



TD : LA DERIVATION – APPLICATIONS

Etude de fonctions

Exercice1 : Soit $f(x) = x\sqrt{x^2 - x}$

Etudier les variations de la fonction f

Exercice2 : Soit $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x$

Etudier les extreumums de la fonction f

Exercice3 : Soient les fonctions suivantes :

$$1) f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \quad 2) g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 1$$

$$3) h(x) = \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)^2}$$

Etudier les variations de ces fonctions et déterminer les extreumums s'ils existent

Exercice4 : Soit la fonction : $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x$

Montrer que f est majorée sur l'intervalle :

$I_1 =]-\infty; 1]$ et minorée sur l'intervalle : $I_2 = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ et

bornée sur l'intervalle : $I_3 = \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

Exercice5 : Soit la fonction f définie sur $I = [0; \pi]$

par : $f(x) = \sin^2 x$ Étudier la concavité de la courbe de f et déterminer les points d'inflexions s'ils existent sur I

de (C_f)

Exercice6 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x - x^2} \quad 1) \text{Déterminer } D_f$$

2) montrer que la La droite (Δ): $x = \frac{1}{2}$ est un axe

de symétrie de la courbe C_f

Exercice7 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sin x - \cos x . \text{ Montrer que le point } \Omega\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$$

est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice8 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 \sqrt{1+x}$$

1. étudier la dérivabilité de f a droite en $x_0 = -1$.

2. donner une interprétation géométrique

Exercice9 : soit f une fonction définie par :

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

3) étudier la position de courbe (C_f) avec son asymptote horizontal

4) étudier les variations de f et dresser le

tableaux de variation de f

5) déterminer les points d'intersections de (C_f)

avec l'axe des abscisses f

6) montrer que la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de (C_f)

7) tracer la courbe (C_f)

Exercice10 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$$

1) Déterminer D_f

2) Déterminer les limites aux bornes de D_f

3) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

4) étudier la dérivabilité de f adroite de 2 et à gauche de -1

5) étudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f

6) tracer la courbe (C_f)

Exercice11 : soit f une fonction définie sur \mathbb{R}

par :
$$\begin{cases} f(x) = x - 1 + 3\sqrt[3]{1-x}; \text{ si } x \leq 1 \\ f(x) = (x-1)\left(1 + \arctan \frac{1}{x}\right); \text{ si } 1 > x \end{cases}$$

(C_f) La courbe de f dans un repère orthonormé

1)a) monter que f est continue en $x_0 = 1$

b) étudier la dérivabilité de f en $x_0 = 1$ et donner une Interprétation géométrique du résultat :

2)a) calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

b) monter que la courbe de f admet une asymptote oblique d'équation (Δ) : $y = x$ au voisinage de $+\infty$

c) Étudier les branches infinies de (C_f) au voisinage de $-\infty$

3)a) étudier les variations de f sur $I =]-\infty; 1[$

b) donner le tableau de variation de f' sur

$K = [1; +\infty[$ et en déduire les variations de f sur K

4) soit g la restriction de f sur $J =]-\infty; 0]$

a) Montrer que g est une bijection de J vers un intervalle L que l'on déterminera

b) résoudre dans \mathbb{R}^+ l'équations suivante :

$$t^3 - 3t - 2 = 0 \text{ et déterminer : } g^{-1}(-2) \text{ et } (g^{-1})'(-2)$$

c) Représenter (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère orthonormé.

Exercice12 : soit f une fonction définie par :

$$f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer que f est périodique de période

$T = \pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f

4) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$

Exercice13 : soit f une fonction définie par :

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer qu'il suffit d'étudier f sur $[0; \pi]$

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f

4) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$

Exercice14 : soit f une fonction définie par :

$$f(x) = 4 \sin x + \cos 2x$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer que f est périodique de période

$T = 2\pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de

variation de f

4) donner l'équation de la tangente (T) à la courbe

de f en en $x_0 = 0$

5) calculer $f''(x)$ en fonction de $\sin x$

6) déterminer les points d'inflexions de la courbe (C_f)

7) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2\pi; 4\pi]$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe. C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien

