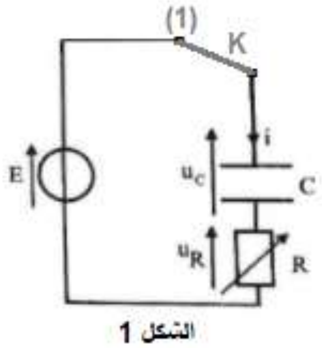
Donc à l'instant $t = 20min$, on peut faire une nouvelle injection.

Exercice 3 : Electricité (5,5 points)

1-Charge du condensateur

1-1- L'équation différentielle vérifiée par $q(t)$:

D'après la loi d'additivité des tensions et la loi d'ohm :



$$u_R + u_C = E \quad \Longrightarrow R_0.C.i(t) + C.u_C = C.E$$

$$R_0.C.\frac{dq(t)}{dt} + q(t) = C.E$$

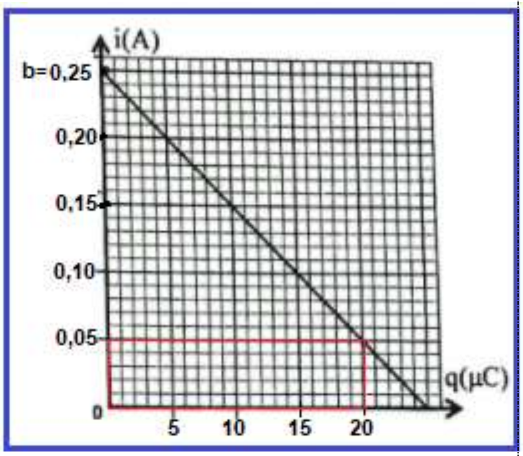
$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{R_0.C}.q(t) = \frac{E}{R_0}$$

1-2- En se basant sur le graphe de la figure 2 :

L'équation de la courbe : $i(t) = a.t + b$

D'après l'équation différentielle l'expression de i(t) s'écrit : $i(t) = -\frac{1}{R_0.C}.q(t) + \frac{E}{R_0}$ (2)

On comparant (1) et(2), on a le coefficient directeur : $a = -\frac{1}{R_0.C} = -\frac{1}{\tau}$



et b l'ordonnée à l'origine : $b = \frac{E}{R_0}$

1-2-1- La valeur de E :

$b = \frac{E}{R_0} \Longrightarrow E = b.R_0$ graphiquement on trouve : $b = 0,25\ A$

$$E = 0,25 \times 40 = 10\ V$$

1-2-2- La valeur de τ :

$$a = -\frac{1}{\tau} \Longrightarrow \tau = -\frac{1}{a}$$

$$a = \frac{\Delta i}{\Delta q} = \frac{0,25 - 0,05}{0 - 20.10^{-6}} = -10^{-4}\ s^{-1}$$

$$\tau = 10^{-4}\ s$$

1-3- Vérification de la valeur de C :

$$\tau = R_0.C \implies C = \frac{\tau}{R_0}$$

$$C = \frac{10^{-4}}{40} = 2{,}5.10^{-6}\ F \implies C = 2{,}5\ \mu F$$

2- Décharge du condensateur dans la bobine

2-1-1- L'équation différentielle vérifiée par $q(t)$:

D'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_C + u_R + u_L = 0$$

$$C.u_C + R_1.C.i(t) + r.C.i(t) + L.C.\frac{di}{dt} = 0$$

$$q(t) + (R_1 + r).C.\frac{dq(t)}{dt} + L.C.\frac{d^2q(t)}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + \underbrace{\left(\frac{R_1 + r}{C}\right)}_{=A}.\frac{dq(t)}{dt} + \underbrace{\frac{1}{L.C}}_{=B}.q(t) = 0$$

On pose : $A = \frac{R_1+r}{C}$ et $B = \frac{1}{L.C}$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + A.\frac{dq(t)}{dt} + B.q(t) = 0$$

2-1-2- La valeur de u_L la tension aux bornes de la bobine :

A t=0 l'instant ou K est en la position (2) :

$$u_C(0) + u_R(0) + u_L(0) = 0$$

$$u_R(0) = R_1.\underbrace{i(0)}_{=0} = 0 \text{ و } u_C(0) = E$$

$$u_L(0) = -u_C(0) = -E \implies u_L(0) = -10\ V$$

2-1-3- Vérifions que $L = 1{,}0H$:

On a : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

$$T_0^2 = 4\pi^2 L.C \iff L = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C}$$

Graphiquement : $T = 10\ ms$, sachant que $T = T_0$:

$$L = \frac{(10.10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 2{,}5.10^{-6}} \implies L = 1{,}0\ H$$

2-1-4- L'énergie dissipée par effet Joule :

On a : $\Delta E_T = E_T(t_1) - E_T(t = 0)$

A l'instant t_1 :

$$E_T(t_1) = E_m(t_1) + E_e(t_1) = \frac{1}{2}L.i_1^2 + \frac{1}{2C}.q_1^2$$

Graphiquement on a : $q_1 = q_{1min} = -1{,}5 \times 10 = -15\ \mu C \implies E_e(t_1)$ maximale et $i_1 = 0 \implies E_m(t_1) = 0$

$$E_{T1} = \frac{1}{2C}.q_1^2$$

A l'instant $t = 0$:

Graphiquement on a : $q_0 = q_{0max} = 2{,}5 \times 10 = 25\ \mu C \implies E_e(t = 0)$ maximale et $i_0 = 0 \implies E_m(t = 0) = 0$

$$E_{T0} = \frac{1}{2C}.q_0^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2C}.q_1^2 - \frac{1}{2C}.q_0^2 \implies \Delta E = \frac{1}{2C}.(q_1^2 - q_0^2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2 \times 2{,}5.10^{-6}} \times [(-15.10^{-6})^2 - (25.10^{-6})^2] = -8.10^{-5}\ J = -80\ \mu J$$

$$\Delta E = -80\ \mu J$$

2-2- La valeur minimale de R :

On a : $A > 2\sqrt{B}$

$$\frac{R + r}{L} > 2\sqrt{\frac{1}{L.C}} \implies R_T > 2L.\frac{1}{\sqrt{L.C}} \implies R_T > 2\sqrt{\frac{L}{C}} \implies R_T > R_C$$

On a : $R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

$$[R_C] = \left(\frac{[L]}{[C]}\right)^{1/2}$$

$$[L] = \frac{[U].[t]}{[I]} \quad ; \quad [C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$$

$$[R_C] = \left(\frac{[U]^2}{[I]^2}\right)^{1/2} = \frac{[U]}{[I]} \implies [R_C] = [R]$$

R_C à les dimensions de la résistance.

- La valeur minimale de R :

$$R_T > R_C \Rightarrow R + r > R_C \Rightarrow R > R_C - r \Rightarrow R > 2\sqrt{\frac{L}{R}} - r \Rightarrow R_{min} = 2\sqrt{\frac{L}{R}} - r$$

$$R_{min} = 2\sqrt{\frac{1}{R = 2{,}5.10^{-6}}} - 12 = 1252{,}91\Omega \Rightarrow R_{min} = R \approx 1253\ \Omega$$

3- Les oscillations électriques forcées dans un circuit RLC série

3-1- L'intensité du courant indiquée par l'ampèremètre :

On a : $Z = \frac{U}{I_{eff}} \Rightarrow I_{eff} = \frac{U}{Z}$ et $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

$$I_{eff} = \frac{U_m}{Z\sqrt{2}}$$

Graphiquement : $U_m = 3V$

A. N : $I_{eff} = \frac{3}{390{,}4\sqrt{2}} = 5{,}43.10^{-3}\ A \Rightarrow I_{eff} = 5{,}43\ mA$

3-2- Calcul de la valeur de R_2 :

$$U_{Rm} = R_2.I_m \Rightarrow R_2 = \frac{U_{Rm}}{I_m} \Rightarrow R_2 = \frac{U_{Rm}}{I_{eff}.\sqrt{2}}$$

$$R_2 = \frac{2}{5{,}43.10^{-3} \times \sqrt{2}} = 260{,}44\ \Omega \Rightarrow R_2 \approx 260\ \Omega$$

3-3- L'expression numérique de la tension $u(t)$:

Graphiquement : $\begin{cases} T = 4 \times 2ms = 8\ ms \Rightarrow N = \frac{1}{T} = \frac{1}{8.10^{-3}} = 125\ Hz \\ U_m = 3\ V \end{cases}$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T}.\tau = \frac{2\pi}{8} \times 1 = \frac{\pi}{4}$$

La tension $u(t)$ est en avance de phase par rapport à l'intensité du courant $i(t)$: $\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$

$$u(t) = U_m.\cos(2\pi N.t + \varphi) \Rightarrow u(t) = 3.\cos\left(250\pi.t + \frac{\pi}{4}\right)$$

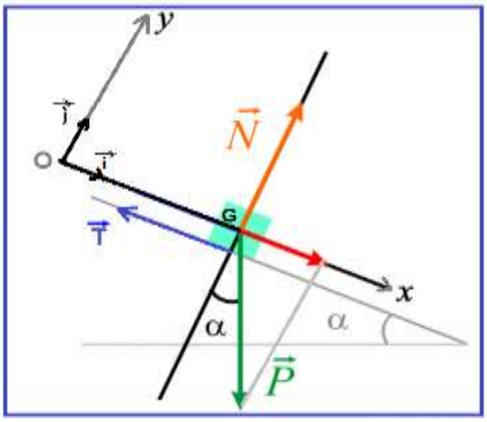
Exercice 4 : Mécanique (3,25 points)

Partie I : Etude du mouvement d'un skieur

1- Première cas : Mouvement du skieur sans frottement

1-1- L'expression de a_G :

- Système étudié : {Système (S)}
- Bilan des forces :
  - $\vec{P}$: son poids
  - $\vec{R}$: action de la piste tel que : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$
    - $\vec{N}$: la composante normale du plan incliné
    - $\vec{T}$: la composante tangentielle du plan incliné
    - Application de la deuxième loi de Newton, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.



$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \Longrightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$$

- Projection sur Ox :

$$P_x + 0 + T_x = m.a_x \Longrightarrow P.\sin\alpha - T = m.a_G \Longrightarrow m.g.\sin\alpha - T = m.a_G$$

$$a_G = g.\sin\alpha - \frac{T}{m}$$

- Projection sur Oy :

$$P_y + N_y = m.a_y \Longrightarrow -P.\cos\alpha + N = 0 \Longrightarrow N = m.g.\cos\alpha$$

On a : $k = \frac{T}{N} \Longrightarrow T = k.N$

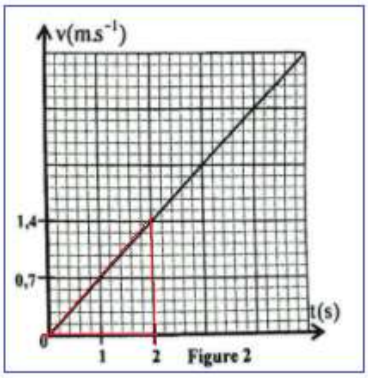
$$a_G = g.\sin\alpha - \frac{T}{m} \Longrightarrow a_G = g.\sin\alpha - \frac{k.N}{m} \Longrightarrow a_G = g.\sin\alpha - \frac{k.m.g.\cos\alpha}{m}$$

$$a_G = g.\sin\alpha - k.g.\cos\alpha \Longrightarrow a_G = g.(\sin\alpha - k.\cos\alpha)$$

1-2- La détermination graphique de a_G :

La courbe $v = f(t)$ est une fonction linéaire, son équation s'écrit :

$v = a_G.t$ avec a_G est le coefficient directeur :



$$a_G = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Longrightarrow a_G = \frac{1,4-0}{2-0} \Longrightarrow a_G = 0,7\ m.s^{-2}$$

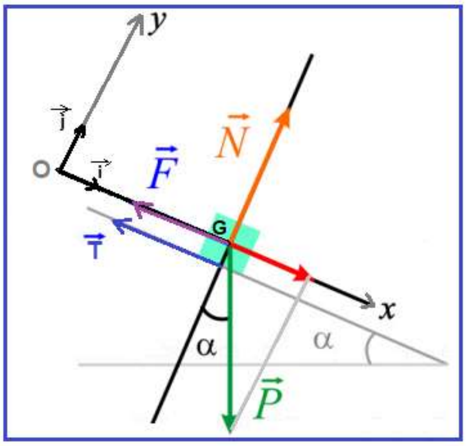
1-3- Vérification de la valeur de k :

$$a_G = g.(\sin\alpha - k.\cos\alpha) \Longrightarrow \frac{a_G}{g} = \sin\alpha - k.\cos\alpha \Longrightarrow k.\cos\alpha = \sin\alpha - \frac{a_G}{g}$$

$$k = \frac{1}{\cos\alpha}\left(\sin\alpha - \frac{a_G}{g}\right) \xrightarrow{\text{ت.ع :}} k = \frac{1}{\cos(45°)}\left(\sin(45°) - \frac{0,7}{10}\right) \Longrightarrow k = 0,9$$

Deuxième cas : Mouvement du skieur avec frottement fluide

2-1- L'équation différentielle :



- Système étudié : $\{\text{Système } (S)\}$
- Bilan des forces :

➢ $\vec{P}$: son poids

➢ $\vec{R}$: action de la piste tel que : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

  - $\vec{N}$: la composante normale du plan incliné
  - $\vec{T}$: la composante tangentielle du plan incliné

➢ $\vec{F}$: force de frottement fluide tel que $\vec{F} = -\lambda.\vec{V}$ son intensité : $F = \lambda.V$

- Application de la deuxième loi de Newton, dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \implies \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F} = m.\vec{a}_G$$

- Projection sur Ox :

$$P_x + 0 + T_x + F_x = m.a_x \implies P.\sin\alpha - T - \lambda.V = m.\frac{dV}{dt} \implies m.g.\sin\alpha - T - \lambda.V = m.\frac{dV}{dt}$$

$$g.\sin\alpha - \frac{T}{m} - \frac{\lambda}{m}.V = \frac{dV}{dt} \implies \frac{dV}{dt} + \frac{\lambda}{m}.V + \frac{T}{m} - g.\sin\alpha = 0$$

On pose : $A = \frac{\lambda}{m}$ et $B = \frac{T}{m} - g.\sin\alpha$ $\implies$ L'équation différentielle s'écrit : $\frac{dV}{dt} + A.V + B = 0$

2-2- La valeur de la vitesse limite V_ℓ :

En régime permanant on a : $V_\ell = cte \implies \frac{dV_\ell}{dt} = 0$

$$0 + A.V_\ell + B = 0 \implies V_\ell = -\frac{B}{A} \implies V_\ell = -\frac{\frac{T}{m} - g.\sin\alpha}{\frac{\lambda}{m}} = \frac{m.g.\sin\alpha - T}{\lambda} = \frac{m.g.\sin\alpha - k.N}{\lambda}$$

$$V_\ell = \frac{m.g.\sin\alpha - k.m.g.\cos\alpha}{\lambda} \implies V_\ell = m.g\frac{\sin\alpha - k.\cos\alpha}{\lambda}$$

$$V_\ell = 75 \times 10 \times \frac{\sin(45°) - 0{,}9 \times \cos(45°)}{5} \implies V_\ell = 10{,}6\ m.s^{-1}$$

2-3-La valeur de V_2:

La méthode d'Euler : $V_2 = a_1.\Delta t + V_1$

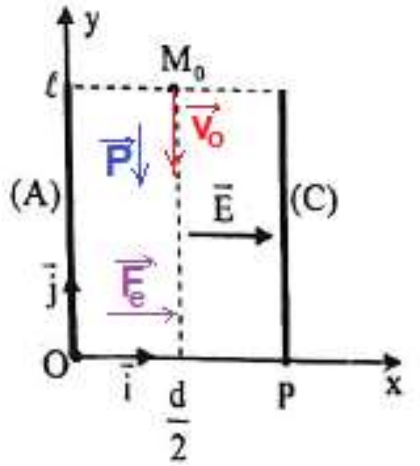
D'après l'équation différentielle : $\frac{dV}{dt} + A.V + B = 0 \implies a_1 = -B - A.V_1$

$$V_2 = (-B - A.V_1).\Delta t + V_1$$

$$V_2 = (-(-0{,}71) - 0{,}067 \times 6{,}30) \times 1{,}40 + 6{,}30 \Rightarrow V_2 = 6{,}70\ m.s^{-1}$$

Partie II : Mouvement d'une sphère chargée dans le champ de pesanteur et dans un champ électrique

1- Les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $y(t)$:



- Système étudié : {la sphère (S)}
- Bilan des forces :
- ➢ $\vec{P}$: son poids, tel que : $\vec{P} = m.\vec{g}$
- ➢ $\vec{F}$: force électrostatique, tel que : $\vec{F} = q.\vec{E}$
- Application de la deuxième loi de Newton, dans le repère $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} = m.\vec{a}_G \Rightarrow q.\vec{E} + m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$$

$$\vec{a}_G = \vec{g} + \frac{q}{m}.\vec{E}$$

D'après les conditions initiales :

$$\vec{E}\begin{cases} E_x = E & \rightarrow (\vec{E} \parallel \overrightarrow{Ox}) \\ E_y = 0 & \rightarrow (\vec{E} \perp \overrightarrow{Oy}) \end{cases} \quad ; \quad \vec{g}\begin{cases} g_x = 0 & \rightarrow (\vec{g} \perp \overrightarrow{Ox}) \\ g_y = -g & \rightarrow (\vec{E} \parallel \overrightarrow{Oy}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = V_{0x} = 0 \\ C_2 = V_{oy} = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} C_3 = x_0 = \frac{d}{2} \\ C_4 = y_o = \ell \end{cases}$$

- Projection de la relation vectorielle sur l'axe Ox et Oy :

$$\vec{a}_G\begin{cases} a_x = g_x + \frac{q}{m}.E_x \\ a_y = g_y + \frac{q}{m}.E_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\,V_x}{dt} = \frac{q}{m}.E \\ \frac{d\,V_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{intergation}} \vec{V}_G\begin{cases} V_x = \frac{q}{m}E.t + C_1 \\ V_y = -g.t + C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = \frac{q}{m}E.t \\ V_y = -g.t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{q}{m}E.t \\ \frac{dy}{dt} = -g.t \end{cases} \xrightarrow{\text{intergation}} \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\frac{q}{m}E.t^2 + C_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + C_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\frac{q}{m}E.t^2 + \frac{d}{2} \\ y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + \ell \end{cases}$$

On a : $E = \frac{U_0}{d}$ et $\alpha = \frac{q}{m}$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\alpha\frac{U_0}{d}.t^2 + \frac{d}{2} \\ y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + \ell \end{cases}$$

$$\text{A.N:}\ \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}.10^{-6}.\frac{U_0}{4.10^{-2}}.t^2 + \frac{4.10^{-2}}{2} \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times 10.t^2 + 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x(t) = 1{,}25.10^{-5}.U_0.t^2 + 2.10^{-2} \\ y(t) = -5.t^2 + 1 \end{cases}$$

2- L'équation de la trajectoire :

On élimine le temps des deux équations horaires $x(t)$ et $y(t)$:

$$x = 1{,}25.10^{-5}.U_0.t^2 + 2.10^{-2} \Longrightarrow 1{,}25.10^{-5}.U_0.t^2 = x - 2.10^{-2} \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{x - 2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5}.U_0}}$$

$$y = -5.t^2 + 1 \Longrightarrow y = -5.\frac{x - 2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5}.U_0} + 1$$

$$y = -\frac{5}{1{,}25.10^{-5}.U_0}.x + \frac{5.2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5}.U_0} + 1 \Longrightarrow y = -\frac{4.10^5}{U_0}.x + \frac{8.10^3}{U_0} + 1$$

3- Montrons que $U_0 = 8\ \text{kV}$:

Au point P on a : $P(x_P = d, y_P = 0)$

$$0 = -\frac{4.10^5}{U_0}.x_P + \frac{8.10^3}{U_0} + 1 \Longrightarrow \frac{4.10^5}{U_0}.x_P - \frac{8.10^3}{U_0} = 1 \Longrightarrow 4.10^5.x_P - 8.10^3 = U_0$$

$$U_0 = 4.10^5.d - 8.10^{-3} \Longrightarrow U_0 = 4.10^5 \times 4.10^{-2} - 8.10^3 = 8.10^3\ \text{V}$$

$$U_0 = 8\ \text{kV}$$

www.svt-assilah.com