

TD : Exercices d'applications

PROF: ATMANI NAJIB

2BAC SM BIOF

TD : FONCTIONS PRIMITIVES

Exercice1 : Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$

$$\text{par : } f(x) = 2x^2 + x + 1 + \frac{1}{x^2}$$

1) Déterminer les fonctions primitives de la fonction f sur $[0; +\infty[$

2) Déterminer la fonction primitive de la fonction f sur $[0; +\infty[$ tel que : $F(1) = 3$

Exercice2 : (situation directe): Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = 5x^4 + 3x + 1 \quad 2) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \cos x + \sin x - 1$$

$$3) f(x) = \sin x + x \cos x \quad 4) f(x) = (2x-1)^3$$

$$5) f(x) = \frac{x}{(x^2-1)^2} \quad 6) f(x) = 5x^3 \sqrt[3]{3x^2+1}$$

$$7) f(x) = \frac{4x+1}{(2x^2+x)^4} \quad 8) f(x) = 7x \cos(\pi x^2 + 3)$$

Exercice3 : Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = \frac{2}{x^2 + 2x + 4} \quad 2) f(x) = \frac{6}{x^2 + x + 1}$$

Exercice4 : Déterminer une fonction primitive des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = \frac{2}{4x^2 + 4x + 1} \quad 2) f(x) = \frac{6}{x^2 + x + 1}$$

Exercice5 : Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = 2x + 1 \text{ si } x \leq 1$$

$$f(x) = 2x - 1 \text{ si } x > 1$$

Montrer que la fonction f n'admet pas de primitive sur \mathbb{R}

Exercice6 : Déterminer les fonctions primitives des fonctions :

$$1) f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 1} \quad 2) f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt[3]{2 + \cos x}}$$

$$3) f(x) = 2x \sin x + x^2 \cos x \quad 4) f(x) = (4x + 5)^2$$

$$5) f(x) = 2\sqrt{2x+1}$$

$$6) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$7) f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$$

$$8) f(x) = \tan^2 x$$

$$9) f(x) = \cos^4 x \text{ (utiliser : } \cos^2 x = (1 + \cos 2x)/2)$$

$$10) f(x) = \sin^3 x \text{ (Remarquer que : } \sin^3 x = \sin x \sin^2 x)$$

Exercice7: Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$

$$\text{par : } f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$$

1) Déterminer les réels a et b tels que :

$$f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2} \quad \forall x \in [0; +\infty[$$

2) Déterminer la fonction primitive F de la fonction f sur $[0; +\infty[$ tel que : $F(1) = \frac{5}{2}$

Exercice8: Soit la fonction f définie sur $[1; +\infty[$

$$\text{par : } f(x) = x\sqrt{x-1}$$

$$1) \text{montrer que : } f(x) = \sqrt{(x-1)^3} + \sqrt{x-1} \quad \forall x \in [1; +\infty[$$

2) Déterminer la fonction primitive F de la fonction f sur $[1; +\infty[$ tel que : $F(2) = 1$

Exercice9: Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{5x^4 + 40x^2 + 20x + 80}{(x^2 + 4)^2}$$

1) Déterminer les réels a et b et c tels que :

$$f(x) = \frac{ax+b}{(x^2 + 4)^2} + c \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

2) Déterminer la fonctions primitives F de la fonction f sur \mathbb{R} tel que : $F(0) = c$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron
Dit un proverbe.

