الفَصْل 1

الدارة (R,L,C) المتوالية في النظام الجيبي والقسري

مفهوم نظام جيبي قسري
رأينا سابقا أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا مخمدا .
نحصل على نظام جيبي قسري ، عند إضافة مولد كهربائي مركب على التوالي إلى الدارة ويزودها بتوتر متناوب جيبي أي أنه يفرض على المتذبذب نظام متناوب جيبي .

1.1 النظام المتناوب الجيبي

1.1.1 شدة التيار المتناوب الجيبي

شدة التيار المثناوب الجيبي ، دالة جيبية بدلالة الزمن ، تعبيرها يكتب على الشكل التالي :

$$\boxed{i(t) = I_m cos\left(\omega t + \varphi_i\right)}$$

I_m الوسع أو شدة القصوى للتيار .و حدتها في النظام العالمي للوحدات الأمبير A
ω : نبض التيار . $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$ وحدتها rad/s
$(\omega t + \varphi_i)$: طور التيار في اللحظة t . وحدتها rad
φ_i : الطور في أصل التاريخ $t = 0$ وتحدد انطلاقا من الشروط البدئية
مثال : عند أصل التواريخ t=0 شدة التيار قصوية $i(t = 0) = I_m$ أي أن $cos\varphi_i = 1$ و $\varphi_i = 0$ وبالتالي فإن $i(t) = I_m cos(\omega t)$ **الشدة الفعالة I للتيار :** تقاس الشدة الفعالة I للتيار بواسطة جهاز الأمبيرمتر وتربطها بالشدة القصوى للتيار العلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

2.1.1 التوتر المتناوب الجيبي

التوتر المتناوب الجيبي دالة جيبية للزمن نعبر عنها بالعلاقة :

$$\boxed{u(t) = U_m cos\left(\omega t + \varphi_u\right)}$$

U_m : الشدة القصوى للتوتر $u(t)$ وهي تقاس بواسطة جهاز راسم التذبذب . وحدتها الفولط V
ω: نبض التوتر اللحظي $u(t)$ وحدتها rad/s ، $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$
$(\omega t + \varphi_u)$: طور التوتر في اللحظة t . وحدتها rad
φ_u : الطور في أصل التاريخ $t = 0$

مثال عند أصل التواريخ t=0 عندنا $U_m cos\varphi_u u(t) = U_m =$ وبالتالي أن $cos\varphi_u = 0$ أي أن $u(t) = U_m cos(\omega t)$

التوتر الفعال U

يقاس التوتر الفعال U بواسطة جهاز الفولطمتر ، وتربطه بالتوتر الأقصى العلاقة :

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

3.1.1 مفهوم الطور

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبيين :

$$u(t) = U_m cos(\omega t + \varphi_u \qquad i(t) = I_m cos(\omega t + \varphi_i)$$

نسمي طور الدالة $u(t)$ بالنسبة للدالة i(t) : $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$

وطور الدالة $i(t)$ بالنسبة للدالة $u(t)$: $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$

$\varphi_{u/i}$ و $\varphi_{i/u}$ تقيس تقدم أوتأخر طور دالة على أخرى .

$\varphi_{u/i} > 0$ نقول أن u متقدمة في الطور على i

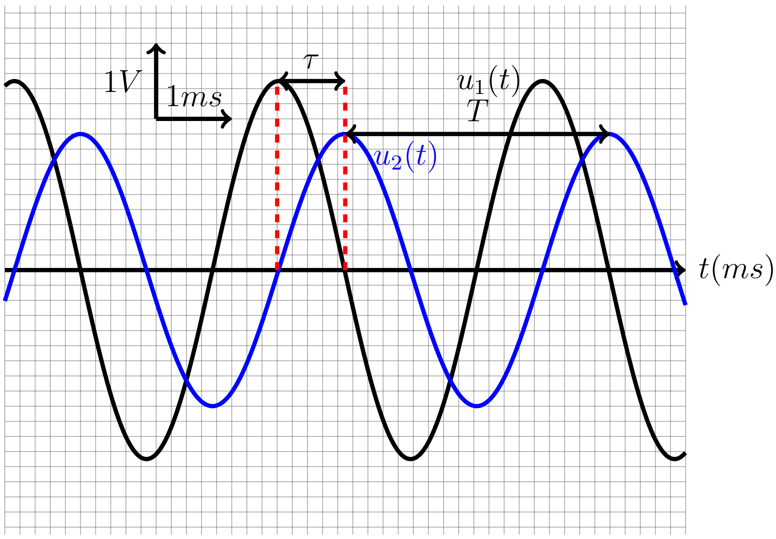
$\varphi_{u/i} < 0$ نقول أن u متأخرة في الطور على i

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2}$ نقول أن u و i على تربيع في الطور . ونفس الشيء بالنسبة $-\frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u/i} = \pi$ نقول أن u و i على تعاكس في الطور .

$\varphi_{u/i} = 0$ نقول أن u و i على توافق في الطور .

مثال : نعتبر التوترين المتناوبين الجيبيين الممثلان في الشكل أسفله :



كيف نحدد قيمة φ ؟

لتبسيط الدراسة نختار $\varphi_i = 0$ أي أن $\varphi_{u/i} = \varphi_u$ فتصبح العلاقة $i(t) = I_m cos(\omega t)$ و $u(t) = U_m cos\left(\omega t + \varphi_{u/i}\right)$

$$u(t) = U_m cos\left(\omega(t + \frac{\varphi_{u/i}}{\omega})\right)$$

$$\frac{\varphi_{u/i}}{\omega}) = \tau$$

$$\varphi_{u/i} = \omega.\tau$$

يسمى τ الفرق الزمني بين منحنيي $u(t)$و $i(t)$.

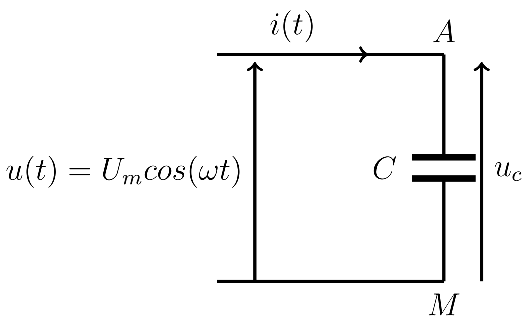
يمكّن قياس τ على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور φ_u .

$$\boxed{\varphi_{u/i} = \frac{2\pi}{T}.\tau}$$

أمثلة :

حدد تعبير شدة التيار المتناوب $i(t)$ المار في المكثف ذي السعة C علما أن التوتر المطبق بين مربطيه تعبيره كالتالي $u(t) = U_c\sqrt{2}cos(\omega t)$.

نعلم أن شدة التيار الكهربائي المار في المكثف : $i(t) = C\dfrac{du_c}{dt}$ أي أن :



$$i(t) = -CU_c\omega\sqrt{2}sin\,(\omega t)$$

$$i(t) = CU_c\omega\sqrt{2}cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

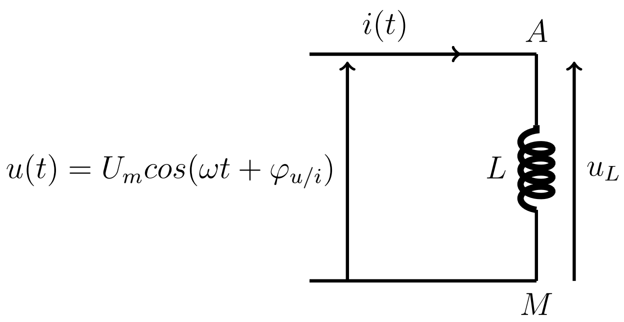
الشدة الفعالة I للتيار هي $I = C\omega U_c$ ومنه فإن التوتر الفعال بين مربطي المكثف هو :

$$\boxed{U_c = \frac{I}{C\omega}}$$

وأن $i(t)$ متقدمة في الطور على $u(t)$ ب $\dfrac{\pi}{2}$

حدد تعبير التوتر المتناوب الجيبي $u(t) = U\sqrt{2}cos(\omega t + \varphi_{u/i})$ بين مربطي وشيعة خالصة معامل تحريضها L ، علما أن شدة التيار المار في الوشيعة المطبق تعبيره كالتالي $i(t) = I\sqrt{2}cos(\omega t)$.

نعلم أن التوتر الكهربائي المطبق بين مربطي وشيعة هو : $u_L(t) = L\dfrac{di}{dt}$ أي أن :



$$u_L(t) = -LI\omega\sqrt{2}sin\,(\omega t)$$

$$u_L(t) = LI\omega\sqrt{2}cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{u_L(t) = LI\omega\sqrt{2}cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

وبالتالي فإن التوتر الفعال U_L بين مربطي الوشيعة هو

$$\boxed{U_L = L\omega.I}$$

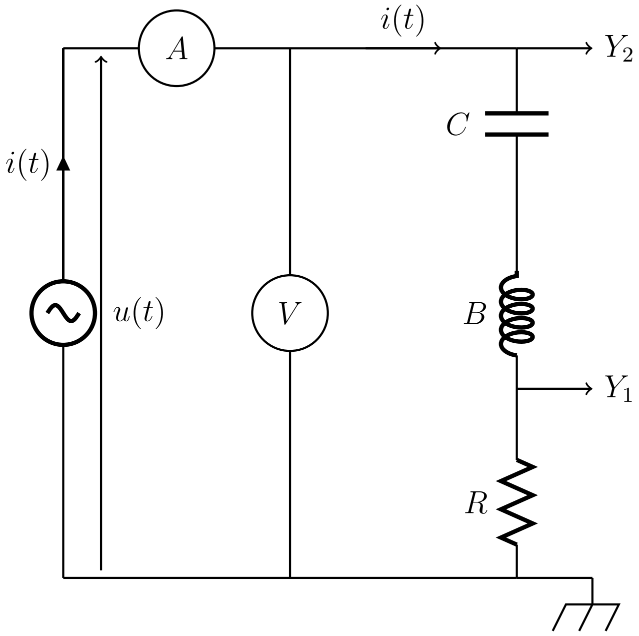
و أن u_L متقدمة في الطور على $i(t)$ ب $\dfrac{\pi}{2}$

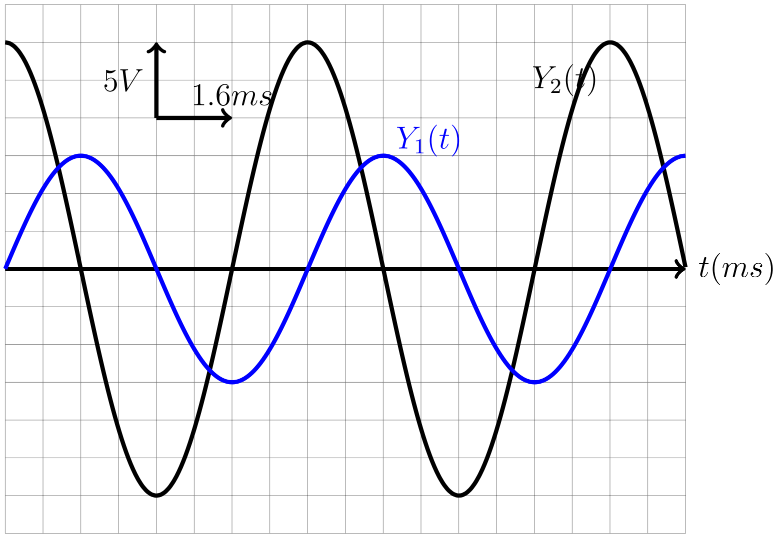
2.1 الدراسة التجريبية لدارة RLC متوالية في نظام جيبي قسري .

1.2.1 النشاط التجريبي 1 : معاينة التوتر u(t) بين مربطي الدارة RLC و i(t) بدلالة الزمن .

ننجز التركيب الكهربائي أسفله، حيث نضبط مولد التردد المنخفض على توتر متناوب جيبي قيمته القصوى Um=2V وعلى التردد N=100Hz .

نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر$u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي ، والتوتر$u(t)$ بين مربطي الدارة RLC .
نقيس بواسطة أمبير متر الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة ، ونقيس بواسطة فولطمتر التوتر الفعال U بين مربطي الدارة RLC .





استثمار :
يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي :

$$u(t) = U_m cos\left(\omega t + \varphi_{u/i}\right)$$

فيظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته $i(t) = I_m cos(\omega t)$ يمثل التيار $i(t)$ استجابة الدارة RLC المتوالية للإثارة التي يفرضها المولد ذي تردد منخفض .
نسمي الدارة RLC المتوالية **الرنان** والمولد **المثير**
يمكن المدخلان Y_1 و Y_2 لراسم التذبذب من معاينة التوتر $uR(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u(t)$ المطبق بين مربطي الدارة RLC .
1 ـ **فسر لماذا تمكن معاينة التوتر $u_R(t)$ من معاينة تغيرات شدة التيار اللحظية $i(t)$.**
حسب قانون أوم لدينا

$$u_R(t) = Ri(t) \Rightarrow i(t) = \frac{1}{R} u_R(t)$$

مما يدل على أن المنحنى المعين على المدخل Y_1 يتناسب اطرادا مع $i(t)$.
2 ـ أحسب شدة التيار القصوى I_m ، ثم تحقق من العلاقة $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.
3 ـ عين القيمة القصوية U_m للتوتر $u(t)$ ، ثم تحقق من العلاقة : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
4 **ـأحسب قيم الدور والتردد لكل من $i(t)$و $u(t)$. هل لمنحنيي الرسم التذبذبي :**
ـ نفس الوسع ؟ نفس التردد ؟ نفس الطور ؟
ـ نقول أن الدارة توجد في نظام قسري ، فسر ذلك ؟
5 **ـ أحسب فرق الطور $\varphi_{u/i}$ مبينا أي من المقدرين $i(t)$ و $u(t)$ متقدم في الطور معللا جوابك .**
5 ـ 2 تحقق تجريبيا من أن المقادير : معامل التحريض الذاتي L للوشيعة وسعة المكثف C ، والتردد N للمولد GBF تؤثر في الطور $\varphi_{u/i}$.

2.2.1 مفهوم الممانعة .

تجربة : في التركيب الكهربائي السابق نحتفظ بالتردد ثابتا ونغير التوتر الفعال U بدلالة الشدة الفعالة I فنحصل على الجدول التالي :

$u(V)$	0	0.5	$1,0$	$1,5$	$2,0$	$2,5$
$I(mA)$	0	$0,6$	$1,2$	$1,85$	$2,50$	$3,15$
$U/I(\Omega)$	0	833	833	810	800	$0,793$

يلاحظ أن U و I يتناسبان اطرادا أي أن $U = Z.I$ بحيث أن Z معامل التناسب وتسمى **بممانعة الدارة** لها بعد المقاومة Ω

تسمى الثابتة Z بممانعة الدارة ويعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$\boxed{Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}}$$

وحدتها في النظام العالمي للوحدات الأوم Ω

تأثير التردد على الدارة RLC

نغير التردد في التجربة السابقة N′=500Hz ماذا نلاحظ ؟
عندما نغير التردد نلاحظ أن الطور يتغير وكذلك الممانعة Z .

3.1 ظاهرة الرنين الكهربائي .

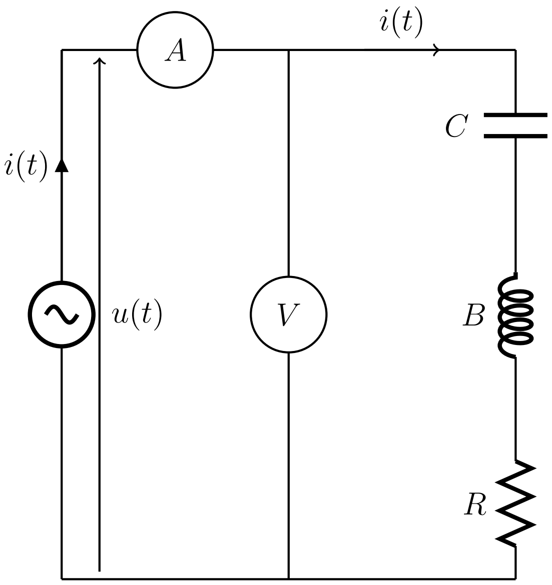
1.3.1 الدراسة التجريبية :

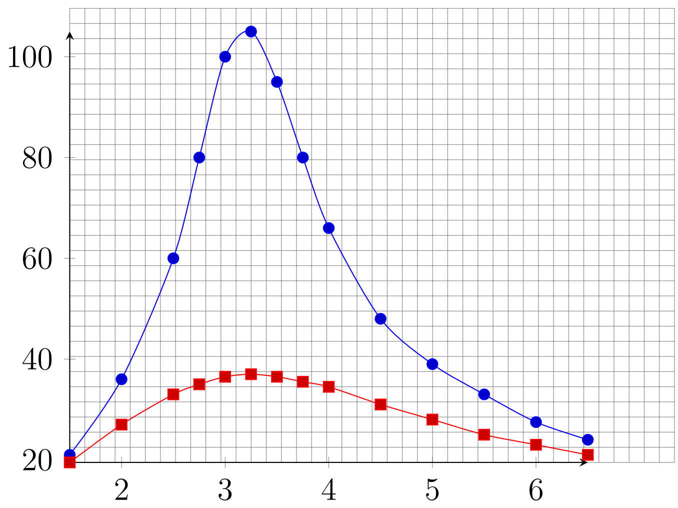
ننجز التركيب التجريبي الممثل أسفله حيث يعطي مولد التوتر المنخفض GBF توترا متناوبا قيمته الفعالة U وتردده N قابلان للضبط .

ـ الوشيعة معامل تحريضها الذاتي L=5,2mH ومقاومتها $r = 7\Omega$.
ـ مكثف سعته $C = 0,47F$
ـ نثبت التوتر الفعال U على القيمة U=4V والمقاومة الكلية $R = r + r$ على القيمة $R_1 = 37\Omega$.
ـ نغير التردد N للمولد وفي كل مرة نقيس الشدة الفعالة I للتيار .
ـ نضبط المقاومة الكلية R للدارة على القيمة $R_2 = 107\Omega$ وذلك بتغيير المقاومة r' للموصل الأومي ، ونعيد التجربة السابقة .

ندون النتائج في الجدول التالي :

$N(kHz)$	1,5	2,0	2,5	2,75	3	5,25	3,5	5,75	4	4,5	5	5,5	6	6,5
$R_1, I(mA)$	21	36	60	80	100	105	95	80	66	48	39	33	27,5	24
$R_2, I(mA)$	19,5	27	33	35	36,5	37	36,5	35,5	34,5	31	28	25	23	21





استثمار النتائج :

1 ــ مثل في نفس المعلم ، المنحنيين I بدلالة N بالنسبة للمقاومتين الكليتين R_1 و R_2 للدارة .
عرف برنين الشدة

2 ــ يطلق اسم الرنان على المتذبذب RLC واسم المثير على مولد التردد المنخفض GBF .
عندما يأخذ التردد N للمثير قيمة مساوية للتردد الخاص N_0 للرنان ، تصبح الشدة الفعالة للتيار المار في الدارة قصوى ، نقول في هذه الحالة إن الدارة RLC المتوالية في حالة رنين .

2 ــ 1 حدد بالنسبة لكل منحنى :
ــ التردد N_0 عند الرنين .
ــ الشدة الفعالة I_0 عند الرنين .

2 ــ 2 أحسب Z ممانعة الدارة عند الرنين ، ثم قارنها بالمقاومة الكلية R للدارة في كلتا الحالتين .
كيف تتصرف الدارة RLC عند الرنين ؟

3 ــ المنطقة الممرّرة ذات ـ 3dB ــ 3décibel لدارة RLC متوالية هي مجال الترددات $[N_1, N_2]$ للمولد حيث تحقق الشدة الفعالة I للتيار العلاقة : $I \geqslant \frac{I_{0max}}{\sqrt{2}}$.

3 ــ 1 عين كلا من N_1 و N_2بالنسبة للمنحنى الموافق ل R_1 .

3 ــ 2 أحسب العرض $\Delta N = N_2 - N_2$ للمنطقة الممررة ثم قارنه مع القيمة النظرية $\Delta N = \frac{R_1}{2\pi L}$ ، ماذا تستنتج ؟

3 ــ 3 ما تأثير المقاومة الكلية للدارة على عرض المنطقة الممررة ؟

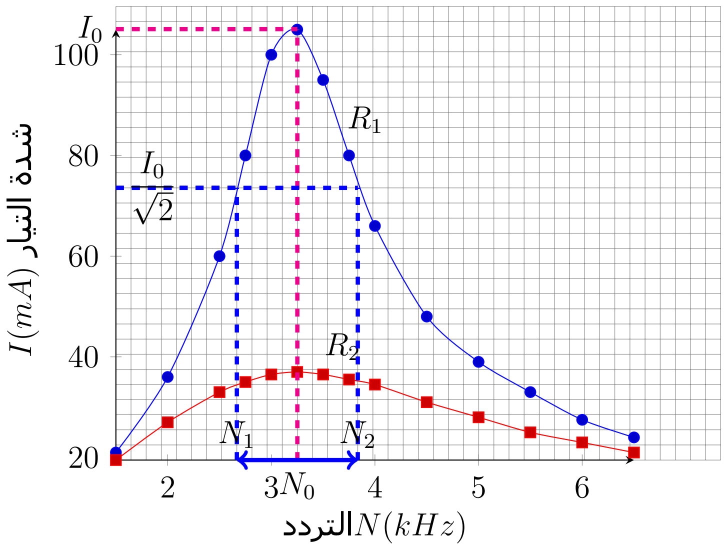
4 ــ نضبط تردد المثير على القيمة N_0 .

4 ــ 1 كيف يجب ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوترين $u(t)$ و $uR(t)$ ؟

4 ــ 2 هل التوتران $u(t)$ و $uR(t)$ على توافق في الطور ؟ علل إجابتك .

الجواب :

1 ــ تمثيل المنحنى $I = f(N)$



رنين الشدة : عند الرنين تأخذ شدة التيار قيمة قصوية $I_0 = 105mA$

2 ــ 1 التردد $N_0 = 3,25kHz$ بالنسبة للمنحنيين والشدة الفعالة $I_0 = 105mA$ بالنسبة للمنحنى R_1و $I_0 = 37mA$ بالنسبة للمنحنى R_2.

2 ــ 2 ممانعة الدارة عند الرنين : بالنسبة للمنحنى الموافق ل R_1 لدينا :

$$Z_1 = \frac{U}{I_{01}} = \frac{4}{105 \times 10^{-3}} = 38\Omega$$

وبالنسبة للمنحنى الموافق ل R_2 ، لدينا :

$$Z_2 = \frac{U}{I_{02}} = 108\Omega$$

في كلتا الحالتين أن ممانعة الدارة تساوي تقريبا مقاومة الدارة الكلية

عند الرنين ممانعة الدارة RLC تساوي المقاومة الكلية للدارة . أي أن الدارة RLC تتصرف كموصل أومي .

$$Z = R_T$$

2 ــ دراسة منحنيات رنين الشدة

أ ــ قيمة تردد الرنين حسب المنحنيات نلاحظ:

ــ أنها تتوفر على قيمة قصوية توافق نفس القيمة والتي تساوي N=3250Hz بالنسبة للدارة كيفما كانت R .

ــ حساب التردد الخاص N_0 للدارة :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 3219Hz$$

$$N \simeq N_0$$

نقول أن الدارة RLC في حالة رنين .resonnance

تحدث ظاهرة الرنين عندما يكون التردد N للتوتر المطبق مساويا للتردد الخاص $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ للدارة

$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

ب ـ دور مقاومة الكلية للدارة يلاحظ من خلال المنحنيات الاستجابة :
كلما كانت المقاومة R للدارة صغيرة تكون شدة التيار الفعالة القصوية عند الرنين كبيرة ويكون الرنين حادا .
عندما تكون R كبيرة يزول الرنين ، نقول أن الرنين أصبح ضبابيا .

ج ـ ممانعة الدارة عند الرنين عند الرنين $Z = R_T$ وتكون ممانعة الدارة في هذه الحالة دنوية .
كذلك يكون التوتر بين مربطي المكثف مساويا للتوتر بين مربطي الوشيعة أي أن $U_C = U_L$ ومنه فإن

$$\boxed{L\omega = \frac{1}{Cw}}$$

د ـ الطور φ عند الرنين : بواسطة راسم التذبذب عند معينة التوترين $u(t)$ و $u_R(t)$ ، نلاحظ انهما على توافق في الطور أي أنه **عند الرنين تكون** $i(t)$ **و** $u(t)$ **على توافق في الطور :**

$$\boxed{\varphi_{u/i} = 0}$$

2.3.1 ـ المنطقة الممرّرة. " ذات3db "

* تعريف: المنطقة الممررة . " ذات3db "الدارة (R,L,C) في مجال الترددات $[N_1, N_2]$ للمولد حيث تكون الاستجابة I أكبر أو على الأقل تساوي $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0 تمثل الشدة الفعالة للتيار عند الرنين)
عرض المنطقة الممررة

$$\Delta N = N_2 - N_1$$

حسب الدراسة التجريبية : $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0 يوفقها على منحنى شدة الرنين القيمة $74mA$ في الحالة الأولى R_1 و $26mA$ في الحالة الثانية R_2 ومنه فإن $\Delta N = 1,03kHz$ و $\Delta N' = 3,47kHz$
أنظر المنحنى أعلاه .
نستنتج :
• في الحالة التي تكون فيها R صغيرة جدا يكون الرنين حادا أي أن عرض المنطقة الممررة ΔN صغيرة . وكلما كبرت R يكون الرنين ضبابيا وعرض المنطقة كبيرا .

3 ـ معامل الجودة

يعرف معامل الجودة بالعلاقة التالية :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$

بما أن $\omega = 2\pi N$ فإن :

$$\boxed{Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}}$$

حساب معامل الجودة في الدارة السابقة :

$$Q_1 = \frac{3,25}{1,03} = 3,15$$

$$Q_2 = \frac{3,25}{3,74} = 0,74$$

Q معامل الجودة يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة نعبر عنه بدون وحدة و تميز حدة الرنين .
، كلما كان الرنين حادا كلما كانت قيمة Q كبيرة .
كلما كانت Q صغيرة كلما كانت الدارة مخمدة أي أن الرنين ضبابي .
نسمي معامل الجودة كذلك معامل **فرط التوتر** .

يلاحظ تجريبيا أنه عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة . وهذا يعني أن $U_C > U$ و $U_L > U$ مما يدل على أنه عند الرنين يظهر فرط التوتر . وهي ظاهرة تشكل بعض المخاطر قد تؤدي إلى إتلاف عناصر الدارة L, C لذا يجب تفاديها .

ملحوظة :

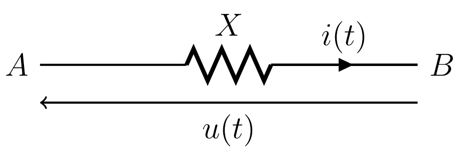
من خلال منحنى رنين الشدة واعتمادا على الدراسة التجريبية :

$N < N_0$ لدينا $i(t)$ متقدمة في الطور على $u(t)$ نقول أن الدارة كثافية

$N > N_0$ لدينا $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$ نقول أن الدارة تحريضية

4.1 القدرة في النظام المتناوب الجيبي .

1.4.1 ـ القدرة اللحظية



في حالة التيار المستمر :
خلال المدة Δt تكون الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب X هي: $W = UI.\Delta t$ والقدرة الكهربائية $\mathscr{P} = UI$

في النظام المتناوب الجيبي : $i = I\sqrt{2}cos(\omega t)$ و $u(t) = U\sqrt{2}cos(\omega t + \varphi)$ في هذه الحالة تكون القدرة الكهربائية اللحظية :

$$\mathscr{P} = u(t) \times i(t)$$

$$\mathscr{P} = 2UIcos\omega t.cos(\omega t + \varphi)$$

ونعلم أن :

$$cos(\omega t).cos(\omega t+\varphi)=\frac{1}{2}\left(cos(2\omega t+\varphi)+cos\varphi\right)$$

$$\mathscr{P}=UI\left(cos(2\omega t+\varphi)+cos(\varphi)\right)$$

هذه القدرة لا تمكن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب فهي تبين فقط في لحظة معينة ما إذا كان ثنائي القطب يكتسب طاقة $\mathscr{P}>0$ أو يفقدها $\mathscr{P}<0$ لذا فمن الضروري تعريف القدرة المتوسطة .

2.4.1 القدرة المتوسطة

الطاقة الكهربائية المكتسبة من طرف ثنائي القطب خلال الدور T :

$$\mathscr{P}=\frac{dE}{dt}\Rightarrow dE=\mathscr{P}dt$$

$$E=UI\int_0^T\left(cos(2\omega t+\varphi)+cos(\varphi)\right)dt$$

$$E=UIcos\varphi\int_0^T dt+UI\int_0^T cos(2\omega t+\varphi)dt$$

$$E=UITcos\varphi+0=UITco\varphi$$

$$\mathscr{P}=\frac{E}{T}$$

$$\boxed{\mathscr{P}=UIcos\varphi}$$

بحيث أن $cos\varphi$ معامل القدرة وبما أن $U=ZI$ و $cos\frac{R}{Z}$ وبالتالي فإن $\mathscr{P}=RI^2$

في الدارة RLC المتوالية لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R بمفعول جول وتساوي هذه القدرة :

$$\mathscr{P}=RI^2$$

ملحوظة : أهمية معامل القدرة

عند استهلاك طاقة كهربائية من طرف مستهلك فإن المؤسسة الموزعة تضمن للمستهلك توترا U ثابتا أي أن هذا الاستهلاك يقابله مرور تيار كهربائي $i(t)$ في خطوط الشبكة الموصلة وتقدمه أو تأخره في الطور φ يتعلق بنوع الأجهزة الكهربائية المستعملة .

من العلاقة $\mathscr{P}=RI^2$ بالنسبة لقدرة $\mathscr{P}$ محددة يكون $Icos\varphi=\frac{\mathscr{P}}{U}$ محدد كذلك وبالتالي I يكبر كلما صغر معامل القدرة $cos\varphi$. وبما أن مفعول جول في خطوط الشبكة يتناسب اطرادا مع I^2 فهذا يمثل ضياعا للطاقة على حساب المؤسسة الموزعة لذا فإن هذه الأخيرة تحدد معامل القدرة وتفرضه على المستهلك وهو عموما لايقل عن 0.8 .