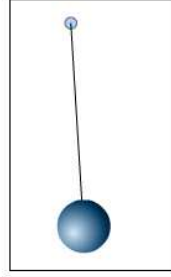


المجموعة الميكانيكية المتذبذبة Système mécanique oscillant

I - تقديم مجموعات ميكانيكية متذبذبة



النواس الوزن



النواس البسيط



نواس اللي



النواس المرن

1 - تعريف بالمجموعة الميكانيكية المتذبذبة

المجموعة الميكانيكية هي مجموعة تنجز حركة دورية حول موضع توازنها المستقر .
تذكير بتعريف الحركة الدورية : هي حركة تتكرر مماثلة لنفسها خلال مدد زمنية متساوية .

أ - النواس الوزن

النواس الوزن هو كل مجموعة غير قابلة للتشويه بإمكانها إنجاز حركة تذبذبية حول محور ثابت تحت تأثير وزنها .

مثال : رقاص ساعة جدارية :

عند حركة الرقاص ، يخضع إلى القوى التالية : $\vec{P}$ وزن الرقاص . $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) محور الدوران .
القوى التي لها مفعول على حركة الرقاص هي وزنه فقط ، بينما $\vec{R}$ ليس لها أي مفعول على حركة الرقاص .

ب - النواس البسيط

النواس البسيط هو كل نقطة مادية تتأرجح على مسافة ثابتة من محور أفقي ثابت .
عمليا للحصول على نواس بسيط نعلق جسم صغير كثافته جد عالية بطرف خيط كتلته مهملة وغير قابل الامتداد ونشد الطرف الآخر بحامل ثابت .

عند حركة النواس البسيط فهو يخضع للقوى التالية : $\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{F}$ تأثير الخيط على الجسم .
القوة الوحيدة التي لها مفعول على حركة النواس البسيط هي وزنه فقط ، بينما $\vec{F}$ خط تأثيرها يتقاطع مع محور الدوران وبالتالي ليس لها مفعول على حركته .

ملحوظة : أبعاد الجسم جد صغيرة أما طول الخيط ($r \ll \ell$) يمكن اعتبار في هذه الحالة أن الجسم نقطيا والنواس البسيط متذبذبا ميكانيكيا مثاليا وحالة خاصة للنواس الوزن .

ج - نواس اللي

نواس اللي جهاز يتكون من سلك فلزي ثبت أحد طرفيه إلى حامل ، ومن قضيب متجانس معلق من مركز قصوره بالطرف الثاني للسلك .

عند إدارة القضيب أفقيا بزاوية θ حول المحور (Δ) المجسم بالسلك ، فإن السلك يلتوي ، فيسعى للعودة إلى حالته البدئية ، بحيث يطبق على القضيب تأثيرا تنتج عنه مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي وهي مزدوجة ارتداد Couple de rappel تقاوم التواء السلك وبالتالي تحدث حركة تذبذبية للقضيب حول موضع توازنه المستقر .

د - النواس المرن

يتكون النواس المرن من جسم صلب معلق بطرف نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة . الطرف الثاني للنابض مثبت بحامل ثابت .

عند تشويه النابض وتحريره نلاحظ أن ينجز حركة تذبذبية حول موضع توازنه المستقر ، تعزى هذه الحركة إلى القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم والتي تتعلق بحالة النابض إذا كان مطالا أو مكبوسا أو مضغوطا إذ تقاوم هذه القوة تشويه النابض ، لذلك تسمى بقوة الارتداد .

2 - الحركة التذبذبية ومميزاتها .

2 - 1 تعريف

الحركة التذبذبية هي حركة ذهاب وإياب حول موضع معين ، وهي حركة تميز المتذبذبات الميكانيكية . هناك ثلاثة أنواع للحركة التذبذبية :

— الحركة التذبذبية الحرة : هي التي ينجزها متذبذب ميكانيكي دون اكتساب طاقة ما من المحيط الخارجي بعد إحداث حركته .

— الحركة التذبذبية المصانة : هي التي ينجزها المتذبذب وذلك بتعويض الطاقة المفقودة خلال التذبذبات بواسطة جهاز خارجي . مثال الساعة الحائطية .

الحركة التذبذبية القسرية : عندما تفرض مجموعة ميكانيكية تسمى بالمثير تردد لذبذبات على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان .

2 - 2 مميزات الحركة التذبذبية

أ - موضع التوازن المستقر

كل متذبذب ميكانيكي حر لا يمكنه أن ينجز حركته التذبذبية إلا حول موضع توازنه المستقر .

ب - وسع الحركة

وسع الحركة لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار الذي يعبر عن مدى ابتعاد أو انحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر .

بالنسبة للنواس الوزن والنواس البسيط ونواس اللي نستعمل الأفصول الزاوي θ .

بالنسبة للنواس المرن ، نستعمل الأفصول المنحني (حركة إزاحة

مستقيمة)

مثال :

• النواس الوزن

عند إزاحة النواس الوزن عن موضع توازنه المستقر ، ثم نحرره ،

ينجز ذبذبات حرة في المستوى الرأسي الذي يحتوي على

الموضع البدئي وعلى موضع التوازن المستقر لمركز قصوره G .

الأفصول الزاوي لنواس وزن (أو بسيط) هو الزاوية الموجهة $\theta(t)$

بحيث :

$$\theta(t) = (\overrightarrow{OG_{(eq)}}, \overrightarrow{OG_{(t)}})$$

و $G_{(t)}$ هو موضع G عند اللحظة t .

أثناء الحركة يأخذ الأفصول الزاوي θ قيما موجبة وقيما سالبة .

ويإهمال الخمود بالنسبة للذبذبات الأولى ، يتغير θ بين قيمة

قصوى θ_m وقيمة دنيا $(-\theta)$ وتسمى القيمة المطلقة لهاتين

القيمتين وسع الحركة للنواس الوزن الحر وغير المخمد .

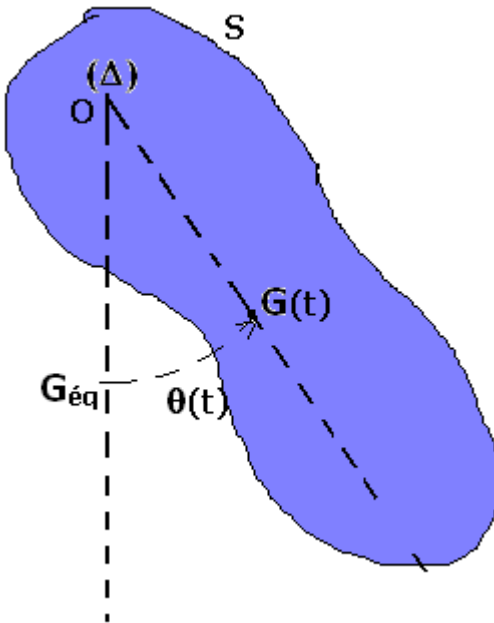
• النواس المرن

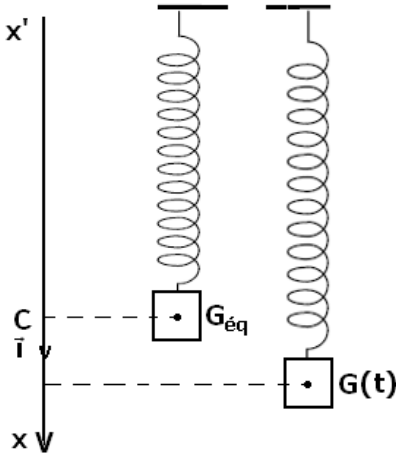
عند إزاحة الجسم عن موضع توازنه المستقر وفق اتجاه محور النابض وتحريره ، فإنه ينجز حركة تذبذبية

حرة حول هذا الموضع . نعلم مواضع مركز قصور النواس المرن في المعلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ متعامد

وممنظم محوره $(O, \vec{i})$ رأسي وموجه نحو الأسفل بالأفصول $x(t)$ بحيث أن $\overrightarrow{G_{eq}G} = x(t)\vec{i}$

G_{eq} موضع G عند التوازن المستقر .





أثناء الحركة الحرة وغير المخمدة للنواس ، تأخذ x قيما موجبة أكبرها x_m وقيما سالبة أصغرها $-x_m$ ، نسمي x_m وسع الحركة للنواس المرن .

ج - الدور الخاص

الدور الخاص T_0 لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو المدة الزمنية الفاصلة بين مرورين متتاليين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحنى ، وحدته في النظام العالي للوحدات هي الثانية (s)

2 - 3 خمود الذبذبات الميكانيكية

أ - ظاهرة الخمود

تجربة :

عند إزاحة متذبذب ميكانيكي (مثلا نواس وازن) عن موضع توازنه المستقر وتحريره ، فإنه ينجز ذبذبات حرة يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن ، إلى أن يتوقف عند موضع توازنه المستقر ، تسمى هذه الظاهرة ظاهرة الخمود الميكانيكي .

تعزى هذه الظاهرة إلى الاحتكاكات والتي يمكن تصنيفه إلى نوعين :

- احتكاكات صلبة والتي ينتج عنها خمود صلب للذبذبات .

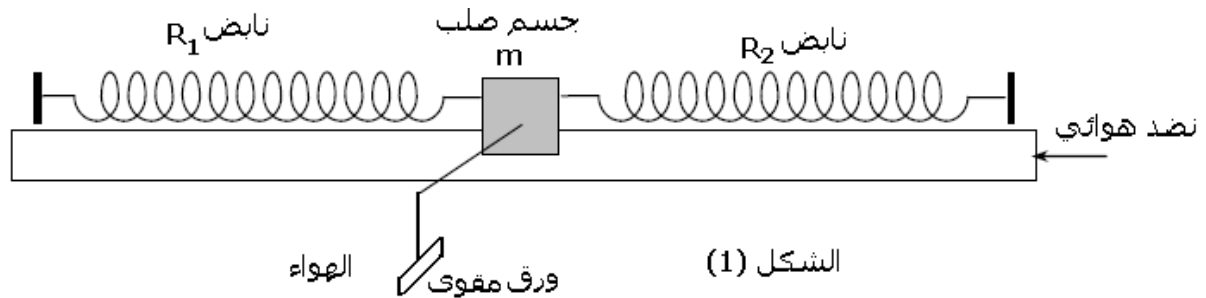
- احتكاكات مائعة والتي ينتج عنها خمود مائع للذبذبات .

ب - أنظمة خمود الذبذبات الميكانيكية .

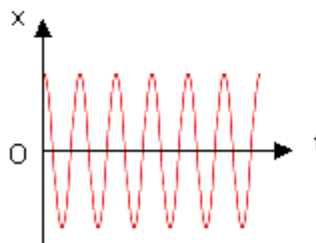
الخمود بالاحتكاكات المائعة :

دراسة تجريبية :

ننجز التركيب التجريبي المبين في الشكل (1) حيث الخيال في حالة توازن فوق نضد هوائي أفقي ، بحيث يكون النابضان مطاليين .

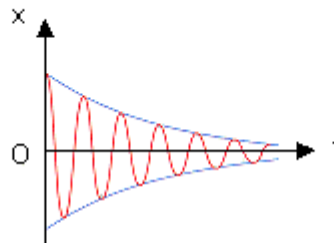


نشغل المعصفة ونزيح الخيال عن موضع توازنه ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية . فنحصل على الشكل (2) نثبت على الخيال قطعة من الورق المقوى ونعيد نفس التجربة فنحصل على المنحنى الشكل (3) .



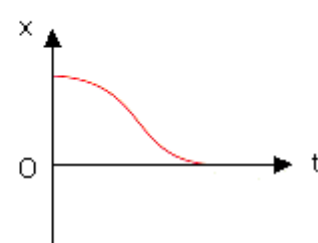
احتكاكات منعدمة

الشكل (2)



احتكاكات ضعيفة

الشكل (3)



احتكاكات مهمة

الشكل (4)

1 - ما طبيعة ذبذبات الخيال عند تشغيل المعصفة مع إهمال الاحتكاكات .

- 2 - حدد صنف الخمود ونظام اشتغال المتذبذب في كل حالة .
3 - اقترح طريقة عملية لإبراز النظام اللادوري تجريبيا ، واعط شكل مخطط المسافات الموافق .
خلاصة :

- حالة الخمود الضعيف : النظام شبه الدوري .
في هذه الحالة ينجز المتذبذب الميكانيكي ذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا إلى أن يستقر المتذبذب عند موضع توازنه المستقر .
كما أنه في هذه الحالة أن حركة المتذبذب ليست دورية نقول إنها شبه دورية ودورها T يقارب الدور الخاص T_0 للمتذبذب . عموما $(T_0 < T)$. نسمي T شبه الدور .
شبه الدور بالنسبة لمتذبذب ميكانيكي خموده ضعيف هو المدة الزمنية هو المدة الزمنية T التي تفصل مرورين متتاليين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى .
ملحوظة : كلما كان خمود المتذبذب ضعيفا ، كلما تناهى شبه الدور T نحو الدور الخاص T_0 .
كلما صار الخمود مهما ، كلما تناقص وسع الحركة بشدة إلى أن ينعدم خلال فترة زمنية وجيزة .
ب - حالة الخمود الحاد : النظام اللادوري .

في هذه الحالة تكون حركة المتذبذب غير دورية ، نقول أنها لا دورية ، وحسب أهمية الخمود ، نحصل على الحالات التالية :
- النظام تحت الحرج : ينجز المتذبذب ذبذبة واحدة قبل أن يتوقف .
- النظام الحرج : حيث يعود المتذبذب إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .
- النظام فوق الحرج : حيث يستغرق المتذبذب وقتا طويلا لكي يرجع إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .

ملحوظة : لصيانة حركة تذبذبية نوظف بعض الأجهزة الميكانيكية تكمن وظيفتها في تعويض الطاقة المبددة في كل دور . مثال : صيانة ذبذبات شفرة هزاز بواسطة كهرمغناطيس .

ج - الخمود بالاحتكاكات الصلبة

مثال النواس الوزان

تكون الاحتكاكات على مستوى محور الدوران " الصلبة " تكون في هذه الحالة ذبذبات النواس شبه دورية ويتناقص وسعها بكيفية خطية . ويساوي شبه الدور للذبذبات الدور الخاص للمتذبذب إذا كان حرا وغير مخمد .

II - دراسة ذبذبات المجموعة { جسم صلب - نابض }

1 - قوة الارتداد التي يطبقها نابض .

الدراسة التجريبية :

نعلق بالحامل نابضا ذا صلابة k ، طوله الأصلي ℓ_0

نعلق بالطرف A لنابض كتلة معلمة m ، فيطال النابض حيث يصبح طوله ℓ بحيث ينتقل طرفه الحر بالمسافة $A_0 A_{eq}$

1 - ذكر بالطريقة العملية لتعيين صلابة النابض .

2 - أعط بدلالة ℓ, ℓ_0, k ، تعبير شدة القوة المطبقة من طرف النابض على الكتلة المعلمة ، واستنتج

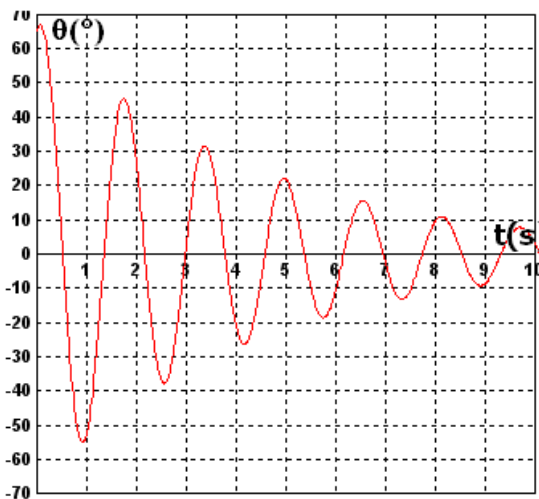
تعبير $\vec{F}$ بدلالة k والمتجه $\vec{A_0 A_{eq}}$.

نعتبر نواسا مرنا في وضع أفقي ، عندما يكون النابض حرا تحتل نقطة تماسه مع الجسم الموضع A_0 ، تكون في هذه الحالة A_0 و A_{eq} متطابقتين .

عندما يكون النابض مطالا (مضغوطة) تحتل هذه النقطة الموضع A .

1 - 1 القوى المطبقة على الجسم

$\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح على الجسم (غياب الاحتكاك) ، $\vec{F}$ القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم وهي قوة ارتداد تسعى إلى إرجاع الجسم إلى موضعه البدئي .



1 2 مميزات قوة الارتداد

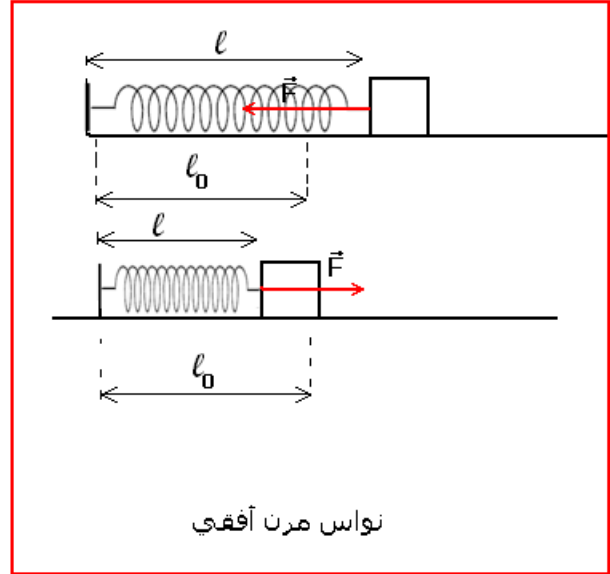
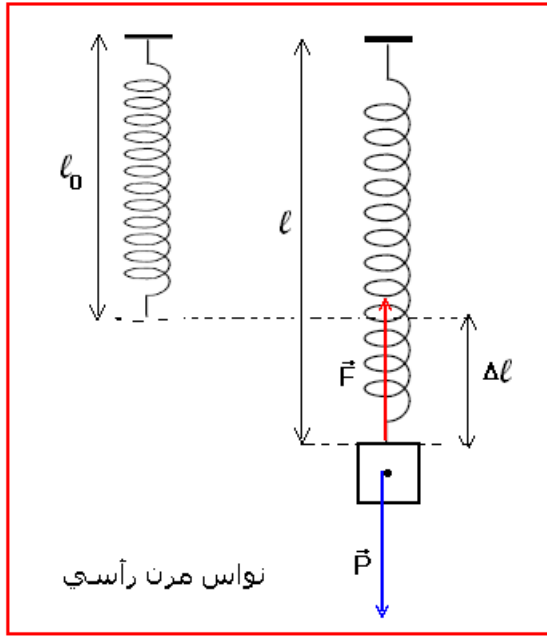
نقطة التأثير : نقطة التماس الجسم والناض .

خط التأثير : محور الناض

المنحى : موجه نحو داخل الناض في حالة الناض مطالا ، أو خارجه في حالة الناض مكبوس أو مضغوط .

الشدة : $F = k\Delta\ell = k(\ell - \ell_0)$ حيث k صلابة الناض و $\Delta\ell$ إطالته بالمتر و ℓ_0 طوله البدئي ، ℓ طوله النهائي .

يمكن أن نقرن بإطالة الناض $\Delta\ell$ المتجهة $\overrightarrow{A_0A}$ وهي متجهة انتقال النقطة A بحيث أن $\vec{F} = -k\overrightarrow{A_0A}$.



2 _ المعادلة التفاضلية

نعتبر نواسا أفقيا بحيث ينجز الجسم الصلب (S) ذبذبات حرة وغير مخمدة .

نعلم G مركز قصور الجسم الصلب بالأفصول x في معلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ متعامد وممنظم محوره

$(O, \vec{i})$ أفقي يطابق أصله G_0 موضع G عند التوازن : $\overrightarrow{OG} = x\vec{i}$.

المعلم $\mathcal{R}$ مرتبط بمراجع أرضي باعتباره

غاليليا حيث نطبق القانون الثاني لنيوتن

على الجسم (S) أثناء حركته .

المجموعة المدروسة : الجسم (S) ذو

كتلة m .

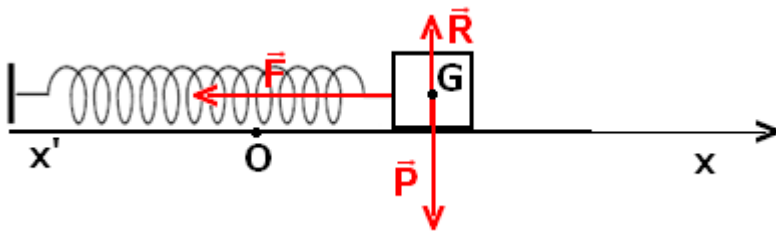
القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P}$ وزنه و

$\vec{R}$ تأثير المستوى الأفقي على الجسم و $\vec{F}$ قوة الارتداد التي يطبقها الناض على الجسم بحيث أن

$$\vec{F} = -k\overrightarrow{A_0A} \quad \overrightarrow{A_0A} = \overrightarrow{G_0G}$$

ومنه فإن $\vec{F} = -kx\vec{i}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$



لدينا $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ لغياب الحركة على المحور $(O, \vec{j})$ وبالتالي $\vec{F} = m\vec{a}$
 الإسقاط على $(O, \vec{i})$: $F = -kx\vec{i}$ بحيث أن x موضع G عند اللحظة t أي أن $-kx\vec{i} = \ddot{x}\vec{i}$.

نستنتج المعادلة التفاضلية من العلاقة السابقة : $kx + m\ddot{x} = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

العلاقة : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ تمثل المعادلة التفاضلية للنواس المرن .

ملحوظة : نفس المعادلة يمكن التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن الرأسي . أنظر التمرين التطبيقي 1
3 - حل المعادلة التفاضلية :

لدينا معادلة تفاضلية خطية حلها بصفة عامة هو على الشكل التالي : $x(t) = x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ حيث :

$(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$: طور التذبذبات عند اللحظة t وحدته rad .

φ طور التذبذبات عند اللحظة $t=0$ نعبر عنه ب rad .

x_m وسع الحركة بالمتر (m)

T_0 الدور الخاص للتذبذبات ب s

طبيعة حركة مركز القصور G للجسم مستقيمة جيبية دالتها الزمنية هي : $x(t) = x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

- تحدد قيمتي x_m و φ انطلاقا من الشروط البدئية .

- لدينا : $-1 \leq \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \leq +1 \Rightarrow -x_m \leq x(t) \leq +x_m$

4 - تعبير الدور الخاص

يحدد تعبير الدور الخاص انطلاقا من المعادلة التفاضلية بحيث نبحث عن الشرط الذي ينبغي توفره لكي تكون الدالة $x(t) = x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة :

لدينا $\dot{x}(t) = -\frac{2\pi}{T_0}x_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ و كذلك $\ddot{x}(t) = -\frac{4\pi^2}{T_0^2}x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

في المعادلة التفاضلية :

$$-\frac{4\pi^2}{T_0^2}x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \frac{k}{m}x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0$$

$$x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \left(\frac{k}{m} - \frac{4\pi^2}{T_0^2}\right) = 0$$

$$\left(\frac{k}{m} - \frac{4\pi^2}{T_0^2}\right) = 0 \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

بحيث أن T_0 الدور الخاص للنواس المرن

m كتلة الجسم (S) ب kg و k صلابة النابض ب (N / m)

نعبر كذلك عن التردد الخاص للتذبذبات بالعلاقة التالية : $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

وحدة التردد في النظام العالمي للوحدات هي الهرتز . (Hz)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{دراسة تجريبية : التحقق من العلاقة}$$

نعلق كتلة معلمة بنابض ، ونعلم موضع النقطة A عند التوازن A_{eq} .
نزيح الكتلة المعلقة رأسيا نحو الأسفل بالوسع x_m ونحررها بدون سرعة بدئية . بواسطة ميث يدوي نقيس مدة 10 ذبذبات .
نعيد التجربة 3 مرات بحيث في كل مرة قيمة x_m .

نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير الكتلة في كل مرة مع الاحتفاظ بنفس النابض .
نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير النابض في كل مرة واستعمال نفس الكتلة المعلقة .
1 - لماذا لا نقيس مباشرة ذبذبة واحدة ؟ هل يتعلق الدور الخاص بوسع الحركة ؟
2 - ما تأثير كل من كتلة الجسم المعلق و صلابة النابض على الدور الخاص ؟
3 - هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟

III - دراسة ذبذبات نواس اللي

1 - مزدوجة الارتداد المطبقة من طرف سلك اللي .

عند تطبيق مزدوجة قوتين على قضيب معلق بسلك ، فإن هذا الأخير يلتوي . وعند حذف المزدوجتين ، يعود السلك إلى موضع توازنه بفعل قوة الارتداد التي تطبقها مولدات السلك على القضيب وموجوع هذه القوى يكون مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي ونرمز لها ب M_C .

عزم هذه المزدوجة مستقل عن المحور ونعبر عنه بالعلاقة التالية : $M_C = -C.\theta$

بحيث أن C ثابتة لي السلك وحدتها هي $N.m.rad^{-1}$ و θ زاوية اللي ب rad تتعلق ثابتة اللي بطول السلك وبمقطعه وبنوعيته .

2 - المعادلة التفاضلية لحركة الجسم الصلب وحلها .

نعتبر نواس اللي في توازنه المستقر . ندير القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ، ونحرره بدون سرعة بدئية ، فينجز القضيب حركة تذبذبية حرة حول موضع توازنه المستقر .

نعتبر الاحتكاكات مهملة . J_Δ عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) المجسد بالسلك . و C ثابتة اللي للسلك.

ندرس حركة القضيب في مرجع مرتبط بالأرض والذي نعتبره مرجعا غاليليا ، ونعلم موضع القضيب بأفصوله الزاوي θ والذي نقيسه بالنسبة لاتجاه مرجعي وهو اتجاه القضيب عند التوازن .
جرد القوى المطبقة على القضيب : $\vec{P}$ وزن القضيب ، $\vec{R}$ تأثير السلك على القضيب ، ومزدوجة اللي وعزمها هو $M_C = -C.\theta$.

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على القضيب:

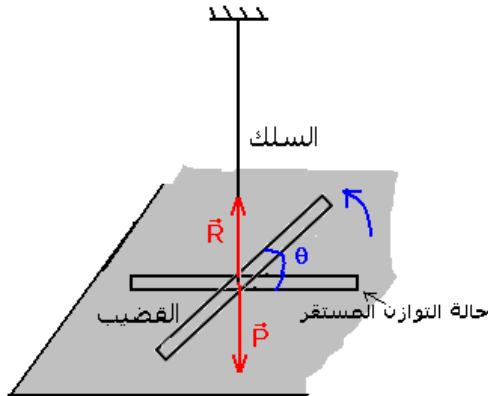
$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_C = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

بما أن خط تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ متطابقان لمحور الدوران فمفعولهما علة دوران القضيب منعدم أي أن عزمهما منعدم .

$$M_C = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow -C\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

وبالتالي تكون المعادلة التفاضلية لحركة القضيب هي : $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$

حل المعادلة التفاضلية :



المعادلة التفاضلية شبيهة من ناحية الشكل بالمعادلة التفاضلية التي تم التوصل إليها بالنسبة للنواس

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) : \text{الشكل التالي :}$$

θ_m و φ تتعلقان بالشروط البدئية للحركة .

3 - الدور الخاص :

بتعويض حل المحصل عليه في المعادلة التفاضلية نحصل على الدور الخاص للنواس اللي الحر وهو على الشكل التالي :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}} \text{ حيث } J_{\Delta} \text{ عزم قصور القضيب (الجسم الصلب) بالنسبة للمحور } (\Delta) \text{ نعبر عنه } kg.m^2 \text{ و}$$

C ثابتة اللي للسلك نعبر عنها $N.m.rad^{-1}$.

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}} : \text{التردد الخاص لنواس اللي هو :}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}} \text{ دراسة تجريبية : التحقق التجريبي من العلاقة}$$

الجهاز التجريبي

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل جانبه والمتكون من سلكين ثلثية ليهما على التوالي C_1 و C_2 بحيث أن ثابتة اللي المكافئة للسلكين هي

$$C = C_1 + C_2$$

ونعلم أن ثابتة اللي تتعلق بطول السلك ℓ وهي تتناسب عكسيا مع الطول ℓ قضيب معدني متجانس يحمل في طرفيه سحمتين كتلة كل واحدة منهما هي

$$m \text{ عزم قصوره هو } J'_{\Delta} = J_{\Delta} + 2md^2 \text{ حيث } J_{\Delta} \text{ عزم قصور القضيب}$$

نزح القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ونطلقه بدون سرعة بدئية .

نلاحظ : ينجز القضيب حركة تذبذبية دورانية حول موضع توازنه في المستوى

المتعامد مع القضيب

1 - تأثير عزم قصور القضيب

تجربة : نأخذ سلك ثابتة ليه C ونغير عزم قصوره J'_{Δ}

$$J'_{\Delta} = J_{\Delta} + 2md^2$$

J_{Δ} عزم قصور القضيب . m كتلة السحمة أو الجسم المثبت على القضيب

d المسافة بين المحور (Δ) والسحمة .

نغير المسافة d ونقيس الدور الخاص T_0 بواسطة خلية كهر ضوئية

مرتبطة بميقات إلكتروني .

نقارن قيم T_0 و J'_{Δ} ماذا نلاحظ ؟

كلما ازدادت d ازدادت كذلك T_0 أي كلما ازدادت J'_{Δ} ازدادت T_0

استنتاج : J'_{Δ} و T_0 يتناسبان أطرادا .

$$T_0 = k\sqrt{J'_{\Delta}}$$

2 - تأثير ثابتة اللي للسلك .

نثبت عزم قصور القضيب J'_{Δ} ونغير السلك - طوله أو طبيعته -

نقارن قيم T_0 و C ماذا نلاحظ ؟

نلاحظ : أنه كلما ازدادت ثابتة اللي للسلك يتناقص الدور الخاص T_0

أي أن T_0 و C يتناسبان عكسيا والدراسة الكمية تبين أن : $T_0 = \frac{k'}{\sqrt{C}}$

3 - هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟

IV - دراسة ذبذبات النواس الوازن .

1 - المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وحلها .

المجموعة المدروسة : الجسم (S) كتلته m وعزم قصوره

بالنسبة لمحور الدوران (Δ) الأفقي J_Δ .

المعلم : مرتبط بالأرض، المرجع الأرضي ونعتبره غاليليا .

في كل لحظة نمعلم موضع النواس G بالأفصول الزاوي $\theta(t)$

جرد القوى المطبقة على المجموعة :

- وزنها $\vec{P}$

- تأثير المحور (Δ) على المجموعة $\vec{R}$.

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على المجموعة في حالة الدوران

$$\text{حول المحور } (\Delta) : \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

بما أن خط تأثير القوة $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ) فإن عزمها

$$\text{منعدم بالنسبة لهذا المحور : } \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$$

$$\text{وبالتالي : } \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$\text{لدينا : } \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mgd \sin \theta \quad \text{أي أن (1) } \ddot{\theta} + \frac{mgd}{J_\Delta} \sin \theta = 0$$

العلاقة التي تم التوصل إليها هي المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وهي غير خطية وبالتالي فحلها ليس جيبيا .

حالة الذبذبات ذات وسع صغير .

تعتبر الذبذبات ذات وسع صغير إذا كانت $\theta \leq 15^\circ$ يعني أن $\theta \leq 0,26 \text{ rad}$ في هذه الحالة تكون

$$\sin \theta \approx \theta \quad \text{وتصبح المعادلة التفاضلية (2) } \ddot{\theta} + \frac{mgd}{J_\Delta} \theta = 0$$

قياسا مع ما سبق نقبل أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

2 - الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير .

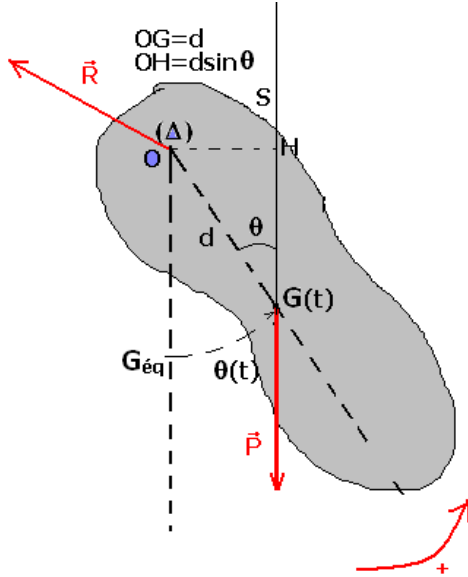
الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}$$

J_Δ عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه ب (kg.m^2)

d المسافة الفاصلة بين المحور (Δ) ومركز قصور المجموعة المتذبذبة . ب (m)

m كتلة المجموعة ونعبر عنها ب (kg)



g شدة الثقالة (m/s^2) .

تعبير التردد الخاص f_0 لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة غير مخمدة وذات وسع صغير : $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgd}{J_\Delta}}$

3 - النواس البسيط

النواس البسيط هو نموذج مثالي للمتذبذب ميكانيكي . وهو حالة خاصة للنواس الوازن حيث : $d = \ell$ و $J_\Delta = m\ell^2$. في هذه الحالة تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \theta = 0$$

وتقبل هذه المعادلة كحلا لها : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ وتمثل المعادلة الزمنية

لحركة النواس البسيط .

تعبير الدور الخاص للنواس البسيط : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ حيث ℓ طول النواس البسيط ب (m) و g شدة مجال الثقالة (m/s^2) .

طول النواس البسيط المتوافق مع النواس البسيط :

نقول أن النواس البسيط متوافق مع النواس الوازن إذا كان لهما نفس الدور أي أن دور النواس البسيط = دور النواس الوازن .

$$2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}} \Rightarrow \ell = \frac{J_\Delta}{md}$$

٧ - ظاهرة الرنين الميكانيكي

1 - الذبذبات القسرية

في الواقع تؤثر الاحتكاكات على حركة المتذبذبات الميكانيكية والتي تؤدي إلى خمود حركتها مع الزمن في حالة ما لم يتم تعويض الطاقة المفقودة من طرف المحيط الخارجي . عكس ذلك تكون حركة المتذبذب مصانة . للحصول على هذا النوع من الذبذبات يتم تجميع المتذبذب الميكانيكي مع جهاز يمنحه الطاقة اللازمة . يسمى هذا الأخير بالمثير وهو مجموعة ذات حركة جيبيية تفرض دورها T_e على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان ، فتصبح هذه الأخيرة تنجز ذبذبات قسرية دورها $T_0 = T_e$.

2 - تمرين تجريبي (بكالوريا فرنسية يونيو 2003 Ile de La Réunion) بتصرف

ننمذج النوابض أو المخمدات (les amortisseurs) التي تحمل السيارة بنابض ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته $K = 40 N/m$ (القيمة المشار إليها من طرف الصانع)

I - دراسة حالة التوازن

للتأكد من قيمة صلابة النابض ، نقيس الطول الأصلي للنابض $\ell_0 = 10,0 cm$ ، ثم ، في تجربة أخرى نعلق بطرفه الحر جسم كتلته $m = 100 g$ ، فيصبح طول النابض النهائي $\ell = 12,4 cm$. نعطي $g = 10 m/s^2$.

1 - 1 أحسب صلابة النابض K' .

دراسة توازن الجسم المعلق بالنابض :

جرد القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P}$ وزن الجسم ، $\vec{F}$ توتر النابض

نطبق شرطا التوازن بالنسبة لجسم خاضع لقوتين وفي حالة توازن أن لهتين القوتين نفس الشدة :

$$F = P \Rightarrow mg = K\Delta\ell \quad K = \frac{mg}{\Delta\ell} = 42 N/m \quad \text{فإن وبالتالي}$$

1 - 2 ما هو الخطأ النسبي الناتج عن عملية القياس التي قام بها المجرب بالنسبة للقيمة K المشار إليه من طرف الصانع .

نذكر بأن الخطأ النسبي لمقدار X هو $\frac{X_{exp} - X_{th}}{X_{th}}$

حسب العلاقة الخطأ النسبي هو : $\frac{42 - 40}{42} = 0,05 = 5\%$

II - الدراسة التحريكية

لدراسة حركة المجموعة { النابض + الجسم } نستعمل المجموعة الممثلة في الشكل (1) والتي تتكون من إلكترودين A و B ، مثبتين في محلول S ، ومرتبطين بالقطبين $(+5V, -5V)$ لمولد التوتر المستمر . قضيب فلزي t مكسوا كلياً بعازل ومثبت بكتلة معلمة m . طرفه E يتبع حركة الكتلة المعلمة m .

يمكن قياس التوتر بين النقطة O والقطب $0V$ للمولد من كشف موضع النقطة E . مما يمكن كذلك من معرفة موضع الكتلة m خلال الحركة التذبذبية .

هذه المجموعة مرتبطة بجهاز يستقبل المعطيات وبواسطة برنم ملائم يمكن معالجتها للحصول على منحني تغيرات الأفصول x للكتلة m بدلالة الزمن t وذلك بعد أن إزاحة الكتلة m عن موضع توازنها نحو الأسفل ب $1cm$

وتحريرها بدون

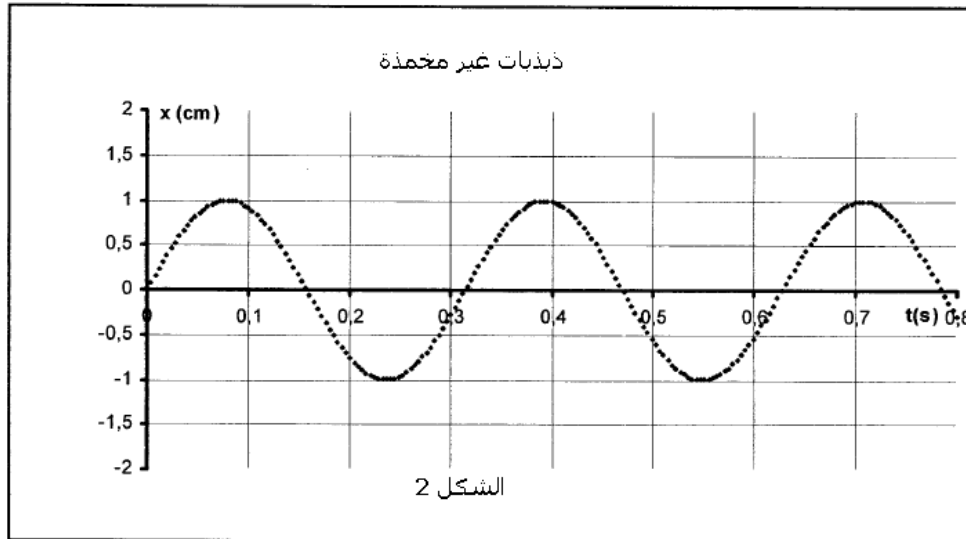
سرعة بدئية .

حيث نحصل

على ذبذبات حرة

وغير مخمدة .

أنظر الشكل 2 .



الشكل 2

1 - حدد الدور الخاص لحركة المتذبذب . هل هذه القيمة توافق القيمة النظرية للدور الخاص ؟ من خلال المبيان نحصل على القيمة التجريبية للدور الخاص للمتذبذب المرن $T_{0exp} = 0,33s$.

حساب القيمة النظرية للدور الخاص : $T_{0th} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,314s$ تتوفى مع القيمة التجريبية .

2 - باستعمال معادلة الأبعاد ، بين أن وحدة الدور الخاص هي الثانية.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ نعلم أن 2π بدون وحدة و وحدة الكتلة هي kg و وحدة صلابة النابض N/m

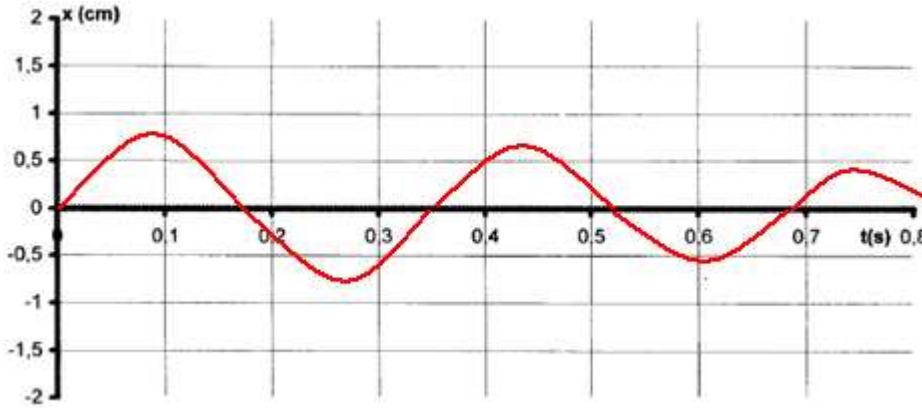
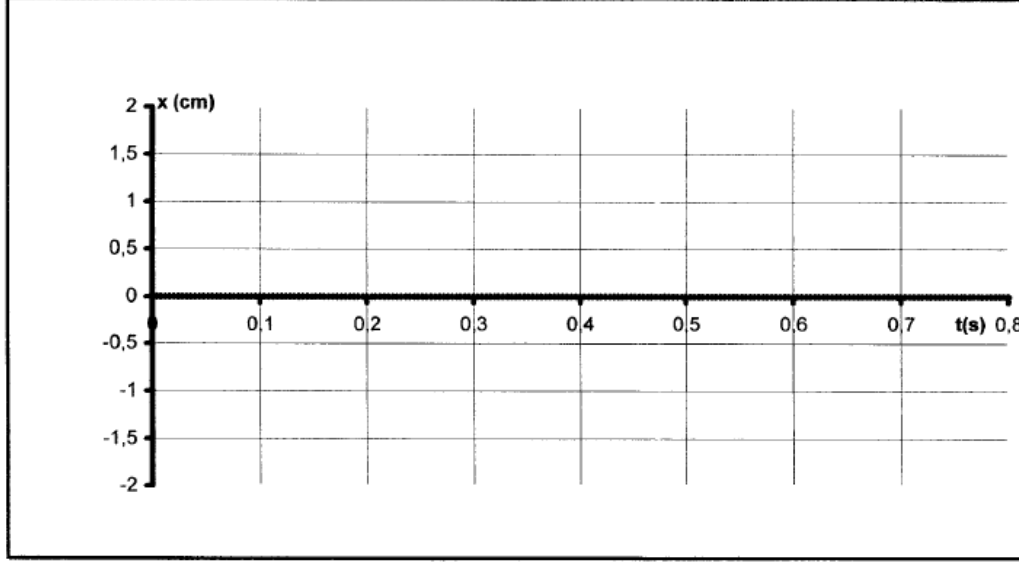
وأن النيوتن هو $kg.m / s^2$

تكتب معادلة الأبعاد للدور الخاص T_0 على الشكل التالي :

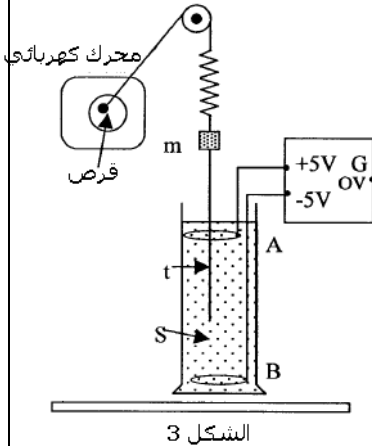
$$[T_0] = \left(\frac{[M].[L].[T]^2}{[M].[L]} \right)^{1/2} = [T]$$

أي أن وحدة الدور الخاص هي الثانية (s) .

3 - نعوض المحلول (S) بمحلول آخر لزوجته أكبر . خط شكل المنحنى المحصل عليه في هذه الحالة



شكل
المنحنى
المحصل عليه



III - دراسة ذبذبات قسرية

ننجز التركيب التجريبي التالي الشكل 3 ، حيث بواسطة خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة يمر من مجرى بكرة مثبتة ، نربط طرف النابض بمحرك كهربائي يحدث لقرص حركة دوران منتظم حول محور ثابت . عند تشغيل المحرك يحدث الجهاز { المحرك ، القرص ، الخيط } للنواس المرن حركة تذبذبية ترددها يتناسب اطرادا مع سرعة دوران القرص . ننجز عدة تسجيلات لمختلف سرعات دوران القرص المرتبط بالمحرك حيث تردده f بالهرتز . ونسجل تغيرات وسع كل تسجيل بدلالة التردد f فنحصل على الجدول التالي :

1 - حدد من خلال هذه التجربة المجموعة التي تلعب دور المثير

$f \text{ (Hz)}$	1,5	2	2,5	2,8	3,1	3,2	3,3	3,6	4	4,5
$x_{\max} \text{ (cm)}$	0,4	0,6	1	1,5	2,1	2,3	2	1,5	1	0,7

والمجموعة التي تلعب دور الرنان .

تنجز مجموعة ميكانيكية ذبذبات قسرية عندما يفرض مثير دوره على هذه المجموعة التي تسمى بالرنان

2 - مثل على ورق مليمتري $x_m = g(f)$ باستعمال السلم : $1\text{cm} \leftrightarrow 0,5\text{Hz}$ و $1\text{cm} \leftrightarrow 0,5\text{cm}$

3 - ما اسم الظاهرة المحصلة عند $f = 3,2\text{Hz}$ ؟ استنتج في هذه الحالة دور الذبذبات .

4 - قارن هذا الدور مع دور الذبذبات الحرة غير المخمدة .

5 - ما التغيرات الملاحظة عند استعمال محلول (S) ذي لزوجة أكبر ؟

عندما نستعمل محلول لزوجته أكبر ستزداد الاحتكاكات وبالتالي سيتناقص وسع الذبذبات وكذلك دورها عند الرنين .

تأثير الخمود على الرنين :

في حالة الخمود الضعيف للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات

القسرية عند الرنين قيمة كبيرة ، نقول أن الرنين حادا .

في حالة الخمود القوي للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات

القسرية عند الرنين قيمة صغير ، نقول إن الرنين ضبابي

IV - المجموعة معاليق السيارة

تتكون المجموعة معاليق السيارة من نوابض ومخمّدات . تكون

السيارة المجموعة المتذبذبة ترددها الخاص f_0 .

تحدث الرياح على رمال الصحراء ممرات متموجة تسمى بالمطالة المتموجة « les tôles ondulées » فهي تحتوي على حداث متتالية ومنتظمة تفصل بينها مسافة L (بعض العشرات من السنتيمترات) بالنسبة لسرعة v_R ، تخضع السيارة لذبذبات ذات وسع قوي والتي يجب تجنبها حتى لا يتم إتلاف السيارة .

1 - فسر هذه الظاهرة موضحا دور الممرات المتموجة .

ننمذج معاليق السيارة بمتذبذب ميكانيكي تردد الخاص f_0 له دور الرنان ، عند مرورها من تموجات أو حداث متتالية والتي تلعب دور المثير فإن السيارة ستخضع إلى دفعات دورية أي لها تردد وهو تردد المثير في حالة هذا التردد يساوي تردد الرنان f_0 ستكون عندنا ظاهرة الرنين وبالتالي ستلتف السيارة

2 - عبر عن السرعة v_R بدلالة f_0 و L .

المدة الزمنية المستغرقة خلال مرور السيارة من حذبتين هي $\Delta t = \frac{L}{v_R}$ وهي تمثل دور المثير أي أن

تردده هو : $f_e = \frac{1}{T_e} = \frac{v_R}{L}$ بما أنه عند الرنين $f_e = f_0$ فإن $v_R = L \cdot f_0$.

تطبيق عددي : $v_R = 14,4\text{km/h}$

