

7 صفحات

مادة الـ فـ يـ زيـاء

الأستاذ أيوب مرضي

الجزء الرابع: الميكانيك

مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية

مدة الإنجاز (درس+تمارين): 4 س + 2 س

شعبة: العلوم الفيزيائية

الحركات المستوية

Mouvements plans

الدرس الثاني عشر

I. حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم.

1. تعريف:

نسمى **قذيفة** كل جسم يرسل على مقربة من الأرض بسرعة بديئة \vec{V}_0 ، لتبسيط الدراسة نهمل جميع الاحتكاكات ونعتبر القذيفة خاضعة لوزنها \vec{P} فقط (سقوط حر).

2. دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم:

نرسل من نقطة O قذيفة (كريه) كتلتها m بسرعة بديئة \vec{V}_0 ، وندرس حركتها في مجال الثقالة الذي نعتبره منتظاما $g = \text{cte}$.

تتم هذه الدراسة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا حيث نعلم مواضع G في كل لحظة بإحداثياتها في معلم متعدد منظم $R(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي.

تكون متوجهة السرعة البدائية \vec{V}_0 زاوية α مع الخط الأفقي تسمى **زاوية القذف**. كما نختار لحظة إطلاق القذيفة أصلا للتاريخ.

أ. متوجهة التسارع (المعادلات التفاضلية):

المجموعة المدروسة {الجسم (S)} . جرد القوى: \vec{P} الوزن.

و حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا: $m\vec{g} = m\vec{a}_G$ أي $\vec{P} = m\vec{a}_G$ و منه

$$\vec{a}_G = \begin{cases} a_x = 0 = \frac{dV_x}{dt} \\ a_y = -g = \frac{dV_y}{dt} \\ a_z = 0 = \frac{dV_z}{dt} \end{cases}$$

بإسقاط العلاقة (1) على معلم الفضاء $R(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نجد:

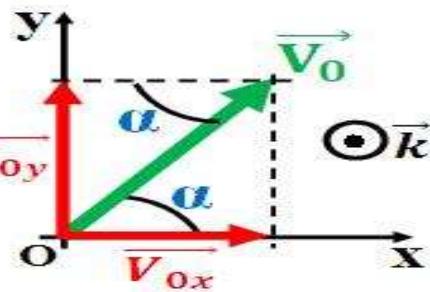
$$\vec{V}_G = \begin{cases} V_x = V_{0x} \\ V_y = -g \cdot t + V_{0y} \\ V_z = V_{0z} \end{cases}$$

ب. متوجهة السرعة:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ \frac{dV_y}{dt} = -g \\ \frac{dV_z}{dt} = 0 \end{cases}$$

عن طريق التكامل نحدد إحداثيات متوجهة السرعة وهي:

لدينا: \vec{g}

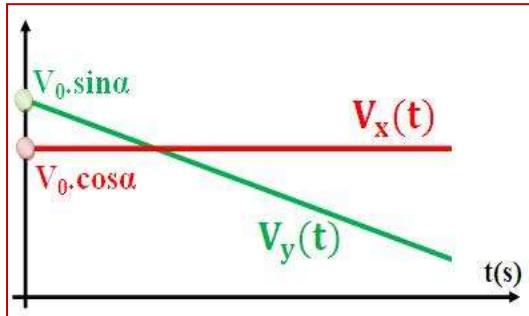


حيث كل من V_{0x} و V_{0z} تمثل احداثيات متجهة السرعة البدئية في المعلم $R(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ و منه نجد:

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha$$

$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha$$

$$V_{0z} = 0$$



و بالتالي احداثيات متجهة السرعة لمركز قصور القذيفة في المعلم

$$\vec{V}_G \begin{cases} V_x(t) = V_0 \cdot \cos \alpha \\ V_y(t) = -g \cdot t + V_0 \cdot \sin \alpha \\ V_z(t) = 0 \end{cases} \text{ هي: } R(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$$

نمثل كل من $V_x(t)$ و $V_y(t)$ و $V_z(t)$ بدلالة الزمن فنحصل على المنحنى جانبي:

ج. متجهة الموضع:

عن طريق التكامل نحدد احداثيات متجهة الموضع وهي كالتالي:

$$\text{لدينا: } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos \alpha \\ \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + V_0 \cdot \sin \alpha \\ \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$\text{حيث كل من } x_0 \text{ و } y_0 \text{ و } z_0 \text{ تمثل احداثيات متجهة الموضع عند اللحظة } t=0 \text{ في المعلم و منه نجد المعادلات الزمنية لحركة الجسم (S):}$$

$$\begin{cases} x(t) = (V_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + (V_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + y_0 \\ z(t) = z_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = (V_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + (V_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

ملاحظات:

- بما أن $z(t) = 0$ فإن الحركة تتم في المستوى (xOy) أي في المستوى الرأسي الذي يشمل متجهة السرعة البدئية
- و بالتالي فإن حركة القذيفة **حركة مستوية**.
- على المحور الأفقي (Ox) حركة **مستقيمية منتظمة**، حيث $x(t)$ خطية والسرعة $V_x(t)$ ثابتة.
- على المحور الرأسي (Oy) حركة **مستقيمية متغيرة بانتظام**، حيث $y(t)$ دالة من الدرجة الثانية والتسارع a_y ثابت.

3. مميزات المسار:

أ. معادلة المسار:

معادلة المسار هي العلاقة التي تجمع بين احداثي النقطة G للمتحرك، و بما أن الحركة تتم في المستوى (xOy) إذن يفترض إيجاد تعبير $y(t)$ بدلالة $x(t)$ للحصول على معادلة المسار، و ذلك بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزمنيتين

و $y(t)$ ، بحيث لدينا: $x(t) = (V_0 \cos \alpha) \cdot t$ أي أن $x/(V_0 \cos \alpha) = t$ حيث نعرض t بتعبيتها في المعادلة الزمنية

فجد: $y(t)$

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 + (V_0 \sin \alpha) \cdot \left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right)$$

$$y(x) = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha) \cdot x$$

و منه نحصل على معادلة المسار التالية:

$y(x)$ دالة من الدرجة الثانية أي أن تمثلها عبارة عن شلجم يوجد في مستوى القذف و منه فإن **الحركة شلجمية**.

ب. المدى الرأسي (قمة المسار F):

نسمى **قمة المسار** الارتفاع القصوي الذي تصل إليه القذيفة بالنسبة لارتفاعها البدني و الذي يطابق النقطة F في المسار.

عند قمة المسار تندفع السرعة $V_y(t_F) = 0$ أي أن: $V_y(t_F) = -g \cdot t_F + V_0 \sin \alpha = 0$

$$t_F = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$$

إذن نستنتج تاريخ مرور القذيفة من النقطة F بحيث:

نعرض t_F بتعبيتها في كل من $x(t)$ و $y(t)$ للحصول على إحداثياتي النقطة F (قمة المسار):

$$x_F = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{2g} \quad \text{لدينا: } x(t_F) = (V_0 \cos \alpha) \cdot t_F = (V_0 \cos \alpha) \cdot \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$y_F = \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g} \quad \text{لدينا: } y(t_F) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 + (V_0 \sin \alpha) \cdot \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$$

ملاحظة:

نحصل على أقصى قيمة لقمة المسار إذا كان y_F قصوي أي أن: $\sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1$ و منه: $\alpha = \pi/2$ أي في حالة إرسال القذيفة رأسيا نحو الأعلى.

ج. المدى الأفقي (المدى OP):

نسمى **المدى** المسافة بين الموضع البدني للقذيفة لحظة انتلاقها (غالبا النقطة O) و الموضع P أثناء سقوط القذيفة بحيث تتنمي P إلى المحور الأفقي الذي يشمل الموضع البدني.

$$y(x_P) = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x_P^2 + (\tan \alpha) \cdot x_P = 0 \quad \text{أي أن: } y(x_P) = 0$$

عند النقطة P تندفع y_P أي أن $y(x_P) = 0$

$$x_P \left(-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x_P + \tan \alpha \right) = 0 \quad \text{أي: } x_P = 0 \quad \text{أو: } -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x_P + \tan \alpha = 0$$

$$x_P = 0 \quad \text{الحل الأول: حالة السقوط الرأسي الحر.}$$

$$x_P = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \quad \text{الحل الثاني: } -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x_P + \tan \alpha = 0 \quad \text{أي أن: } x_P = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

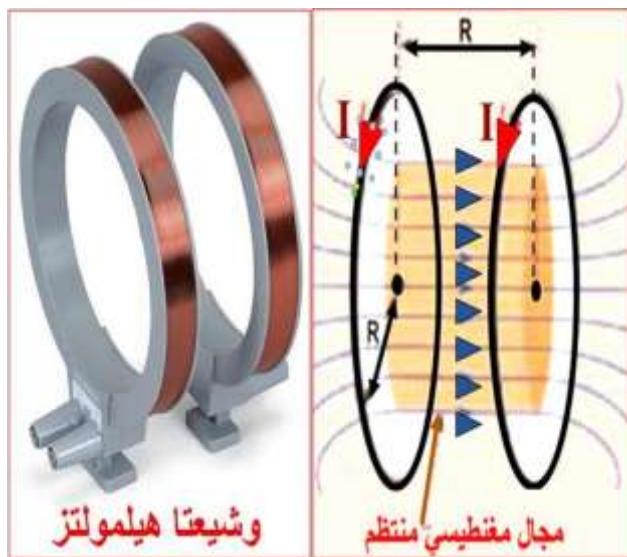
ملاحظة:

نحصل على أقصى قيمة للمدى إذا كان x_P قصوي أي أن: $2\alpha = \pi/2 \Leftrightarrow \sin 2\alpha = 1$ و منه: $\alpha = \pi/4$ أي أن

$$x_P = \frac{V_0^2}{g}$$

II. حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم.

1. المجال المغناطيسي المنتظم:



يكون **المجال المغناطيسي منتظم** إذا كان لمتجه المجال المغناطيسي \vec{B} نفس المميزات في نقط مختلفة من الفضاء.

للحصول على مجال مغناطيسي منتظم نستعمل وشيعتين يمر فيهما تيارا كهربائيا، حيث تغير شدة المجال المغناطيسي بتغير شدة التيار الكهربائي المار في الوشيعتين. تسمى هاتين الوشيعتين بـ "**وشيuta هيلمولتز**".

بالنسبة لمستوى الورقة نرمز لمتجه المجال المغناطيسي \vec{B} في كل حالة من الحالات التالية كما يلي:

- ♦ إذا كانت \vec{B} داخلة إلى الورقة نكتب $(\otimes \vec{B})$.
- ♦ إذا كانت \vec{B} خارجة من الورقة نكتب $(\odot \vec{B})$.

2. القوة المغناطيسية (قوة لورنتز):

أ. تعریف:

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

تخصع دقيقة مشحونة شحنتها q ، و تتحرك بسرعة متوجهتها \vec{v} داخل مجال مغناطيسي منتظم متوجهه \vec{B} ، إلى قوة مغناطيسية \vec{F} تسمى **قوة لورنتز**، تحددها العلاقة المتوجهة جانبه.

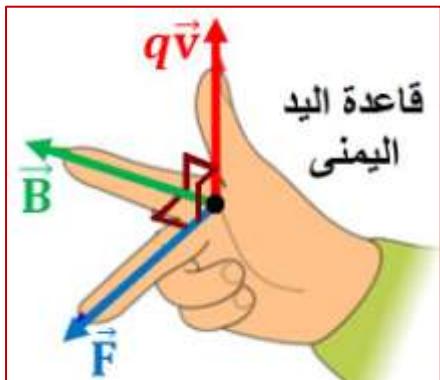
حيث يمثل $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ الجداء المتجهي للمتجهين $q\vec{v}$ و \vec{B} . كما أن معرفة مميزات المتجهتين $q\vec{v}$ و \vec{B} يمكننا من استنتاج مميزات القوة \vec{F} .

ب. مميزات قوة لورنتز:

- ♦ **نقطة التأثير:** هي الدقيقة المشحونة نفسها باعتبارها نقطية.
- ♦ **خط التأثير:** المستقيم العمودي على المستوى $(\vec{v}; \vec{B})$ ، حيث تكون \vec{F} عمودية على \vec{v} و \vec{B} .
- ♦ **المنحي:** هو المنحي بحيث يكون ثلاثي الأوجه $(q\vec{v}; \vec{B}; \vec{F})$ ، مباشرا، و يحدد كذلك بطريقة اليد اليمنى.
- ♦ **الشدة:** تعرف بالعلاقة التالية: $|F| = |q| \cdot v \cdot B \cdot |\sin(\alpha)|$

حيث:

q : شحنة الدقيقة بالكولوم (C) - v : سرعتها بـ (m/s) - B : شدة المجال المغناطيسي بالتسلا (T) - F : شدة قوة لورنتز بالنيوتن (N) - α : الزاوية التي تكونها \vec{v} و \vec{B} .



ملاحظات:

إذا كانت $v = 0$ منعدمة فإن F تكون منعدمة رغم وجود المجال المغناطيسي. ومنه نستنتج أن المجال المغناطيسي لا يؤثر على دقيقة مشحونة توجد في حالة سكون.

ج. تحديد منحي قوة لورنتز:

يمكن تحديد منحي قوة لورنتز باستعمال قاعدة الأصابع الثلاثة لليد اليمنى بحيث يمثل: الإبهام (منحي qv) - السبابية (منحي B) - الوسطى (منحي F).

مثال:

باستعمال قاعدة اليد اليمنى حدد منحى قوة لورنتز في كل حالة من الحالات التالية:

توجيه: إذا كانت $q > 0$ فإن $\vec{F} \perp \vec{v}$ نفس منحى \vec{v} ، وإذا كانت $q < 0$ فإن $\vec{F} \perp \vec{v}$ منحى معاكس لمنحى \vec{v} .

$q > 0$	$q > 0$	$q < 0$	$q < 0$

3. الطاقة الحركية لدقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم:

تُخضع الدقيقة المشحونة أثناء حركتها في مجال مغناطيسي منتظم إلى قوة لورنتز التي تبقى دائماً عمودية على متجهة السرعة أي أن $\vec{F} \perp \vec{v}$ ومنه يمكن أن نستنتج أن الجذاء السلمي $\vec{F} \cdot \vec{v} = 0$. وبالتالي فإن **لقوة لورنتز قدرة منعدمة أي $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$**

إذا كانت دقيقة مشحونة تخضع لقوة لورنتز فقط (نهمل وزنها)، فإن قدرة هذه القوة منعدمة أي $\mathbf{0} = \frac{dE_c}{dt}$ أي أن طاقتها الحركية ثابتة $E_c = \text{cte}$ ومنه يمكن أن نستنتج أن سرعتها ثابتة $v = v_0 = \text{cte}$.

ومنه نخلص إلى أن **حركة دقيقة داخل مجال مغناطيسي منتظم تكون منتظمة و أن طاقتها الحركية تحفظ.**

4. دراسة حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم:

نعتبر دقيقة ذات شحنة $q < 0$ في حركة داخل مجال مغناطيسي منتظم ثابت حيث متجهة سرعتها \vec{v} عمودية على \vec{B} متجهة المجال المغناطيسي.

أ. تعبير التسارع:

- المجموعة المدرosa {الدقيقة المشحونة}. - جرد القوى: \vec{F} قوة لورنتز.

- حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا: $q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a}_G$ أي $\vec{F} = m\vec{a}_G$

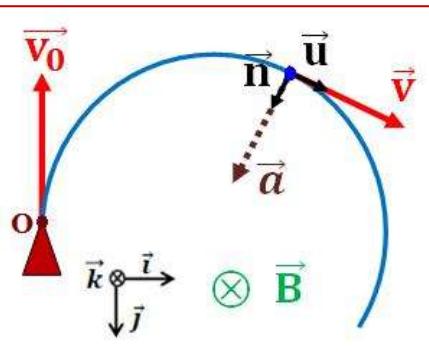
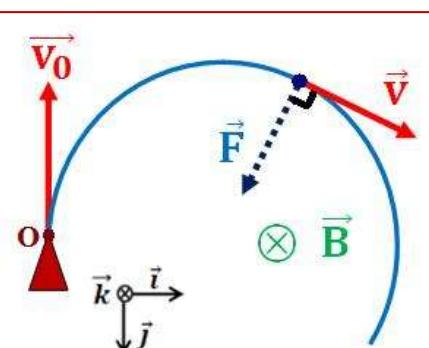
$$\vec{a}_G = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}$$

ومنه نخلص إلى أن **متجه التسارع \vec{a}_G عمودية على كل من \vec{v} و \vec{B} .**

ب. تعبير التسارع في أساس فريني:

نعلم أن التسارع في أساس فريني يكتب كما يلي: $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}^2}{\rho} \cdot \vec{n}$

و مما سبق توصلنا إلى أن سرعة الدقيقة ثابتة أي $v = v_0 = \text{cte}$ أي أن $\frac{d\vec{v}}{dt} = \mathbf{0}$



$$\vec{a}_G = \frac{v^2}{\rho} \cdot \vec{n} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \quad \text{أي أن:} \quad \vec{a}_G = \frac{v^2}{\rho} \cdot \vec{n}$$

ومنه فإن $\vec{F} = |q| \cdot v \cdot \vec{B} \cdot |\sin \alpha|$ أي $\alpha = 90^\circ$ فإن $\vec{F} \perp \vec{v}$ وبما أن $\sin \alpha = 1$ ومنه $\vec{F} = |q| \cdot v \cdot B \cdot |\sin \alpha|$

$$\rho = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} \quad \text{وبالتالي نجد أن:} \quad \frac{v^2}{\rho} = \frac{|q| \cdot v \cdot B}{m} \quad \text{يعني أن:}$$

نلاحظ أن شعاع إحنان المسار ثابت، ومنه يمكن أن نخلص إلى أن مسار الدقيقة مسار دائري شعاعي

ج. دور الحركة:

دور الحركة T هو المدة الزمنية اللازمة لتنجز الدقيقة دورة كاملة، ويعرف بالعلاقة التالية:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot r}{v} \quad \text{و بتعويض } r \text{ بتعويضها نجد أن:}$$

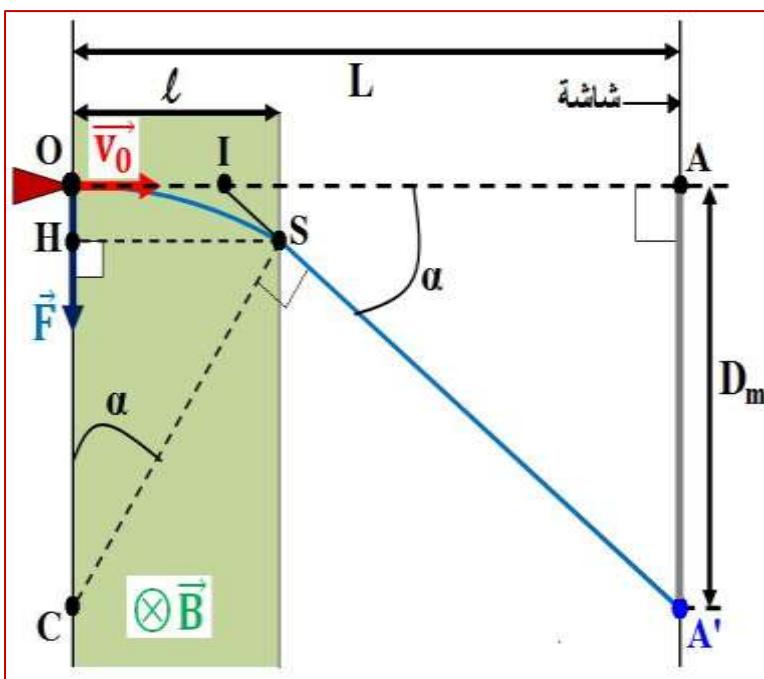
5. الانحراف المغناطيسي:

تدخل حزمة تتكون من نفس الدوائر، كتلة الدقيقة الواحدة هي m وشحنتها q ، من O في حيز من الفضاء عرضه l يسود فيه مجال مغناطيسي منتظم متوجهه \vec{B} . سرعة كل دقيقة عند O هي v_0 متوجهها \vec{v}_0 عمودية على \vec{B} .

مسار الدوائر داخل المجال المغناطيسي مسار دائري شعاعي

تعادر هذه الدوائر المجال المغناطيسي في النقطة S . فتأخذ حركة مستقيمية منتظمة (نهمل وزن الدقيقة)، مسارها يجسده المماس للمسار الدائري في S لتصطدم بشاشة تبعد عن النقطة O بالمسافة L عند النقطة A .

في غياب المجال المغناطيسي تصطدم الدوائر بالشاشة في النقطة A ، حيث يمثل المقدار $D_m = AA'$ الانحراف المغناطيسي، ويشكل المقدار a الانحراف الزاوي. (أنظر الشكل)



باعتبار α صغيرة جدا، فإن:

أي أن: $\sin \alpha \approx \tan \alpha$

و بما أن $\tan \alpha = AA'/(L-OI)$ ◆

فإن $\tan \alpha \approx a = D_m/L$ ◆

و بما أن $\sin \alpha = 1/r$ ◆

فإننا نستنتج أن: $D_m = \frac{l}{r}$ ومنه الانحراف المغناطيسي

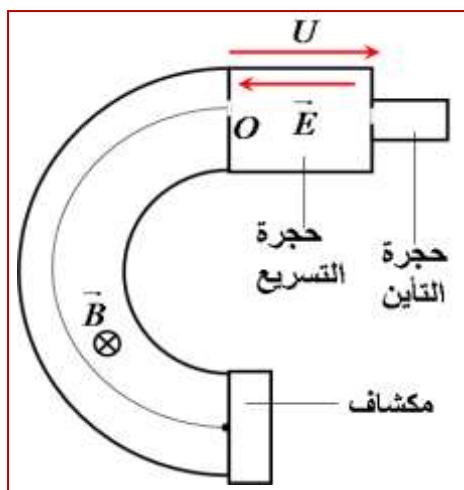
$$D_m = \frac{l \cdot L}{r} \quad \text{المغناطيسي:}$$

وبتعويض r بقيمتها نحصل على تعريف الانحراف المغناطيسي، بحيث:

$$D_m = \frac{l \cdot L \cdot |q|}{m \cdot v_0} \cdot B$$

III. تطبيقات.

1. راسم الطيف للكتلة: (spectromètre)



رامس الطيف للكتلة جهاز يمكن من فرز أيونات ذات كتل أو شحن مختلفة و ذلك باستعمال مجال كهرباكن و مجال مغناطيسي يتكون راسم الطيف للكتلة من نوع دمبستير من:

- ◆ حجرة التأين حيث تتنتج الأيونات.
- ◆ حجرة التسريع حيث تدخل الأيونات بسرعة تقاد تكون منعدمة لتسريع بواسطة مجال كهرباكن \vec{E} محدث بواسطة توتر U ، تخرج الأيونات من حجرة التسريع عند النقطة O بالسرعة \vec{v}_0 حيث تخضع لتأثير مجال مغناطيسي منتظم \vec{B} فتحث وفق مسار يشكل قوسا من دائرة شعاعها: $r = \frac{m \cdot v_0}{|q| \cdot B}$.

◆ مكشاف حيث يجمع الدقائق وقد تكون صفيحة فوتografية أو عداد (كعداد جيجر ميلر) بالنسبة لقيمتي B و U ثابتتين تتميز الأيونات بنفس خارج القسمة $\frac{|q|}{m}$ فيكون لها نفس المسار الدائري ذي الشعاع r وبمعرفة قيمة r يتم تعين المقدار $\frac{|q|}{m}$ وبالمقابل فإن الأيونات التي لها نفس الشحنة و ليس لها نفس الكتلة ، تكون مساراتها مختلفة بحيث يتناسب شعاع كل مسار مع \sqrt{m} و بذلك يصير من الممكن فرزها.

2. السيكلوترون:

السيكلوترون جهاز مسرع للدقائق يتكون من علبتين نصف أسطوانيتين مفرغتين و موضوعتين أفقيا في مجال مغناطيسي منتظم متوجهه \vec{B} .

يطبق بين هاتين العلبتين توتر متناوب U يساوي دوره T مدة دوران الدقيقة طول مساره الدائري، في اللحظة التي يكون فيها المجال الكهربائي أقصى، يبعث المنبع أيونات فتسرع نحو العلبة (D₁) حيث تتجز نصف دورة حسب مسارها الدائري خلال مدة زمنية تساوي $T/2$ ولحظة خروجها من العلبة (D₁) يصير المجال الكهرباكن أقصى، فيتم تسريعها من جديد نحو العلبة (D) لتنجز داخلها حركة وفق مسار نصف دائري ذي شعاع أكبر وهكذا وبعد كل عبور من علبة إلى أخرى يتزايد شعاع مسار الدقائق الدائري و سرعتها فتزايد طاقتها الحركية.

