

Exercice 1

1) déterminer z sous forme algébrique dans les cas ci-dessous :

$$z = (3 + 2i)(1 - 3i) \quad ; \quad z = (\sqrt{3} - 2 + i)^2 \quad ; \quad z = \frac{3 - 2i}{2 + i} \quad , \quad z = \frac{1 + \sqrt{2} - i}{1 - \sqrt{2} + i}$$

2) déterminer dans chacun des cas suivants le nombre z :

$$\begin{aligned} 1. \quad (2 + i)z + 5 - 2i &= 0 & 2. \quad (2 + i)z + 1 - 3i &= 0 & 3. \quad i\bar{z} + (1 + 2i)z + 3 - 2i &= 0 \\ 4. \quad 2iz + (1 + i)z + 3 - i &= 0 & 5. \quad |z| + z - 3 - 4i &= 0 \end{aligned}$$

Exercice 2

Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que :

$$\begin{aligned} 1. \quad |z - 2 + 3i| &= |z + 1 - 2i| & 2. \quad |z + 5 - 2i| &= |\bar{z} - 3 + 2i| \\ 3. \quad |z - 2 - 3i| &= |iz + 2 - i| & 4. \quad \frac{1 + z}{z - i} &\in \mathbb{R} & 5. \quad \frac{z + i}{2 - iz} &\in i\mathbb{R} \end{aligned}$$

Exercice 3

Calculer le module de chacun des nombres suivants :

$$\begin{aligned} z &= (3 - i\sqrt{3})(\sqrt{3} - i) \quad ; \quad z = -4 - 3i \quad ; \quad z = 2 - 3i \quad ; \quad z = (2 - 2i)^4 \quad ; \quad z = (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 1)i \\ z &= \frac{(-1 + i)^3}{4 - 8i} \quad \text{et} \quad z = 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha \quad \text{où} \quad \alpha \in]0, \pi[\end{aligned}$$

Exercice 4

Pour tout z de $\mathbb{C} - \{2\}$ on pose $f(z) = \frac{z + i}{z - 2}$

1) calculer $f(1 + i)$ et résoudre dans \mathbb{C} l'équation $f(z) = 2i$

2) a) montrer que $(\forall z \in \mathbb{C} - \{2\}) \quad (\overline{f(z)} = -f(z)) \Leftrightarrow \left(\left(z - 1 + \frac{1}{2}i \right) \left(\bar{z} - 1 - \frac{1}{2}i \right) - \frac{5}{4} = 0 \right)$

b) en déduire l'ensemble $E = \{M(z) \in (P) / f(z) \in i\mathbb{R}\}$

3) déterminer (D) l'ensemble $M(z)$ du plan (P) tels que $|f(z)| = 1$

Exercice 5

Déterminer la forme trigonométrique du nombre z :

$$\begin{aligned} z &= (3 - i\sqrt{3})(-1 + i\sqrt{3}) \quad ; \quad z = \sqrt{3} + i \quad ; \quad z = -1 + i \quad ; \quad z = (2 - 2i)^6 \quad ; \quad z = \frac{3 + i\sqrt{3}}{-2 + 2i} \\ z &= 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha \quad \text{où} \quad \alpha \in]0, \pi[\quad \text{et} \quad z = 1 + \sin \alpha + i \cos \alpha \quad \text{où} \quad \alpha \in]0, \pi[\end{aligned}$$

Exercice 6

On considère les deux nombres complexes $u = 2 - 2i$ et $v = \sqrt{6} + i\sqrt{2}$

1) déterminer le module et l'argument de chacun des nombres v , u

2) écrire $\frac{u}{v}$ sous forme trigonométrique en déduire $\cos \frac{7\pi}{12}$; $\sin \frac{7\pi}{12}$