Résumé de Cours fonctions exponentielles

PROF : ATMANI NAJIB

FONCTIONS EXPONENTIELLES

2BAC SM

Propriété et définition : La fonction ln admet une fonction réciproque définie de$]-\infty,+\infty[$ Vers $]0,+\infty[$ appelée fonction Exponentielle népérienne notée : exp et qui est strictement monotone sur $\mathbb{R}$

et on a *pour tout* x *et* y *dans* $\mathbb{R}$:

1) $e^{x+y}=e^{x}\times e^{y}$ 2) $e^{-x}=\dfrac{1}{e^{x}}$ 3) $e^{x-y}=\dfrac{e^{x}}{e^{y}}$

4) $e^{rx}=\left(e^{x}\right)^{r}\ \ (r\in\mathbb{Q})$ 5) $\left(e^{\ln x}=x\right)\ (\forall x\succ 0)$

6) $\left(\ln\left(e^{x}\right)=x\right)\ (\forall x\in\mathbb{R})$

7) $(\forall y\succ 0)\ (\forall x\in\mathbb{R})\ \left(e^{x}=y\right)\Leftrightarrow\left(x=\ln y\right)$

8) $(\forall y\succ 0)\ (\forall x\in\mathbb{R})\ \left(e^{x}=e^{y}\right)\Leftrightarrow\left(x=y\right)$

9) $(\forall y\succ 0)\ (\forall x\in\mathbb{R})\ \left(e^{x}\geq e^{y}\right)\Leftrightarrow\left(x\geq y\right)$

10)La fonction exp est dérivable sur $\mathbb{R}$

et $(\forall x\in\mathbb{R})$ $\left(e^{x}\right)'=e^{x}$

11)Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I

alors la fonction $e^{u(x)}$est dérivable sur I et

$(\forall x\in I)$($\left(e^{u(x)}\right)'=u'(x)e^{u(x)}$))

12)Si u est une fonction dérivable alors une primitive de u'(x) . $e^{u(x)}$ est $e^{u(x)}$.

(Limites usuelles)

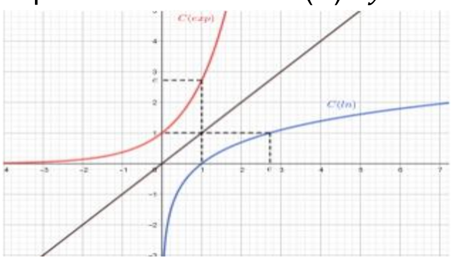
1) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{x}=+\infty$ 2) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{x}=0$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x}=+\infty$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x^{n}}=+\infty$ 5) $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x}=0^{-}$ 6) $\lim\limits_{x\to-\infty}x^{n}e^{x}=0$

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-1}{x}=1$ avec : $n\in\mathbb{N}^{*}$

Représentation de la fonction *exp*

Les courbes C_{ln} et C_{exp} sont symétriques par rapport à la première bissectrice (Δ) : $y=x$



Le Tableau de variation et L'exp :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$exp(x)$	0	1	e	$+\infty$

FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE a

Soit $a>0$ et $a\neq 1$; on a :

1)$(\forall x\in\mathbb{R})$ $a^{x}=e^{x\ln a}$

2)fonction $\exp_{a}$ est définie sur $\mathbb{R}$

3) $\forall x\in\mathbb{R}\ \ a^{x}\succ 0$

4) $\forall x\in\mathbb{R}\ \ \forall y\in\mathbb{R}_{+}^{*}\ a^{x}=y\Leftrightarrow x=\log_{a}y$

5) $\forall x\in\mathbb{R}\ \log_{a}\left(a^{x}\right)=x$ 6) $\forall x\in\mathbb{R}_{+}^{*}\ a^{\log_{a}(x)}=x$

$(\forall a\in\mathbb{R}_{+}^{*})(\forall b\in\mathbb{R}_{+}^{*})(\forall x\in\mathbb{R})\ (\forall y\in\mathbb{R})$

7) $a^{x}\times a^{y}=a^{x+y}$ 8) $a^{-x}=\dfrac{1}{a^{x}}$ 9) $(a\times b)^{x}=a^{x}\times b^{x}$

10) $\left(a^{x}\right)^{y}=a^{x\times y}$ 11) $a^{x-y}=\dfrac{a^{x}}{a^{y}}$ 12) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{x}=\dfrac{a^{x}}{b^{x}}$

13) $\left(a^{x}\right)'=a^{x}\times\ln a$ 14) $a^{rx}=\left(a^{x}\right)^{r}$

15)a) $x\to a^{x}$ est strictement croissante si $a\succ 1$

b) $x\to a^{x}$ est strictement décroissante si $0\prec a\prec 1$

16)$(\forall x\in\mathbb{R})\left(a^{x}\right)'=(\ln a)a^{x}$

17)Si u est une fonction dérivable alors

une primitive de $u'(x)a^{u(x)}$ est $\dfrac{1}{\ln a}a^{u(x)}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien