# Les équations différentielles

## 1 L'équation $y' = ay + b$

| L'équation différentielle sans ou avec une condition initiale | La solution générale |
|---|---|
| $y' = ay \; ; a \neq 0$ | $y(x) = ce^{ax} \; ; c \in \mathbb{R}$ |
| $\begin{cases} y' = ay \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \; ; a \neq 0$ | $y(x) = y_0 e^{a(x-x_0)}$ |
| $y' = ay + b \; ; a \neq 0$ | $y(x) = ce^{ax} - \dfrac{b}{a} \; ; c \in \mathbb{R}$ |
| $\begin{cases} y' = ay + b \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \; ; a \neq 0$ | $y(x) = \left( y_0 + \dfrac{b}{a} \right) e^{a(x-x_0)} - \dfrac{b}{a}$ |

## 2 L'équation $y'' + ay' + by = 0$

| L'équation différentielle | L'équation caractéristique | cas | Solutions de l'éq.car | La solution génarale de l'équation différentielle |
|---|---|---|---|---|
| $y'' + ay' + by = 0$ | $r^2 + ar + b = 0$ | $\Delta > 0$ | deux solutions réelles différentes $r_1$ et $r_2$ | $y(x) = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$ telle que $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$ |
| | | $\Delta = 0$ | une solution réelle double $r$ | $y(x) = (C_1 x + C_2) e^{rx}$ telle que $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$ |
| | | $\Delta < 0$ | deux solutions complexes conjuguées $r_1 = p + iq$ et $r_2 = p - iq$ | $y(x) = (C_1 \cos(qx) + C_2 \sin(qx)) e^{px}$ telle que $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$ |