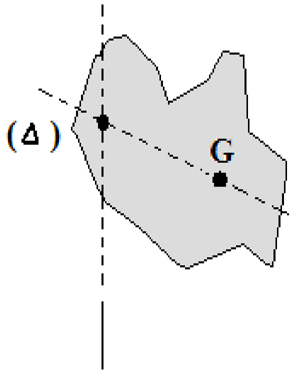
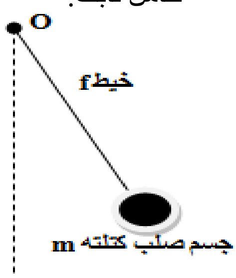
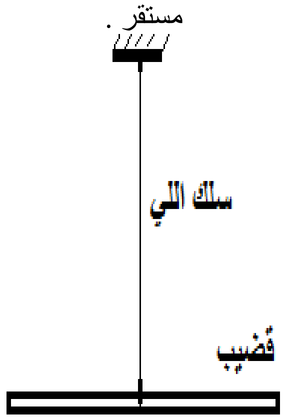
تقديم مجموعات ميكانيكية متذبذبة
présentation des systèmes mécaniques oscillants

1: تعاريف:

المجموعة الميكانيكية المتذبذبة	الحركة التذبذبية	الحركة الدورية	الحركة التذبذبية الحرة
هي مجموعة تنجز حركة دورية ، من ذهاب و إياب ، حول موضع توازنها المستقر	هي حركة ذهاب و إياب حول موضع معين ، و هي حركة تميز المتذبذبات الميكانيكية .	هي حركة تتكرر مماثلة لنفسها في مدد زمنيةمتساوية	هي الحركة التذبذبية التي ينجزها متذبذب ميكانيكي دون أن يكتسب طاقة ما من أي مجموعة خارجية بعد إحداث حركته.

2: المتذبذبات الميكانيية

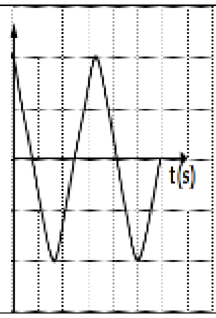
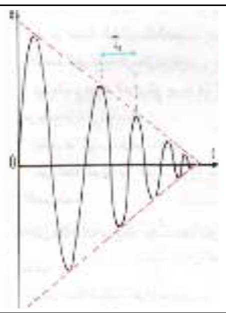
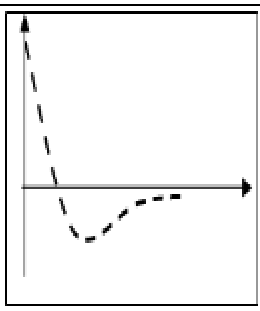
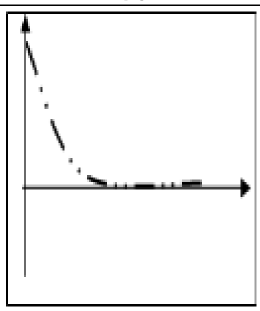
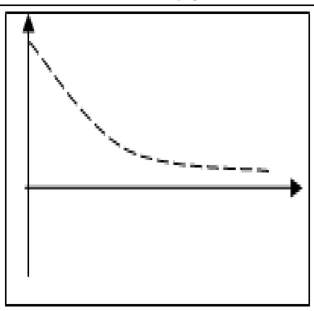
النواس الوازن	النواس البسيط	النواس المرن	نواس اللي
" هو كل مجموعة غير قابلة للتشويه يمكنها إنجاز حركة تذبذبية حول محور ثابت تحت تأثير وزنها".	هو كل نقطة مادية تتأرجح على مسافة من محور أفقي ثابت ". عمليا نحقق نواسا بسيطا بتعليق جسم صغير عالي الكثافة بطرف خيط غير قابل للامتداد و ذي كتلة مهملة شدَّ طرفه الآخر إلى حامل ثابت.	" يتكون النواس المرن من جسم صلب مشدود بطرف نابض ذي لفات غير متصلة و كتلته مهملة. الطرف الآخر للنابض مثبت بحامل ثابت".	جهاز يتكون من سلك فلزي ثبت أحد طرفيه إلى حامل ، و الطرف الآخر إلى قضيب متجانس معلق من مركز قصوره ." مستقر .
			
تمعلم الحركة ب: الافصول الزاوي **θ**	تمعلم الحركة ب: الافصول الزاوي **θ**	تمعلم الحركة ب: الافصولالخطي **x**	تمعلم الحركة ب: الافصول الزاوي **θ**
تميز المجموعة عزم قصور الجسم J_Δ	تميز المجموعة طول الخيط l +كتلة الجسم m	تميز المجموعة صلابة النابض k +كتلة الجسم m	تميز المجموعة عزم قصور القضيب J_Δ+ثابتة لي السلك C

3: مميزات الحركة التذبذبية:

موضع التوازن المستقر	وسع الحركة	الدور الخاص
كل متذبذب ميكانيكي ينجز حركته التذبذبية حول موضع توازنه المستقر. - موضع التوازن المستقر هو الموضع الذي إذا زحزح عنه المتذبذب يعود إليه ليستقر فيه.	وسع الحركة لمتذبذب ميكانيكي حر و غير مخمد هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار الذي يعبر عن مدى ابتعاد أو انحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر".	الدور الخاص T_0 لمتذبذب ميكانيكي حر و غير مُخمَد ، هو المدة الزمنية التي تفصل مرورين متتاليين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى . T_0 ب (s).

4: انظمة خمود الذبذبات الميكانيكية:

بفعل الاحتكاكات المائعة او الصلبة يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن ، إلى أن يتوقف عند موضع توازنه المستقر نسمي هذه الظاهرة " ظاهرة الخمود "

حالة غياب الخمود	حالة الخمود غير الحاد	حالة الخمود الحاد		
النظام الدوري: مثالي	النظام شبه دوري	النظام تحت الحرج	النظام الحرج	النظام فوق الحرج
يبقى وسع الذبذبات ثابت مع الزمن	يتناقص وسع الذبذبات مع الزمن إلى أن ينعدم	ينجز المتذبذب ذبذبة واحدا قبل توقفه.	يعود المتذبذب إلى موضع توازنه بعد إزاحته عنه بدون تذبذب	يستغرق المتذبذب وقتا طويلا للوصول إلى موضع توازنه بدون تذبذب.
				

Le pendule élastique - النواس المرن

I- دراسة ذبذبات نواس مرن:

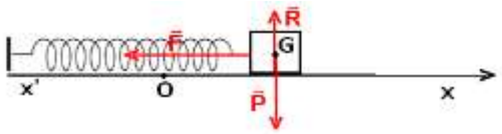
1- المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة:	القوى المطبقة على الجسم (S)	المعلم $R(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ مرتبط بالأرض محوره $\vec{ox}$ أفقي ،	القانون الثاني لنيوتن.	اسقاط العلاقة على المحاور
الجسم الصلب (نابض ذو تلة مهملة)	$\vec{R}$ تأثير السطح $\vec{P}$ وزن الجسم $\vec{F}$ قوة ارتداد النابض	$\vec{R}=R.\vec{j}$ $\vec{P}=-P.\vec{j}$ $\vec{F}=-K.x.\vec{i}$	$\vec{R}+\vec{p}+\vec{F}=m.\vec{a}$ $R.\vec{j}-P.\vec{j}-K.x.\vec{i}=m.\vec{a}$	$R-P=m.a_y=0$ $K.x=m.a_x=-m\frac{d^2x}{dt^2}$

المعادلة التفاضلية لحرة النواس المرن : $m\frac{d^2x}{dt^2}+k.x=0$ اي $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}.x=0$.

عندما يكون النابض مطالا فإنه يطبق قوة جر حيث منحى $\vec{F}$ معاكس لمنحى $\vec{i}$ و $x>0$

* عندما يكون النابض مطالا فإنه يطبق قوة دفع حيث منحى $\vec{F}$ في نفس منحى $\vec{i}$ و $x<0$



2- حل المعادلة التفاضلية:

حلها يكتب على شكل	$(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	φ	x_m	T_0
$x(t)=x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	طور الذبذبات عند التاريخ t ب (rad).	الطور عند أصل التواريخ (t=0) ب(rad)	الوسع amplitude ب(m).	الدور الخاص ب s

3- تعبير الدور الخاص:

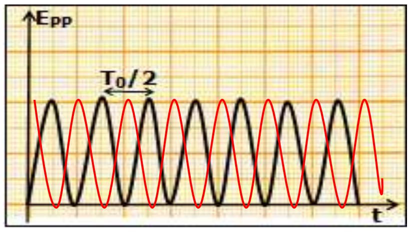
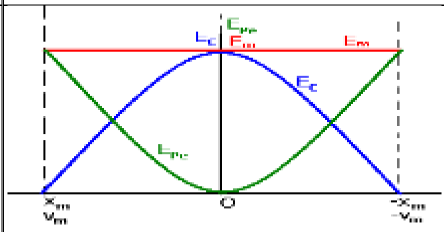
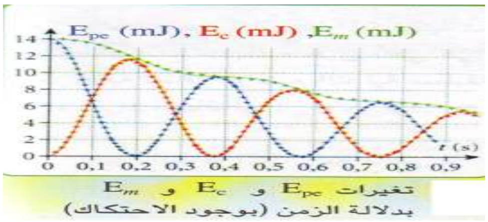
المعادلة الزمنية	تعبير السرعة	تعبير التسارع
$x(t)=x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	$v_x=\dot{x}=\frac{dx}{dt}=-x_m.\frac{2\pi}{T_0}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	$a_x=\ddot{x}=\frac{d^2x}{dt^2}=-x_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

لدينا $\frac{d^2x}{dt^2}=-x_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)=\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2x(t)$ من المعادلة التفاضلية لدينا $\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}.x$	بالمماثلة $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=-\frac{k}{m}$	$T_0=2\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$

II- الدراسة الطاقية للمجموعة {جسم صلب – نابض} في وضع أفقي:

الطاقة الحركية:	طاقة الوضع المرنة:	الطاقة الميكانيكية لمجموعة
في كل لحظة : $E_C=\frac{1}{2}m.v^2$. m : كتلة المتذبذب . v : سرعته في اللحظة t .	طاقة الوضع المرنة لمجموعة {جسم صلب – نابض} في وضع أفقي هي الطاقة التي تختزنها هذه المجموعة من جراء تشويه النابض ". $E_{P,e}=\frac{1}{2}k.x^2+cte$ و باختيار طاقة الوضع المرنة منعدمة في الموضع الموافق للأفصول x=0 ، نتكون (cte=0) ، و يعبر عن $E_{P,e}$ بالعلاقة : $E_{P,e}=\frac{1}{2}k.x^2$	هي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع في هذه اللحظة. $E_m=E_p+E_c$ * $E_c=\frac{1}{2}m.v^2$: الطاقة الحركية للمجموعة . * $E_p=E_{pp}+E_{pe}$: طاقة الوضع للمجموعة . - E_{pp} : طاقة الوضع الثقالية . - E_{pe} : طاقة الوضع المرنة. نختار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية منطبقة مع المستوى الأفقي المار من G ، (Epp=0) ، نتوصل إلى Ep=Epe و بالتالي: " {جسم صلب – نابض} أفقي هي : $E_m=\frac{1}{2}m.v^2+\frac{1}{2}k.x^2+cte$ باختيار $E_{p,e}=0$ عند التوازن و باعتبار 0 موضع G عند التوازن نحصل على : $E_m=\frac{1}{2}m.\dot{x}^2+\frac{1}{2}k.x^2$

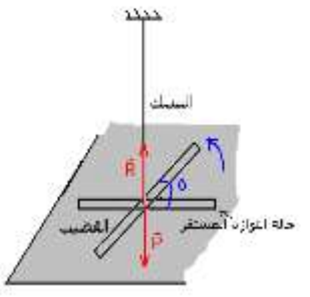
مخططات الطاقة المقابل ، تغيرات E_{pe} و E_c و E_m

احتكاكات مهمة		احتكاكات ضعيفة غير مهملة
الطاقة بدلالة الزمن	الطاقة بدلالة السرعة او الافصول	
		

Le pendule de torsion – نواس اللي

I- دراسة ذبذبات نواس لي:

1- المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة:	القوى المطبقة على الجسم (S)	تعبير العزم	القانون الثاني لنيوتن.	المعادلة التفاضلية	
القضيب	تأثير المحور $\vec{R}$ وزن القضيب $\vec{P}$ مزدوجة اللي	$M(\vec{R})=0$ $M(\vec{p})=0$ $M_C=-C.\theta$	$M(\vec{R})+M(\vec{p})+M_C=J_\Delta.\ddot{\theta}$ $-C.\theta=J_\Delta.\ddot{\theta}$	$\ddot{\theta}+\frac{C}{J_\Delta}.\theta=0$	

2- حل المعادلة التفاضلية:

حلها يكتب على شكل $\theta(t)=\theta_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$	$(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	φ	θ_m	T_0
	طور الذبذبات عند التاريخ t ب (rad).	الطور عند أصل التواريخ (t=0) ب(rad)	الوسع amplitude ب(rad).	الدور الخاص ب s

3-تعبير الدور الخاص:

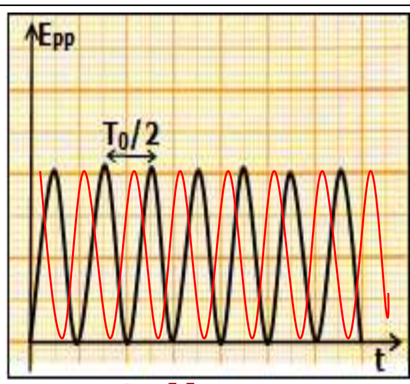
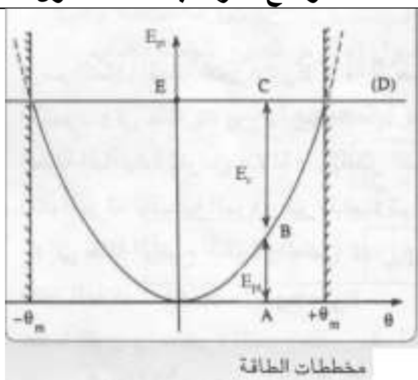
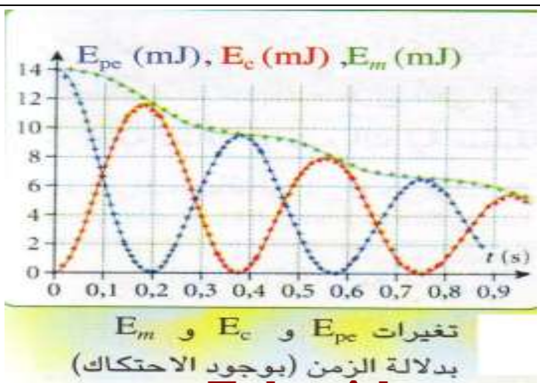
المعادلة الزمنية	تعبير السرعة	تعبير التسارع
$\theta(t)=\theta_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$	$\dot{\theta}=\frac{d\theta}{dt}=-\theta_m.\frac{2\pi}{T_0}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	$\ddot{\theta}=\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\theta_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

لدينا $\ddot{\theta}=-\theta_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\theta(t)$ من المعادلة التفاضلية لدينا $\ddot{\theta}=-\frac{C}{J_\Delta}.\theta$	بالمماثلة $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=-\frac{C}{J_\Delta}$	$T_0=2\pi.\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

II- الدراسة الطاقية للمجموعة {قضيب – سلك اللي}

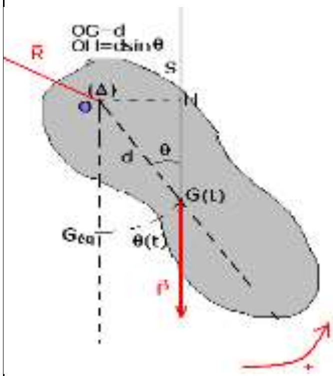
الطاقة الحركية:	طاقة الوضع للي:	الطاقة الميكانيكية لمجموعة
$E_c=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$ * J_Δ : عزم قصور القضيب. * $\dot{\theta}$: السرعة الزاوية لدوران القضيب	طاقة الوضع للي لمجموعة {قضيب – سلك اللي} تختزنها هذه المجموعة من جراء تشويه سلك اللي ". $E_{P,t}=\frac{1}{2}C.\theta^2+Cte$ و باختيار طاقة الوضع للي منعدمة في موضع التوازن المستقر نكتب: $E_{P,t}=\frac{1}{2}C.\theta^2$	هي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع. $E_m=E_p+E_c$ $E_m=\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}C.\theta^2+Cte$

مخططات الطاقة ، تغيرات E_{pe} و E_c و E_m

احتكاكات مهمة		احتكاكات ضعيفة غير مهملة
الطاقة بدلالة الزمن	طاقة الوضع المرنة بدلالة الافصول	
		

I- دراسة ذبذبات نواس الوازن:

1- المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة :	القوى المطبقة على الجسم (S)	تعبير العزم	القانون الثاني لنيوتن. المعادلة التفاضلية	
الجسم	تأثير المحور $\vec{R}$ وزن الجسم $\vec{P}$	$M(\vec{R})=0$ $M(\vec{p})=-P.OH$ حيث $OH = OG.\sin\theta$	$M(\vec{R})+M(\vec{p})+ =J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ $-P.OH = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ $-P.OG.\sin\theta = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ $-m.g.OG.\sin\theta = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ θ صغيرة $\sin\theta \approx \theta$ $-m.g.OG.\theta = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$ $\ddot{\theta}+\dfrac{m.g.OG}{J_{\Delta}}.\theta=0$	

2- حل المعادلة التفاضلية:

حلها يكتب على شكل	$(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	φ	θ_m	T_0
$\theta(t)=\theta_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$	طور الذبذبات عند التاريخ t ب (rad).	الطور عند أصل التواريخ (t=0) ب(rad)	الوسع amplitude ب(rad).	الدور الخاص ب s

3-تعبير الدور الخاص:

المعادلة الزمنية	تعبير السرعة	تعبير التسارع
$\theta(t)=\theta_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$	$\dot{\theta}=\frac{d\theta}{dt}=-\theta_m.\frac{2\pi}{T_0}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	$\ddot{\theta}=\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\theta_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

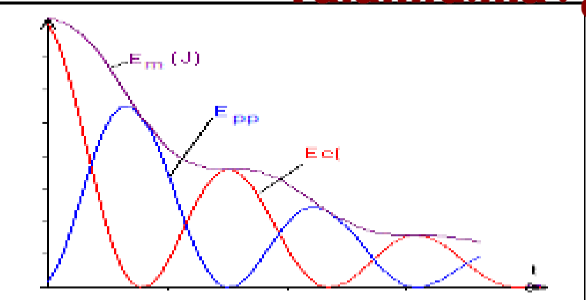
لدينا $\ddot{\theta}=-\theta_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\theta(t)$ من المعادلة التفاضلية لدينا $\ddot{\theta}=-\frac{m.g.OG}{J_{\Delta}}.\theta$.	بالمماثلة $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=-\frac{m.g.OG}{J_{\Delta}}$	$T_0=2\pi.\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{m.g.OG}}$

II- الدراسة الطاقية للمجموعة {الجسم}

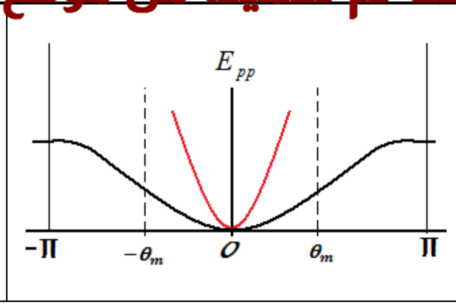
الطاقة الحركية:	طاقة الوضع الثقالية	الطاقة الميكانيكية لمجموعة
$E_c=\frac{1}{2}J_{\Delta}.\dot{\theta}^2$ * J_{Δ} : عزم قصور الجسم. * $\dot{\theta}$: السرعة الزاوية لدوران القضيب	<u>طاقة الوضع الثقالية :</u> $E_{pp}=m.g.z+Cte$ * m : كتلة النواس الوازن . * g : شدة مجال الثقالة. * z : أنسوب مركز قصوره ، على محور رأسي موجه نحو الأعلى . * Cte : ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية. $E_{pp}=m.g.d(1-\cos\theta)$ θ صغيرة $\cos\theta\approx 1-\frac{\theta^2}{2}$ و باختيار مرجع طاقة الوضع الثقالية موضع التوازن المستقر نكتب: $E_{pp}=m.g.d(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}m.g.d.\theta^2$	هي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع. $E_m=E_p+E_c$ $E_m=\frac{1}{2}J_{\Delta}.\dot{\theta}^2+m.g.d(1-\cos\theta)$

مخططات الطاقة ، تغيرات E_{pe} و E_c و E_m

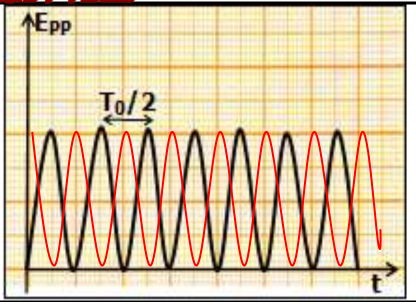
احتكاكات مهمة		احتكاكات ضعيفة غير مهملة
الطاقة بدلالة الزمن	طاقة الوضع الثقالية بدلالة الافصول	



E_m (J)
E_{pp}
Ec



E_{pp}
-π
$-\theta_m$
O
θ_m
π

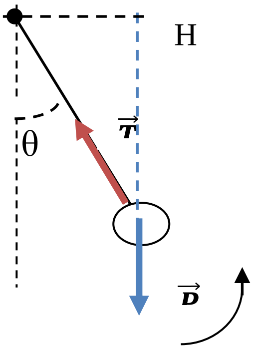


Epp
T0/2
t

لنواس البسيط - Le pendule simple

I- دراسة ذبذبات نواس البسيط:

1- المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة:	القوى المطبقة على الجسم (S)	تعبير العزم	القانون الثاني لنيوتن. المعادلة التفاضلية	
الجسم	تأثير المحور $\vec{T}$ وزن الجسم $\vec{P}$	$M(\vec{R})=0$ $M(\vec{p})=-P.OH$ حيث $OH=OG.\sin\theta$	$M(\vec{R})+M(\vec{p})+=J_\Delta.\ddot{\theta}$ $.\ddot{\theta}-P.OH=J_\Delta$ $.\ddot{\theta}-P.l.\sin\theta=J_\Delta$ $.\ddot{\theta}-m.g.OG.\sin\theta=J_\Delta$ $J_\Delta=m.l^2$ و $\sin\theta\approx\theta$ صغيرة θ $-m.g.l.\theta=m.l^2.\ddot{\theta}$ $\ddot{\theta}+\frac{g}{l}.\theta=0$ l طول النواس ب (m) و g : شدة الثقالة ب ($m.s^{-2}$).	

2- حل المعادلة التفاضلية:

حلها يكتب على شكل	$(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	φ	θ_m	T_0
$\theta(t)=\theta_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$	طور الذبذبات عند التاريخ t ب (rad).	الطور عند أصل التواريخ (t=0) ب(rad)	الوسع amplitude ب(rad).	الدور الخاص ب s

3-تعبير الدور الخاص:

المعادلة الزمنية	تعبير السرعة	تعبير التسارع
$\theta(t)=\theta_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$	$\dot{\theta}=\frac{d\theta}{dt}=-\theta_m.\frac{2\pi}{T_0}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$	$\ddot{\theta}=\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\theta_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

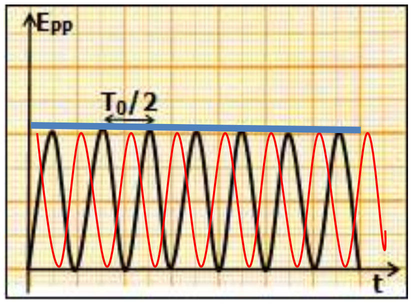
لدينا $\ddot{\theta}=-\theta_m.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)=$ $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\theta(t)$ من المعادلة التفاضلية لدينا $.\theta\ddot{\theta}=-\frac{g}{l}$	بالمماثلة $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=-\frac{g}{l}$	$T_0=2\pi.\sqrt{\frac{l}{g}}$

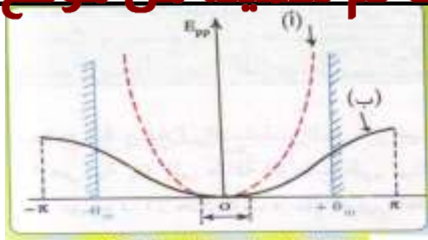
II- الدراسة الطاقية للمجموعة {الجسم}

الطاقة الحركية:	طاقة الوضع الثقالية	الطاقة الميكانيكية لمجموعة
$E_c=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$ * J_Δ : عزم قصور الجسم. * $\dot{\theta}$: السرعة الزاوية لدوران او $E_c=\frac{1}{2}m.v^2$	<u>طاقة الوضع الثقالية :</u> $E_{pp}=m.g.z+Cte$ * m : كتلة النواس الوازن . * g : شدة مجال الثقالة. * z : أنسوب مركز قصوره ، على محور رأسي موجه نحو الأعلى . * Cte : ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية. $E_{pp}=m.g.d(1-\cos\theta)$ حيث $d=l$ $\cos\theta\approx1-\frac{\theta^2}{2}$ صغيرة θ و باختيار مرجع طاقة الوضع الثقالية موضع التوازن المستقر نكتب: $E_{pp}=m.g.d(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}m.g.d.\theta^2$	هي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع. $E_m=E_p+E_c$ $E_m=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2+m.g.d(1-\cos\theta)$

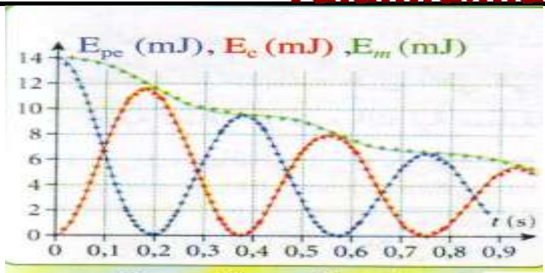
مخططات الطاقة ، تغيرات E_{pe} و E_c و E_m

احتكاكات مهمة		احتكاكات ضعيفة غير مهملة
الطاقة بدلالة الزمن	طاقة الوضع الثقالية بدلالة الافصول	





تمثيل تغيرات E_{pp} بدلالة θ :
(أ) θ صغيرة.
(ب) θ غير صغيرة



تغيرات E_{pe} و E_c و E_m
بدلالة الزمن (بوجود الاحتكاك)