

- Chimie -

Partie I :

1- Détermination du pK_A du couple $HCOOH / HCOO^-$ par dosage :

1-1- Equation chimique de la réaction du dosage : $HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

1-2- * Détermination graphique du volume V_{BE} versé à l'équivalence : $V_{BE} = 20mL$.

*** Calcul de la concentration C :** On applique la relation à l'équivalence :

$$C.V_A = C_B \cdot V_{BE} \Rightarrow C = C_B \cdot \frac{V_{BE}}{V_A} \quad A.N : C = 0,1 \cdot \frac{20}{50} = 0,04 \text{ mol.L}^{-1}$$

1-3- Vérification de $p = 80\%$:

- Expression de p :

$$p = \frac{m_{acide}}{m_{solution}} = \frac{n_{ac}.M(HCOOH)}{\rho_{sol}.V} = \frac{n_{ac}}{V} \cdot \frac{M(HCOOH)}{d \cdot \rho_{eau}} \Rightarrow p = C_0 \cdot \frac{M(HCOOH)}{d \cdot \rho_{eau}}$$

Or d'après la relation de dilution : $C_0 \cdot V_0 = C \cdot V_s \Rightarrow C_0 = C \cdot \frac{V_s}{V_0}$

$$\text{Finalement : } p = C \cdot \frac{V_s}{V_0} \cdot \frac{M(HCOOH)}{d \cdot \rho_{eau}} \quad A.N : C = 0,04 \times \frac{1000}{2} \times \frac{46}{1,15 \times 1000} = 0,8 = 80\%$$

1-4- * Détermination de l'espèce prédominante :

- Lorsque $V_B = 16mL$ alors $pH = 4,4$.

- Dressons le tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$HCOOH_{(l)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
Etat du système	Avancement $x(\text{mol})$	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$C.V_A$	$C_B \cdot V_B$	0	0
Etat intermédiaire	x	$C.V_A - x$	$C_B \cdot V_B - x$	x	x
Etat équivalence	x_E	$C.V_A - x_E$	$C_B \cdot V_B - x_E$	$x = x_E$	$x = x_E$

En se servant de ce tableau ; on obtient pour $x < x_E$:

$$* [HO^-] = \frac{C_B \cdot V_B - x}{V} \Rightarrow x = C_B \cdot V_B - [HO^-]V = C_B \cdot V_B - \frac{K_e}{10^{-pH}} \cdot (V_A + V_B)$$

$$A.N : x = 0,1 \times 16 \cdot 10^{-3} - \frac{10^{-14}}{10^{-4,4}} \times (50 + 16) \cdot 10^{-3} \approx 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$* [HCOO^-] = \frac{x}{V} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{(50 + 16) \cdot 10^{-3}} \approx 2,42 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$* [HCOOH] = \frac{C.V_A - x}{V} = \frac{0,04 \times 50 \cdot 10^{-3} - 1,6 \cdot 10^{-3}}{(50 + 16) \cdot 10^{-3}} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

On remarque que $[HCOO^-] > [HCOOH]$, donc l'espèce prédominante est $HCOO^-$.

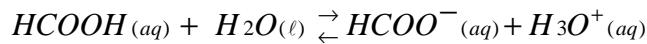
*** Déduction du pK_A du couple $HCOOH / HCOO^-$:**

$$pK_A = -\log(K_A) = -\log\left(\frac{[H_3O^+] \cdot [HCOO^-]}{[HCOOH]}\right)$$

$$A.N : pK_A = -\log\left(\frac{10^{-4,4} \times 2,42 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-3}}\right) = -\log(1,61 \cdot 10^{-4}) \approx 3,8$$

2- Détermination du pK_A du couple $HCOOH / HCOO^-$ par conductivité :

2-1- Equation chimique de la réaction entre $HCOOH$ et l'eau :



2-2- Expression de l'avancement final x_f :

Equation de la réaction		$HCOOH_{(l)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
Etat du système	Avancement x (mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$C.V_1$	en excès	0	0
Etat intermédiaire	x	$C.V_1 - x$	en excès	x	x
Etat final	x_f	$C.V_1 - x_f$	en excès	x_f	x_f

- Expression de la conductivité de la solution (S) : $\sigma = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{HCOO^-} \times [HCOO^-]$ (1)

- En se servant du tableau : $[H_3O^+] = [HCOO^-] = \frac{x_f}{V_1}$ (2)

- (1) et (2) donnent : $\sigma = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}) \cdot \frac{x_f}{V_1}$, qui conduit à : $x_f = \frac{\sigma \cdot V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$

2-3- Taux d'avancement final τ :

$$\tau = \frac{x_f}{x_m} = \frac{\frac{\sigma \cdot V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}}{C \cdot V_1} \Rightarrow \tau = \frac{\sigma}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}) \cdot C}$$

$$A.N : \tau = \frac{0,1}{(3,50 \cdot 10^{-2} + 5,46 \cdot 10^{-3}) \times 0,04 \cdot 10^3} \approx 0,062 = 6,2\%$$

2-4- Expression du pK_A du couple $HCOOH / HCOO^-$:

$$pK_A = -\log(K_A) = -\log\left(\frac{[H_3O^+] \times [HCOO^-]}{[HCOOH]}\right)$$

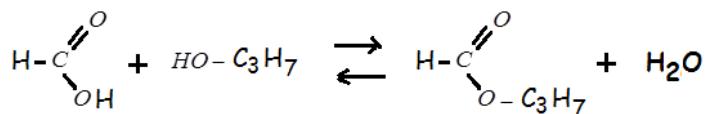
avec $[HCOO^-] = [H_3O^+] = \tau \cdot C$ et $[HCOOH] = C - [H_3O^+] = C \cdot (1 - \tau)$

$$pK_A = -\log\left(\frac{\tau^2 \cdot C}{1 - \tau}\right) \quad A.N : pK_A = -\log\left(\frac{0,062^2 \times 0,04}{1 - 0,062}\right) \approx 3,79$$

Partie II :

1- La proposition juste est : b) Le temps de demi-réaction diminue en utilisant un catalyseur.

2- * Equation chimique de la réaction entre l'acide méthanoïque et le propan-1-ol :



* Le composé organique formé est : méthanoate de propyle.

3- L'état d'équilibre n'est pas encore atteint à t_1 :

- A t_1 , la quantité de matière d'acide restante est $n_r(\text{acide}) = m/M = 6,9/46 = 0,15\text{mol}$.

Equation de la réaction		acide + alcool \rightleftharpoons ester + eau			
Etat du système	Avancement $x(\text{mol})$	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$n_1 = 0,2$	$n_2 = 0,2$	0	0
Etat intermédiaire	X_1 à t_1	$0,2 - x_1$	$0,2 - x_1$	x_1	x_1
Etat final	X_f	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	x_f	x_f

- D'après ce tableau : $n_r(\text{acide}) = 0,2 - x_1 = 0,15 \Rightarrow x_1 = 0,05\text{mol}$

- On a aussi $x_{\text{max}} = 0,2\text{mol}$ et $x_f = \tau \cdot x_{\text{max}} = 0,67 \times 0,2 = 0,134\text{mol}$

- On remarque que $x_1 = 0,05\text{mol} < x_f = 0,134\text{mol}$

- On conclue que l'état d'équilibre n'est pas encore atteint à t_1 .

- Physique -

LES ONDES :

1- Diffraction d'une lumière monochromatique :

1-1- La proposition juste est : c) $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{633 \cdot 10^{-9}} \approx 4,739 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

1-2- Expression de la largeur a :

- D'après la figure 1 ; on a : $\theta \approx \tan(\theta) = \frac{\ell/2}{D} = \frac{\ell}{2D}$ et $\theta = \frac{\lambda}{a}$

- On en déduit que : $a = \frac{2 \cdot \lambda \cdot D}{\ell}$ A.N : $a = \frac{2 \times 633 \cdot 10^{-9} \times 1,5}{3,4 \cdot 10^{-2}} \approx 558 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 55,8 \mu\text{m}$

1-3- * Ecart angulaire : $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{0,633}{55,8} = 1,13 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$

* Largeur de la tache centrale :

$\theta \approx \tan(\theta) = \frac{\ell'}{2D} \Rightarrow \ell' = 2 \cdot D \cdot \theta$ A.N : $\ell' = 2 \times 3 \times 1,13 \cdot 10^{-2} = 0,068 \text{ m} = 6,8 \text{ cm}$

2- Etude de la radiation émise par le laser :

2-1- Calcul de l'énergie du photon :

$E = h \nu$ A.N : $E = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 4,739 \cdot 10^{14}}{1,6022 \cdot 10^{-19}} \approx 1,96 \text{ eV}$

2-2- Détermination des niveaux d'énergie En et Ep :

$E_n - E_p = 1,96 \text{ eV} \Rightarrow E_n = E_p + 1,96 \text{ eV}$

Si $p = 1$: $E_1 = 18,37 \text{ eV}$ alors $E_n = E_1 + 1,96 \text{ eV} = 18,37 + 1,96 = 20,33 \text{ eV}$ (n'est pas un niveau d'énergie)

Si $p = 2$: $E_2 = 18,70\text{eV}$ alors $E_n = E_2 + 1,96\text{eV} = 18,70 + 1,96 = 20,66\text{eV} = E_6$ (c'est le niveau d'énergie 6)
L'émission de la radiation rouge émise par le laser est due au passage de l'atome du Néon Ne du niveau d'énergie $E_6 = 20,66\text{eV}$ au niveau d'énergie $E_2 = 18,70\text{eV}$.

L'ELECTRICITE :

1- Charge d'un condensateur et sa décharge dans un conducteur ohmique :

1-1- Montrons que $C = 20\text{nF}$:

- On sait que la charge q du condensateur est liée à la tension u_{AB} entre ses bornes A et B par la relation : $q = C \cdot u_{AB}$
- D'après la figure 2, q est une fonction linéaire du temps et C représente le coefficient directeur de la droite :

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}} = \frac{0,02 \cdot 10^{-6}}{1} = 2 \cdot 10^{-8} \text{F} = 20 \text{nF}$$

1-2- Durée Δt nécessaire pour que $u_{AB} = 6\text{V}$ c.à.d $q = 0,12\mu\text{C}$ (figure 2):

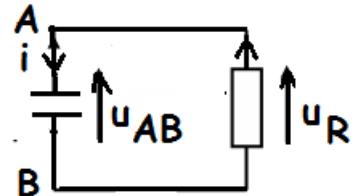
$$\text{On } q(t) = I_0 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{q(t)}{I_0} \text{ A.N : } \Delta t = \frac{0,12 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 10^{-6}} = 1,2 \text{s}$$

1-3-1- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_{AB}(t)$:

D'après la figure ci-contre : $u_{AB} = u_R$

En respectant les conventions : $u_{AB} = \frac{q}{C}$ et $u_R = -R \cdot i$ avec $i = \frac{dq}{dt}$

$$\text{Alors : } \frac{du_{AB}}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i = \frac{1}{C} \cdot \left(-\frac{u_{AB}}{R} \right) \Rightarrow \frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot u_{AB} = 0$$



1-3-2- Recherche de U_0 et de R :

- La solution est de la forme : $u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\alpha \cdot t}$

- On aura : $\ln(u_{AB}) = \ln U_0 - \alpha \cdot t$

- D'après la figure 3 : $\ln U_0 = 2,5 \Rightarrow U_0 = e^{2,5} = 12,2\text{V}$

- $(-\alpha)$ représente le coefficient directeur de la droite de la figure 3 :

$$\alpha = -\frac{\Delta \ln(u_{AB})}{\Delta t} = -\frac{2,5 - 0}{0 - 5 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$- u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \Rightarrow \frac{du_{AB}}{dt} = -\alpha \cdot u_{AB} \Rightarrow \frac{du_{AB}}{dt} + \alpha \cdot u_{AB} = 0$$

- En identifiant cette dernière équation avec l'équation différentielle ; on déduit que :

$$\alpha = \frac{1}{RC} \text{ donc } R = \frac{1}{\alpha \cdot C} \text{ A.N : } R = \frac{1}{5 \cdot 10^4 \times 20 \cdot 10^{-9}} \approx 10^3 \Omega$$

1-3-3- Détermination de la date t_1 :

$$\begin{aligned} E_e(t_1) &= 0,37 E_e(0) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_{AB}^2(t_1) = 0,37 \times \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_{AB}^2(0) \\ &\Rightarrow u_{AB}^2(t_1) = 0,37 \times U_0^2 \Rightarrow U_0^2 \cdot e^{-2\alpha t_1} = 0,37 U_0^2 \Rightarrow t_1 = \frac{\ln(0,37)}{-2\alpha} \end{aligned}$$

$$A.N : t_1 = \frac{\ln(0,37)}{-2 \times 5.10^4} = 9,94.10^{-6} s \approx 10 \mu s$$

2- Décharge du condensateur dans une bobine :

2-1- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_{R0}(t)$:

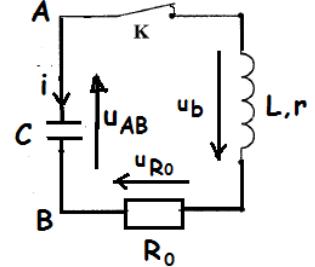
- D'après la loi d'additivité des tensions entre A et B : $-u_{AB} = u_{R_0} + u_b$

- En respectant les conventions :

$$u_{AB} = \frac{q}{C} ; u_{R_0} = R_0 \cdot i \text{ et } u_b = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \text{ avec } i = \frac{dq}{dt} = \frac{u_{R_0}}{R_0}$$

$$\text{Alors : } -\frac{q}{C} = u_{R_0} + r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + u_{R_0} + r \cdot i + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \cdot \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{du_{R_0}}{dt} + r \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{L}{R_0} \cdot \frac{d^2u_{R_0}}{dt^2} + (1 + \frac{r}{R_0}) \cdot \frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{1}{R_0 \cdot C} \cdot u_{R_0} = 0$$



2-2-1- Détermination de la valeur de r :

Lorsqu'on insère le générateur en série pour entretenir les oscillations électriques ; alors l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{R0}(t)$ devient :

$$\frac{L}{R_0} \cdot \frac{d^2u_{R_0}}{dt^2} + (1 + \frac{r}{R_0} - \frac{K}{R_0}) \cdot \frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{1}{R_0 \cdot C} \cdot u_{R_0} = 0$$

La tension $u_{R0}(t)$ est sinusoïdale, cela impose $(1 + \frac{r}{R_0} - \frac{K}{R_0}) = 0 \Rightarrow K = R_0 + r$ ou $r = K - R_0$

$$A.N : r = 20 - 12 = 8 \Omega$$

2-2-2- Recherche de L et de U_{cmax} :

- L'énergie magnétique E_m représentée dans la figure 5 est périodique de période $T_e = 0,25 \text{ ms}$

- La tension sinusoïdale $u_{R0}(t)$ est de période $T = 2 \times T_e = 0,5 \text{ ms}$

$$- \text{On a la relation : } T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C}$$

$$A.N : L = \frac{(0,5 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 20 \cdot 10^{-9}} \approx 0,312 \text{ H}$$

- L'énergie du circuit se conserve au cours du temps : $E_T = E_m + E_e = 1 \mu J$; et d'après la

$$\text{figure 5 : } \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_{cmax}^2 = 1 \mu J = 10^{-6} \text{ J} \text{ donc } U_{cmax} = \sqrt{\frac{2 \times 10^{-6}}{C}} = \sqrt{\frac{2 \times 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-9}}} = 10 \text{ V}$$

3- Réception d'une onde électromagnétique :

3-1- La proposition juste est : d) Dans une antenne réceptrice, l'onde électromagnétique engendre un signal électrique de même fréquence.

3-2- Pour recevoir l'onde de fréquence N_0 ; il faut :

$$N_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_0 \cdot C_0}} \text{ A.N : } N_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{0,781 \cdot 10^{-3} \times 20 \cdot 10^{-9}}} \approx 0,04 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 40 \text{ kHz ce qui est le cas}$$

3-3- Pour avoir une bonne détection d'enveloppe :

- Première condition : $F_p \gg f_s$ est vérifiée car $40\text{kHz} \gg 4\text{kHz}$
- Deuxième condition doit être vérifiée : $T_p \ll \tau < T_s$, avec $\tau = R.(C + C_0)$

$$\Rightarrow \frac{1}{R.F_p} \ll C + C_x < \frac{1}{R.f_s} \Rightarrow \frac{1}{R.F_p} - C \ll C_x < \frac{1}{R.f_s} - C$$

$$A.N : \frac{1}{10^3 \times 40.10^3} - 20.10^{-9} \ll C_x < \frac{1}{10^3 \times 4.10^3} - 20.10^{-9} \Rightarrow 5.10^{-9} F \ll C_x < 230.10^{-9} F$$

$$\Rightarrow C_x \in [5nF; 230nF]$$

LA MECANIQUE :

PARTIE I : Etude du mouvement de chute de deux corps

1- Etude de la chute d'un corps avec frottement :

1-1- Equation différentielle du mouvement vérifiée par la composante v_{Ay} :

- Système à étudier : {corps(A)}

- Repère d'étude R ($O ; \vec{i}, \vec{j}$) supposé galiléen ;

- Bilan des forces extérieures :

- * Poids du corps : \vec{P}

- * Force de frottement fluide : $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}_A$

- 2ème loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Oy : $P_y + f_y = m \cdot a_y$ (*)

- Expressions : $P_y = -P = -m \cdot g$, $f_y = -k \cdot v_{Ay}$ et $a_y = \frac{dv_{Ay}}{dt}$.

- La relation (*) devient : $-m \cdot g - k \cdot v_{Ay} = m \cdot \frac{dv_{Ay}}{dt}$

- Finalement l'équation différentielle est : $\frac{dv_{Ay}}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v_{Ay} + g = 0$ avec $\tau = \frac{m}{k}$

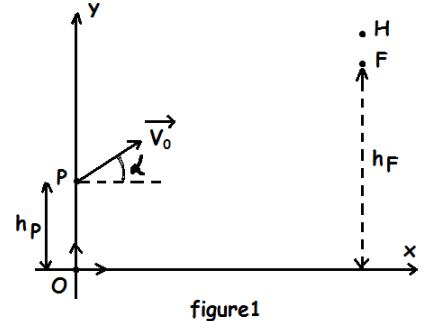


figure1

1-2- * Détermination de la constante τ :

On trace la tangente à la courbe à l'instant $t=0$ (voir la figure2) ;

on trouve : $\tau = 0,1\text{s}$

* Déduction de k :

$$\tau = \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{m}{\tau} \quad A.N : k = \frac{0,5}{0,1} = 5 \text{ kg.s}^{-1}$$

1-3- Détermination de la vitesse $v_{Ay}(t_i)$ à l'instant t_i :

- La formule d'Euler s'écrit : $v_i = v_{i-1} + a_{i-1} \cdot \Delta t$ (1)

- L'équation différentielle donne : $\frac{1}{\tau} \cdot (v_{Ay})_{i-1} = -\left(\frac{dv_{Ay}}{dt}\right)_{i-1} - g \Rightarrow v_{i-1} = -\tau \cdot (g + a_{i-1})$ (2)

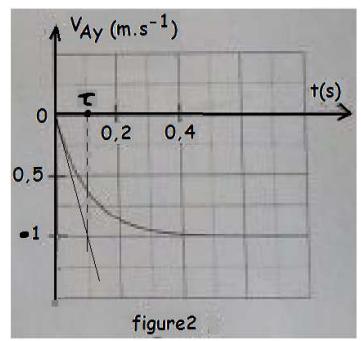


figure2

- En portant (2) dans (1) ; on aura l'expression : $v_i = -[\tau \cdot g + a_{i-1} \cdot (\tau - \Delta t)]$

- A.N : $v_i = -[0,1 \times 10 - 4,089 \times (0,1 - 0,01)] \approx -0,632 \text{ m.s}^{-1}$

2- Etude du mouvement du projectile :

2-1- Etablissement des équations horaires :

- Système à étudier : {corps(B)}

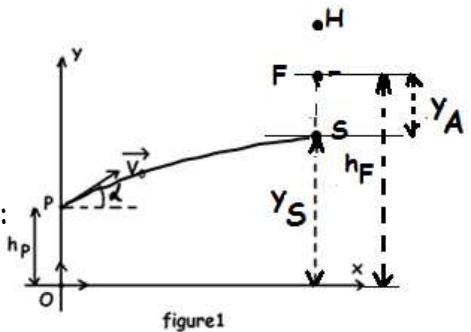
- Repère d'étude R ($O ; \vec{i}, \vec{j}$) supposé galiléen :

- Bilan des forces extérieures : Poids du corps : \vec{P}

- 2^{ème} loi de newton : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$

- Projection de cette relation vectorielle sur les axes Ox et Oy :

$$\begin{cases} P_x = m \cdot a_x \\ P_y = m \cdot a_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = m \cdot a_x \\ -m \cdot g = m \cdot a_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$



- Par intégration, et en tenant compte des conditions initiales ($t=0$) , on obtient:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

- Par intégration, et en tenant compte des conditions initiales ($t=0$) , on obtient:

$$\begin{cases} x_B(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y_B(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + h_P \end{cases}$$

$$\text{- A.N : } \begin{cases} x_B(t) = 20 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y_B(t) = -5 \cdot t^2 + 20 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + 1,8 \end{cases}$$

2-2- Expressions des coordonnées du sommet S :

- Au sommet S, on $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{v_y}{v_x} = 0 \Rightarrow v_y(t_S) = 0$ ($v_x = v_0 \cos(\alpha) \neq 0$)

- $v_y(t_S) = -g \cdot t_S + v_0 \cdot \sin(\alpha) = 0 \Rightarrow t_S = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$; où t_S est l'instant de passage de G_B par S ;

- En portant t_S dans les expressions $x(t_S)$ et $y(t_S)$; on obtient alors :

$$\begin{cases} x_B(t_S) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \\ y_B(t_S) = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \right)^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \left(\frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \right) + h_P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_S = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2 \cdot g} \\ y_S = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{2 \cdot g} + h_P \end{cases}$$

$$\text{- A.N : } \begin{cases} x_S = \frac{20^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2 \times 10} = 20 \cdot \sin(2\alpha) \\ y_S = \frac{20^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{2 \times 10} + 1,8 = 20 \cdot \sin^2(\alpha) + 1,8 \end{cases}$$

2-3- Détermination de l'angle a pour que $G_A = G_B = S$:

$$h_F = y_B(t_S) + y_A(t_S) \quad \text{avec } y_B(t_S) = 20 \cdot \sin^2(\alpha) + 1,8 \quad \text{et } y_A(t_S) = |v_{\text{lim}}| \cdot t_S = 1 \times 2 \cdot \sin(\alpha)$$

D'où l'équation suivante : $20 \sin^2(\alpha) + 2 \sin(\alpha) - 16.7 = 0$

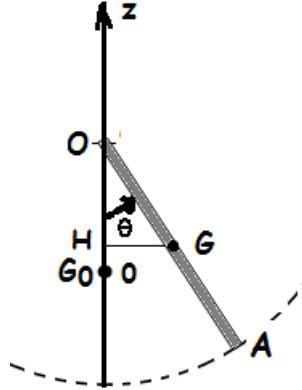
ayant pour solution : $\sin(\alpha) = 0,865 \Rightarrow \alpha \approx 60^\circ$

Partie II : Etude du mouvement d'un pendule pesant :

1- Expression de l'énergie potentielle de pesanteur Epp :

On sait que : $E_{pp}(z) = m.g.(z - z_0) = m.g.G_0H = m.g.(G_0O - HO)$

$$\begin{aligned} E_{pp}(\theta) &= m.g.\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{2}\cos(\theta)\right) \\ &= m.g.\frac{L}{2}(1-\cos(\theta)) ; 1-\cos(\theta) \approx \theta^2/2 \\ \Rightarrow E_{pp}(\theta) &= \frac{mgL}{4} \cdot \theta^2 \end{aligned}$$



2- Equation différentielle du mouvement :

- Energie mécanique : $E_m = E_c + E_{pp}$

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{2} \cdot J_\Delta \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{mgL}{4} \cdot \theta^2 ; J_\Delta = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2 \\ \Rightarrow E_m &= \frac{mL^2}{6} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{mgL}{4} \cdot \theta^2 \end{aligned}$$

- Pas de frottement, alors il y a conservation de cette énergie : $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{dE_m}{dt} &= \frac{mL^2}{6} \cdot \frac{d}{dt}(\dot{\theta}^2) + \frac{mgL}{4} \cdot \frac{d}{dt}(\theta^2) = 0 \\ \Rightarrow \frac{mL^2}{6} \cdot (2 \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta}) + \frac{mgL}{4} \cdot (2 \cdot \theta \cdot \dot{\theta}) &= 0 \quad (\theta \neq 0) \\ \Rightarrow \frac{L}{3} \cdot \ddot{\theta} + \frac{g}{2} \cdot \theta &= 0 \\ \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{3 \cdot g}{2 \cdot L} \cdot \theta &= 0 \end{aligned}$$

3-1- Détermination de g :

- D'après le graphe de la figure 2, l'énergie cinétique $E_c = f(t)$ est une fonction périodique de période $T = 0,6s$, et liée à la période $T_0 = 2 \times T = 1,2s$

- D'après l'équation différentielle :

$$\begin{aligned} T_0 &= 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} \\ \Rightarrow g &= \frac{8\pi^2 \cdot L}{3 \cdot T_0^2} \end{aligned}$$

$$A.N : g = \frac{8\pi^2 \cdot 0,53}{3 \cdot 1,2^2} \approx 9,81 m.s^{-2}.$$

3-2- Recherche de l'amplitude θ_m :

$$E_{pp\max} = 9.10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{mgL}{4} \cdot \theta_m^2 = 9.10^{-3}$$

$$\Rightarrow \theta_m = \sqrt{\frac{36.10^{-3}}{mgL}}$$

$$A.N : \theta_m = \sqrt{\frac{36.10^{-3}}{0,1 \times 9,81 \times 0,53}}$$

$$\approx 0,26 \text{ rad} = 15^\circ$$

3-3- Détermination de φ :

- Graphiquement : $E_c(t = 0) = 0,5.10^{-2} \text{ J}$.

- Expression de l'énergie cinétique :

$$E_c(t) = \frac{1}{2} \cdot J_\Delta \dot{\theta}^2$$

$$= \frac{mL^2}{6} \cdot \dot{\theta}^2$$

$$= \frac{mL^2}{6} \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_m \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi \right)$$

$$E_c(0) = \frac{m \cdot L^2}{6} \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_m \right)^2 \cdot \sin^2(\varphi)$$

$$\Rightarrow \sin(\varphi) = \frac{T_0}{2\pi \cdot \theta_m} \sqrt{\frac{6 \cdot E_c(0)}{m \cdot L^2}}$$

$$A.N : \sin(\varphi) = \frac{1,2}{2 \times \pi \times 0,26} \sqrt{\frac{6 \times 0,5 \cdot 10^{-2}}{0,1 \times 0,53^2}} \approx 0,759$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 0,84 \text{ rad} = 48^\circ$$