

SSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS

معاصر الإجابة

NR 24F

4h

مدة الانجاز

الرياضيات

الحادي

9

الملخص

## شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)

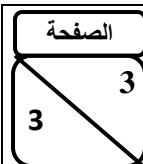
الشعبة أبو المصالحة

EXERCICE1			Éléments de réponses	Barème
I	1-	a)	Double inégalité.	0.25x2
		b)	Double inégalité.	0.25x2
	2-		$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{g(x) - 1}{x} = \frac{-1}{2}$	0.5
II	1)		Calcul de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .....	0.25
			Interprétation graphique.....	0.25
	2)	a)	Continuité de $f$ à droite en 0	0.25
		b)	Vérification de l'égalité.	0.25
		c)	Déduction et calcul de $f'_d(0)$	0.25x2
	3)		Dérivabilité de $f$ sur $]0, +\infty[$ .....	0.25
			$\forall x \in ]0, +\infty[ ; f'(x) = \frac{x - (1+x)^2 \ln(1+x)}{x^2(1+x)} e^{-x} .....$	0.5
	4)	a)	Démonstration de la double inégalité.	0.25x2
		b)	Déduction de l'encadrement de $f'(x)$ sur $]0, +\infty[$	0.25
	5)	a)	Tableau de variation de $f$ .	0.25
		b)	Construction de la courbe ( $C$ )..... La demi-tangente à droite au point d'abscisse 0.....	0.5 0.25
III	1)		L'existence et l'unicité de $\alpha$	0.5
	2)	a)	Démonstration de : $\forall n \in \mathbb{N} ; u_n \geq 0$	0.5
		b)	Application du TAF ou de l'inégalité des accroissements finis.	0.5
		c)	Démonstration par récurrence.	0.5
	d)		Convergence de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers $\alpha$	0.25

EXERCICE2		Éléments de réponses	Barème
1)	a)	Application du théorème des accroissements finis.	0.5
	b)	Calcul de la distance $M_k M_{k+1}$	0.25
	c)	Double inégalité.	0.25x2
2)	a)	Double inégalité.	0.25x2
	b)	Déduction de $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .	0.5

EXERCICE3		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	La forme exponentielle de $1-i$ ..... La forme exponentielle de $1+\sqrt{3}i$ .....	0.25 0.25
	b)	Démonstration de l'égalité : $e^{i\frac{\pi}{12}} = \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{2\sqrt{2}}$	0.25
	c)	Déduction de l'égalité : $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$	0.25
	d)	Démonstration de l'égalité : $u = (\sqrt{6} - \sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{12}}$	0.5
2-	a)	Démonstration par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$ , $x_n + iy_n = u^n$	0.5
	b)	Déduction des expressions de $x_n$ et $y_n$	0.25x2
3-	a)	Détermination des entiers $n$ pour lesquels les points $O$ , $A_0$ et $A_n$ sont alignés.	0.5
	b)	Démonstration que pour tout entier $n$ , le triangle $OA_n A_{n+1}$ est rectangle en $A_n$	0.5

EXERCICE4		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	Démonstration de $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$	0.25
	b)	Déduction de : $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$ ou $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$ .	0.25
2-	a)	Démonstration que $p$ et $x$ sont premiers entre eux.	0.5
	b)	Déduction de : $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$	0.5
3-		Démonstration de $p$ divise $C_p^k$ pour tout $k \in \{1, 2, \dots, p-1\}$	0.25
4-	a)	Démonstration de l'égalité en utilisant la formule de Moivre.	0.25
	b)	Démonstration de : $2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p \frac{\pi}{4}\right) \in \mathbb{Z}$ et $2^{\frac{p}{2}} \cos\left(p \frac{\pi}{4}\right) \equiv 1 \pmod{p}$	0.25x2
5-		Déduction	0.5



EXERCICES		Éléments de réponses	Barème
I	1-	Démonstration que $E$ est un sous-groupe de $(M_2(\mathbb{Q}), +)$	0.5
	2-	Démonstration que $E$ est un sous-espace vectoriel de $(M_2(\mathbb{Q}), +, \cdot)$	0.25
	3- a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		Déduction que $(E, +, \times)$ est un anneau commutatif et unitaire.	0.5
	4- a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		Déduction que $(E, +, \times)$ n'est pas un corps.	0.25
II	1-	Démonstration de l'équivalence.	0.25
	2-	Démonstration que $F - \{0\}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Q}^*, \times)$	0.25
	3- a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		Démonstration que $\varphi$ est un homomorphisme de $(F - \{0\}, \times)$ vers $(E, \times)$	0.25
		Déduction que $(G - \{O\}, \times)$ est un groupe commutatif.	0.25
	4-	Démonstration que $(G, +, \times)$ est un corps commutatif.	0.25