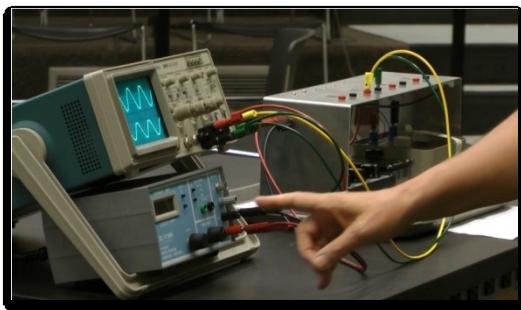


التبذبات الكهربائية القسرية في دارة RLC على التوالي



يمكن لدارة كهربائية RLC حرة أن تتبذب بتردداتها الخاصة $\omega_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. فمما يحدث عندما نجبر هذه الدارة على أن تتذبذب بتردد يخالف ω_0 مفروض من طرف مولد ؟ نقول في هذه الحالة أن نظام التبذبات نظام قسري .

1) الإبراز التجريبي .

1-1) تذكير : الوسع و القيمة الفعلية .

القياسات الكهربائية المنجزة في هذا الدرس توظف جهاز متعدد القياسات في النمط "تناوب AC". في هذه الحالة متعدد القياسات يقيس القيمة الفعلية للمقدار الكهربائي المعني .

القيمة الفعلية U للتوتر جيبي يعبر عنه بدالة الوسع U_m (القيمة القصوية) لهذا التوتر بالعلاقة :

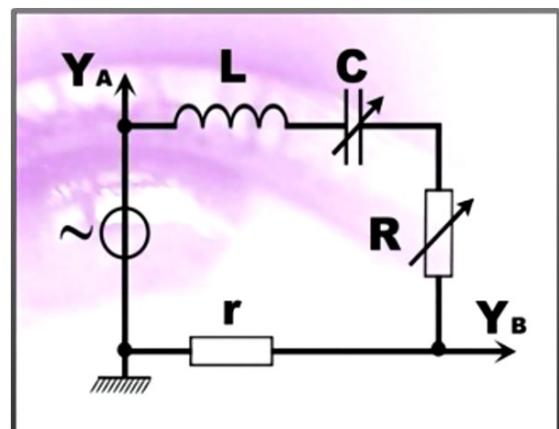
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

بالنسبة لشدة التيار الفعلية I فهي كذلك مرتبطة بدالة الوسع I_m للتيار متناوب جيبي بالعلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

1-2) التركيب التجريبي .

خلال هذا الدرس ، ندرس بطرق مختلفة ، الدارة الممثلة في الشكل 1 و التي تضم :



الشكل 1

- مولد للترددات المنخفضة GBF يطبق توترا جيبيا $u(t)$ قيمته الفعلية U و تردد ω قابل للضبط .
- مكثف سعته $C = 1,0 \mu F$ قابل للضبط
- وشيعة معامل تحريرها الذاتي $L = 70 mH$
- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط

- موصل أومي مقاومته ثابتة ٢ ، بين مربطيه نعاين توترًا يتناسب مع شدة التيار .
- راسم تذبذب

رامس التذبذب يمكن من معاينة :

- التوتر $u(t)$ المفروض من طرف المولد على مربطي ثانوي القطب « RLC » (في المدخل Y_A)

- التوتر $i(t) = \frac{u'(t)}{r}$ (في المدخل Y_B) . هذا التوتر يمكن من التعرف على تغيرات شدة التيار بدلالة الزمن : ٣ - ١ تجربة .

✓ نركب بين مربطي المولد متعدد القياسات على النمط " فولطметр في نظام التناوب " ، نختار بواسطة أزرار الضبط للمولد

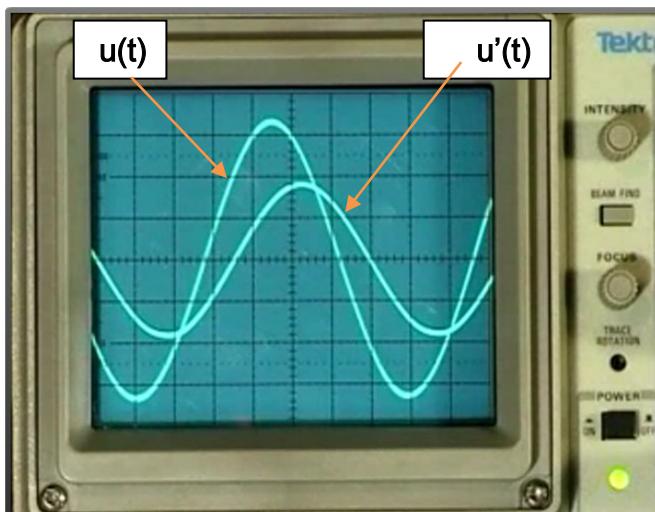
، توترًا $u(t)$ جيبيا قيمته الفعلية $U = 2,0V$ و تردد معين N محصور بين ٢٠Hz و ٢kHz ، مثلا

$N = 0,40\text{kHz}$

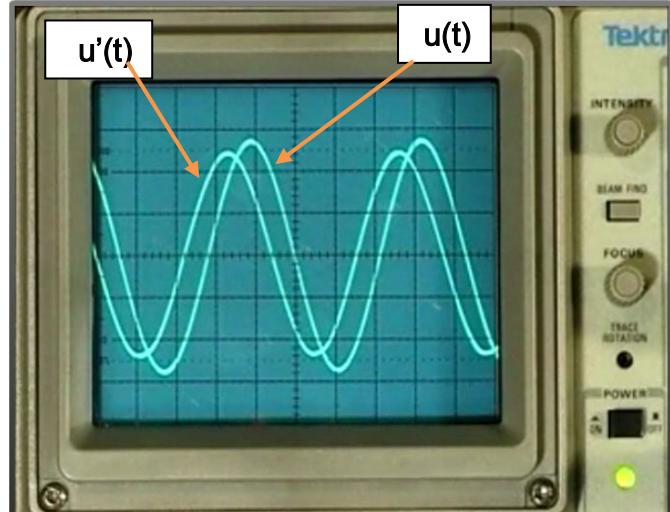
✓ نلاحظ ، على شاشة راسم التذبذب ، منحنيين جيبيين يمثلان توترين :

- لهما نفس الدور

- بصفة عامة متزاحين عن بعضهما (الشكلين ٢ و ٣)



الشكل ٣ : $N > N_0$ شدة التيار $i(t)$ متاخرة
بالنسبة للتوتر $u(t)$



الشكل ٢ : $N < N_0$ شدة التيار $i(t)$ متقدمة
بالنسبة للتوتر $u(t)$

٤ - ١) استنتاج . * نظام التذبذبات القسرية .

عندما نطبق بين مربطي ثانوي القطب « RLC » توترًا جيبيا ، يكون هذا الاخير مقر تذبذبات كهربائية ترددتها مفروض من طرف المولد .
هذا التردد ليس بالضرورة نفس التردد الخاص لثانوي القطب .
لذا نقول بأن النظام الحاصل هو نظام قسري .

* التذبذبات القسرية و التذبذبات المchanie .

في حالة التذبذبات المchanie ، جهاز يمنح باستمرار لثانوي القطب « RLC » الطاقة اللازمة التي تمكنه من تعويض ما يضيع بمحفول جول ، لكن لا يفرض عليه أي تردد للتذبذبات .
تردد التذبذبات محدد بالميزات الخاصة لثانوي القطب .
اذن لا يجب الخلط بين هذين النظامين .

- 2) رنين شدة التيار .
- 1 - 2) الإبراز التجاري .
- التردد الخاص .

في حالة الدارة المدروسة ، دور التذبذبات الحرة للدارة ، أو الدور الخاص ، هو :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{70.10^{-3} \times 1.0.10^{-6}} \\ \Rightarrow T_0 = 1.7.10^{-3} \text{ s}$$

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = 0,60\text{kHz}$$

التردد الخاص هو :

• تجربة .

لنغير التردد N المفروض من طرف المولد من 20Hz إلى 2kHz ، مع الحفاظ على القيمة الفعالة للتوتر $(t)u$ ثابتة .
ثم نلاحظ الوسع U_m' للتوتر الجيبى $(t)U'$ المعالين في المدخل Y_B على شاشة راسم التذبذب .

$$I_m = \frac{U_m'}{r}$$

I_m وسع شدة التيار له العلاقة :

• ملاحظات .

* عندما يتزايد التردد المفروض من 20Hz إلى $0,60\text{kHz}$:

- الوسع I_m (القيمة القصوية لشدة التيار) يزداد .

- خلال مدة زمنية تساوي نصف الدور ، شدة التيار $(t)I$ تتبع (أو تتناظر) قبل التوتر $(t)u$. نقول إنها متقدمة في الطور بالنسبة للتوتر المطبق على ثانى القطب (الشكل 2) .

* عندما يتزايد التردد المفروض من $0,60\text{kHz}$ إلى 2kHz فإن :

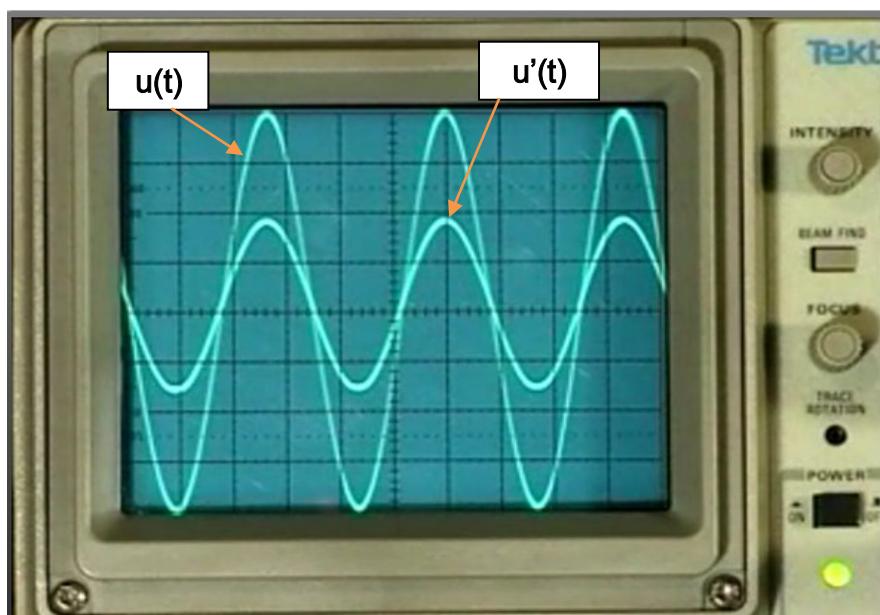
- الوسع I_m لشدة التيار ينقص .

- شدة التيار $(t)I$ تكون متاخرة بالنسبة للتوتر $(t)u$ (الشكل 3) .

* عندما يكون التردد N يساوي التردد الخاص $N_0 = 0,60\text{kHz}$: $N = N_0$ فإن :

- وسع شدة التيار يأخذ قيمة قصوية I_{m0}

- شدة التيار $(t)I$ على تواافق في الطور مع التوتر $(t)u$ (الشكل 4) .



الشكل 4 : شدة التيار $(t)I$ و التوتر $(t)u$ على تواافق في الطور

• استنتاج .

وسع شدة التيار I_m يمر من قيمة قصوية عندما يكون التردد N

المفروض على ثانى القطب « RLC » يساوي التردد الخاص $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

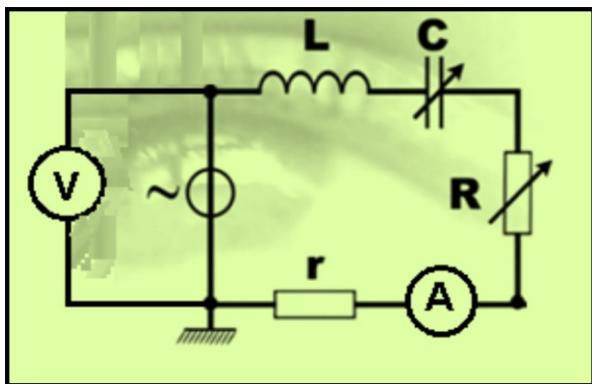
عند هذا التردد الخاص ، شدة التيار المار في الدارة على تواافق في الطور مع التوتر المطبق على الدارة

هذه الظاهرة تسمى رنين شدة التيار. لهذا ، في إطار دراسة التذبذبات القسرية ، التردد الخاص N_0 يسمى كذلك تردد الرنين .

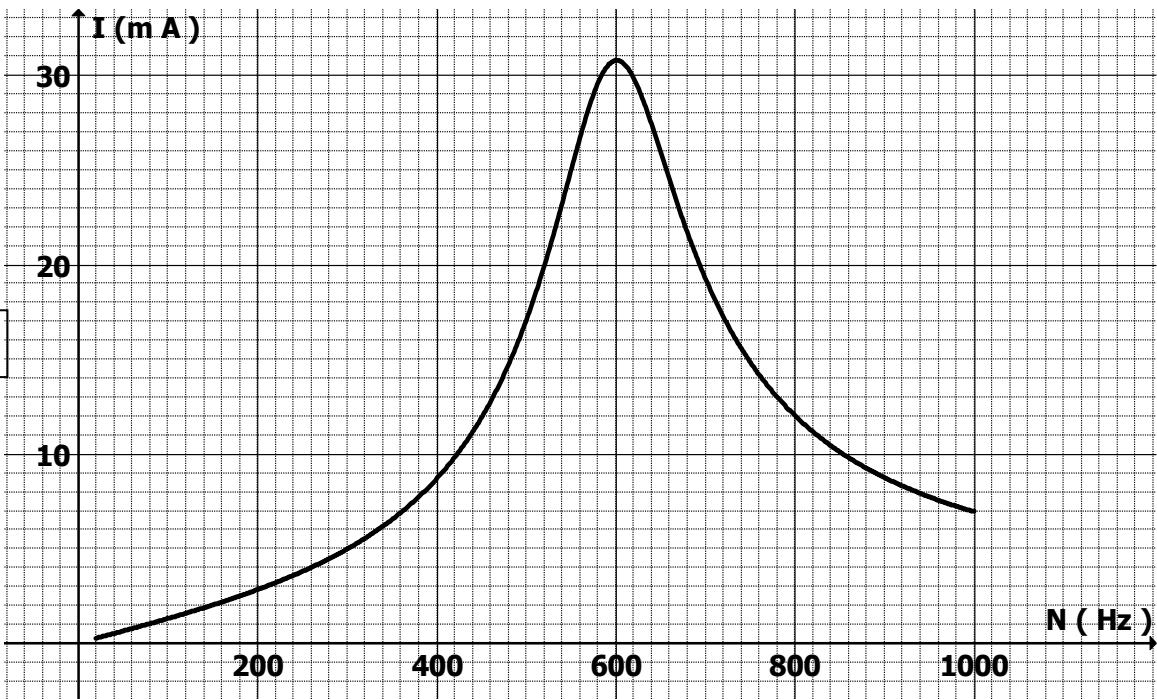
2-2) منحنى الرنين .

نزيلاً بخط رسم التذبذب من التركيب التجاري السابق ، ثم نركب فولطmeter بين مرطبي المولد و أمبيرmeter على التوالي مع عناصر الدارة .

ثبتت القيمة الفعالة لتوتر المولد على القيمة $U = 2V$. و المقاومة المكافئة على القيمة $R + r = 50 + 15 = 65\Omega$. نغير تردد المولد N و نقيس القيمة الفعالة | لشدة التيار الموافقة . يمثل الشكل 5 النتائج المحصل عليها . يسمى منحنى هذا المبيان بمنحنى الرنين .



الشكل 5



يبين المنحنى أن هناك ترددان حيث تكون I قصوية و تأخذ القيمة $I_0 \approx 30.85mA$ ، هذا التردد في هذه الحالة هو $600Hz$ و هو يساوي التردد الخاص لثاني القطب « RLC » المدروس .

2-3) حدة الرنين .

• الرنين " الضبابي " و الرنين " الحاد " .

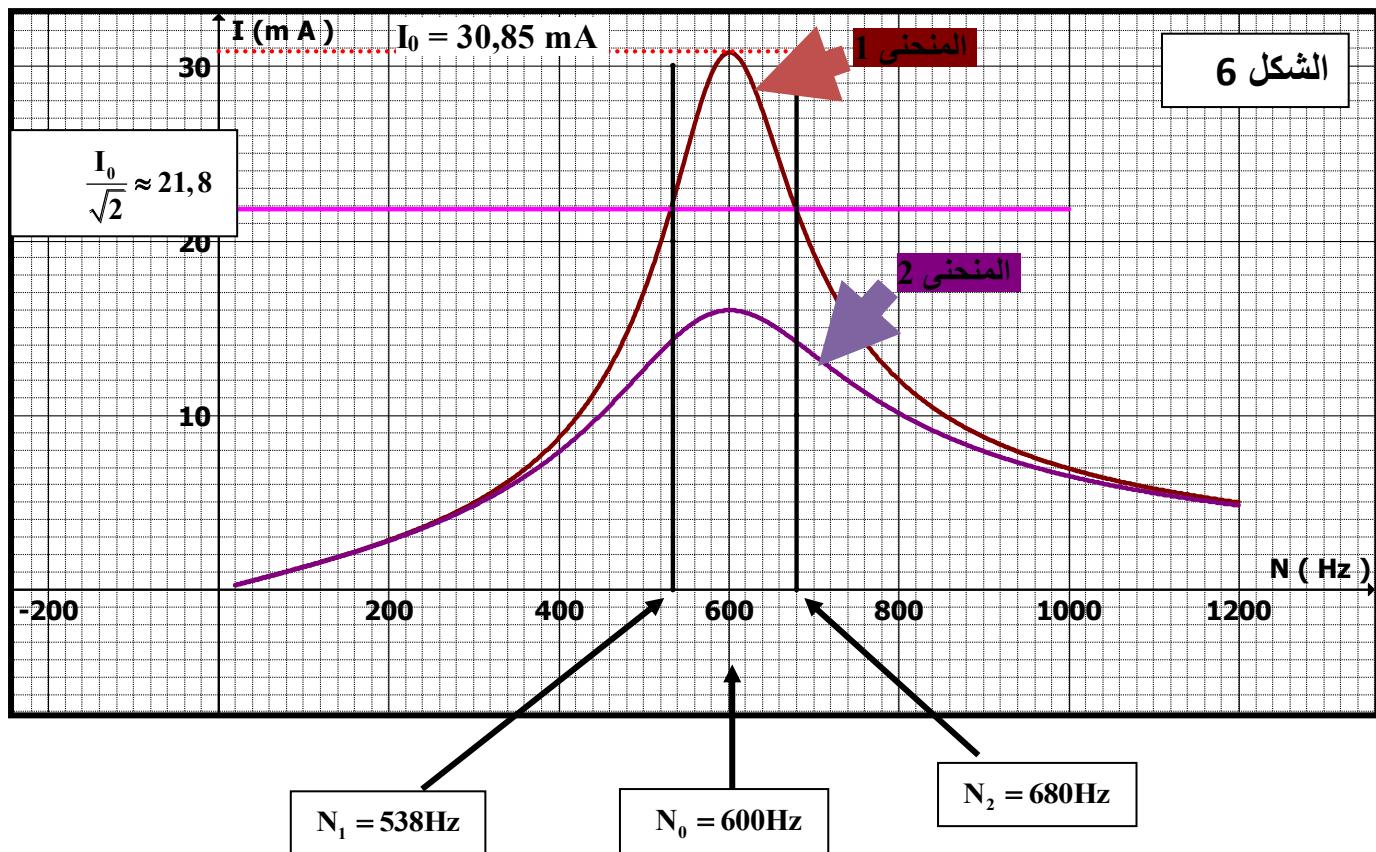
تحت توتر فعال $U = 2V$ ، نخط منحنا آخر للرنين ، باستعمال مقاومة مكافئة أكبر ، مثلا $R + r = 110 + 15 = 125\Omega$ (الشكل 6) . نلاحظ أن تردد الرنين هو نفسه في الحالتين :

تردد الرنين لا يتعلق بمقاومة ثانوي القطب « RLC »

يبينما القيمة القصوية I_0 للشدة الفعالة ' I في الحالة الثانية أصغر من I_0 :

شدة التيار الفعالة عند الرنين تتناقص كلما تزايدت مقاومة ثانوي القطب « RLC »

نلاحظ كذلك أن قمة المنحنى ($N = f$) تكون بارزة في الحالة الأولى (المنحنى 1) : نقول أن الرنين حاد بينما في الحالة الثانية (المنحنى 2) فالقمة تقريباً منبسطة : نقول أن الرنين ضبابي



- المنطقة الممررة ذات « 3dB » . التعريف :

المنطقة الممررة ذات « 3dB » لدارة RLC هي مجال الترددات $[N_1; N_2]$ للمولد (المثير) حيث تكون الشدة الفعالة I للتيار المار بثاني القطب RLC (الرلن) أكبر أو تساوي :

$$\frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

مع I_0 الشدة الفعالة للتيار عند الرنين

- تحديد عرض المنطقة الممررة مبيانياً .

القيمة القصوية لقيمة الفعالة $I_0 = 30,85 \text{ mA}$ و بذلك فإن $\frac{I_0}{\sqrt{2}} = 21,8 \text{ mA}$

المستقيم الأفقي $I = 21,8 \text{ mA}$ يقطع منحنى الرنين عند نقطتين يوافقهما الترددان : $N_1 = 538 \text{ Hz}$ و $N_2 = 680 \text{ Hz}$ عرض المنطقة الممررة هو :

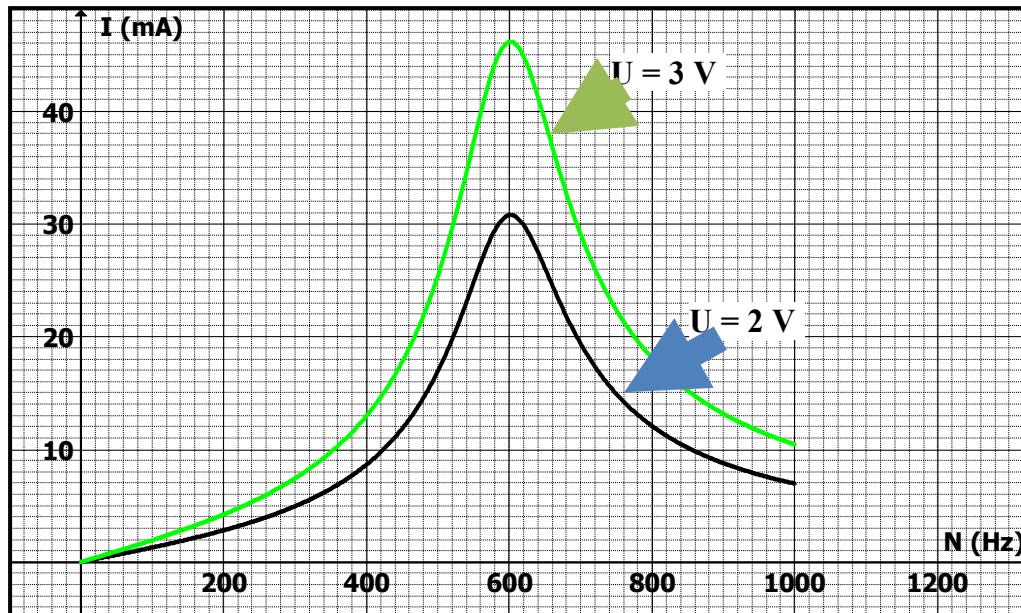
$$\Delta N = N_2 - N_1 = 680 - 538 = 143 \text{ Hz}$$

- عرض المنطقة الممررة و المقاومة الكلية للدارة .

في الحالة الأولى المقاومة الكلية تساوي 65Ω و عرض المنطقة الممررة هو $\Delta N = 145 \text{ Hz}$ في الحالة الثانية المقاومة الكلية تساوي 125Ω و عرض المنطقة الممررة هو $\Delta N' = 760 - 475 = 285 \text{ Hz}$

عرض المنطقة الممررة يزداد مع تزايد مقاومة الدارة
عندما تكون المقاومة صغيرة يكون الرنين حاداً و يكون
ضعيفاً و بالتالي تكون الدارة انتقائية

- عرض المنطة الممررة و القيمة الفعالة للتوتر المطبق .
نعيد تجربة الحالة الأولى ($R + r = 65\Omega$) مع تطبيق توتر قيمته الفعالة $U = 3,0V$ (عوض $2,0V$) ، فنحصل على المبيان التالي :



ننجز بنفس الطريقة السابقة تحديدا لعرض المنطة الممررة في هذه الحالة الجديدة ($U = 3V$) فنجد نفس العرض في الحالة الأولى ($U = 2V$) .

لا يتعلق عرض المنطة الممررة بالقيمة الفعالة للتوتر المطبق على ثانوي القطب RLC

• معامل الجودة .

معامل الجودة Q لثانوي قطب RLC هو خارج قسمة التردد عند الرنين N_0 على عرض منطقته الممررة ΔN :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$

مثلا في الحالة الأولى ($R + r = 65\Omega$)

$$Q = \frac{600}{143} = 4,2 : (R + r = 65\Omega)$$

و في الحالة الثانية ($R + r = 110 + 15 = 125\Omega$)

$$Q' = \frac{N_0'}{\Delta N'} = \frac{600}{285} = 2,1 : (R + r = 110 + 15 = 125\Omega)$$

نلاحظ أن معامل الجودة Q يتاسب عكسيا مع عرض المنطة الممررة و يعبر عنه بدون وحدة ، كما أن Q يصغر كلما كانت قيمة مقاومه الدارة .
حيث يميز معامل الجودة حدة الرنين

٤ - ٢) فوق التوتر عند الرنين .
• تجربة .

نعود إلى تجربة الشكل ١ حيث $U = R + r = 65\Omega$ و $U = 2,0V$.
نقيس التوترات الفعالة على التوالى بين مربطي المقاومة الكلية R ، بين مربطي الوشيعة و بين مربطي المكثف . فنجد :
- بين مربطي المقاومة الكلية : $U_{Rt} = 2,0V$
- بين مربطي الوشيعة : $U_L = 8,4V$
- بين مربطي المكثف : $U_C = 8,4V$
• استنتاج .

- من الواضح أن : $U \neq U_{Rt} + U_L + U_C$
القيم الفعالة للتوترات لا تحقق قانون إضافية التوترات
- التوترين الفعالين U_L و U_C أكبر من التوتر الفعال U الموجود بين مربطي ثانى القطب « RLC » . إنها ظاهرة فوق التوتر :

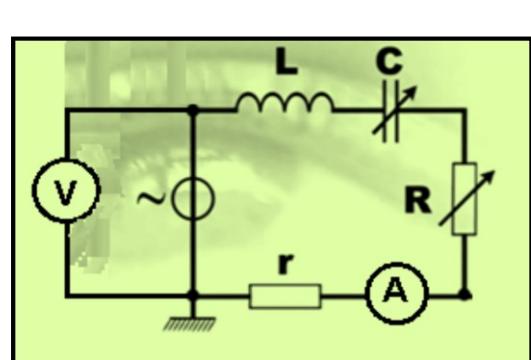
عند الرنين ، التوتر الفعال بين مربطي المكثف أو بين مربطي الوشيعة
أكبر من التوتر الفعال المطبق من طرف المولد

- نلاحظ أن الحاصل $\frac{U_C}{U}$ و $\frac{U_L}{U}$ يساوي ٤,٢ و هي قيمة معامل الجودة في هذه الحالة . نعتبر أن هذه الملاحظة عامة :

عند الرنين ، التوتر الفعال بين مربطي المكثف يساوي
معامل الجودة والتوتر الفعال المطبق على ثانى القطب RLC

$$U_C = Q \cdot U$$

التوتر الفعال بين مربطي الوشيعة له نفس رتبة القدر ، إذا كانت
مقاومة الوشيعة مهملة .



٣) ممانعة الدارة .
٣ - ١) الإبراز التجربى .
- ننجز التركيب التجربى الممثل جانبه ، يسمح الأمبيرمتر بقياس الشدة
الفعالة I للتيار الذى يمر في ثانى القطب RLC . و يعطي الفولطметр
التوتر الفعال U للتوتر المطبق بين مربطي ثانى القطب RLC .
- نضبط المولد على تردد معين مثلا $N_1 = 400Hz$ ، و بتغيير التوتر
الفعال U ، نحصل على جدول القياسات أسفله .
نمثل U بدلالة I فنحصل على خط مستقيم (الشكل ٧ ، المنحنى ١) يمر من
أصل المعلم معادلته هي :

$$U = Z \cdot I$$

حيث تمثل الثابتة Z المعامل الموجى للمستقيم ، و تسمى ممانعة الدارة ،
يعبر عن Z بالأوم (Ω) .

* ملحوظة : يمكن تعين الممانعة Z بطريقة سريعة ، و ذلك باستعمال راسم التذبذب ، الذى يسمح بقياس المقادير القصويين

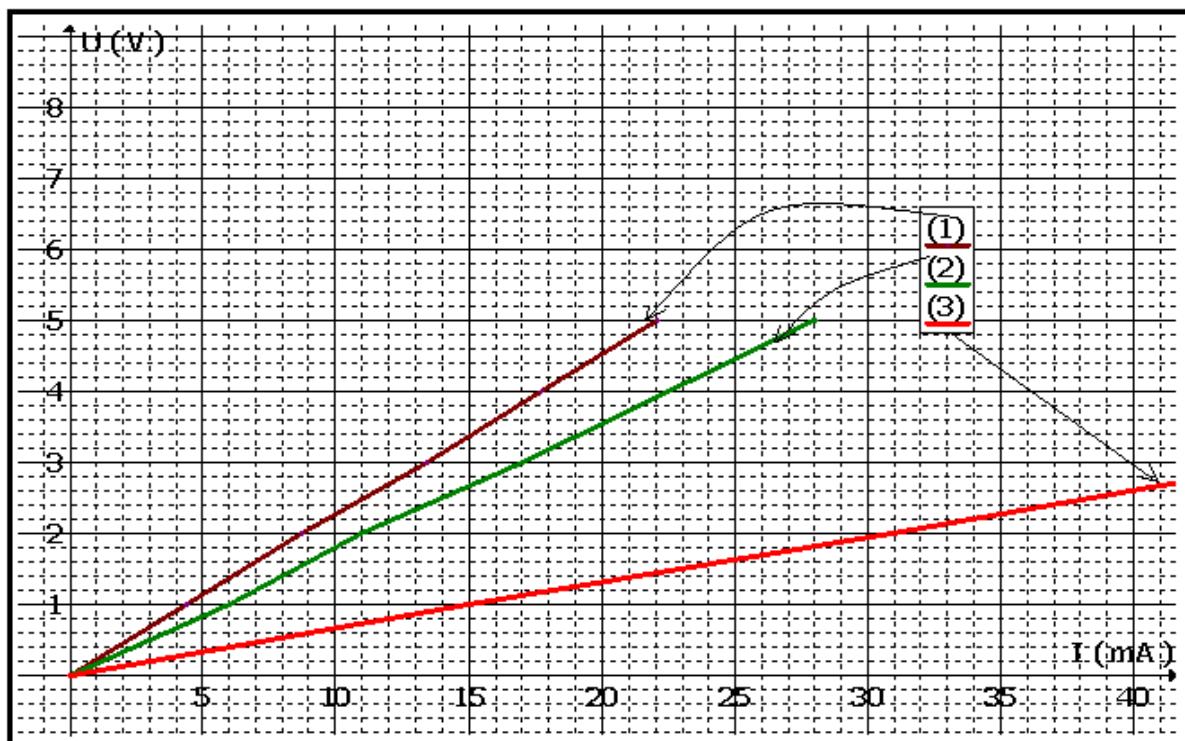
$$Z = \frac{U_m}{I_m} \text{ و } U_m \text{ و } I_m \text{ فنحصل على :}$$

5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	U(V)
22,1	17,7	13,4	8,75	4,41	I(mA)

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad \text{و} \quad Z = \frac{U}{I}$$

3-2) تغيرات الممانعة بدلالة التردد .

نعيد التجربة السابقة (الفقرة 3-1) مع تغيير التردد ، حيث نضبط التردد عند القيمة $N_0 = 600\text{Hz}$ (التردد الخاص) فنحصل على المنحنى 3 (الشكل 7) ، و نضبطه عند القيمة $N_2 = 800\text{Hz}$ فنحصل على المنحنى 2 (الشكل 7) .



الشكل 7

نحسب الممانعة في كل حالة فنجد :

- بالنسبة ل N_1 : $Z_1 = 225\Omega$

- بالنسبة ل N_0 (الرنين) : $Z_0 = 65\Omega$

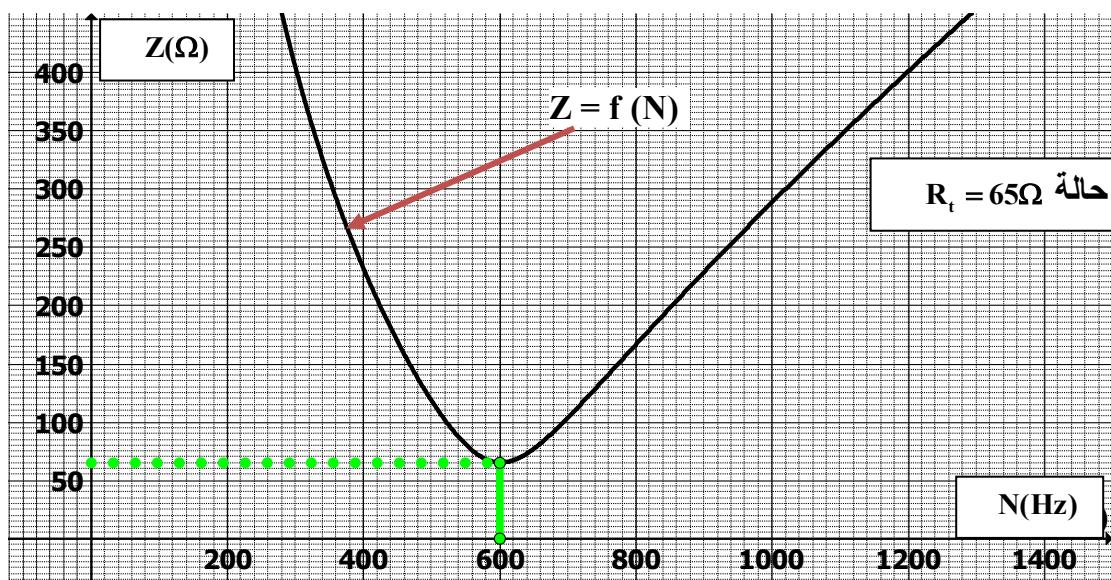
- بالنسبة ل N_2 : $Z_2 = 175\Omega$

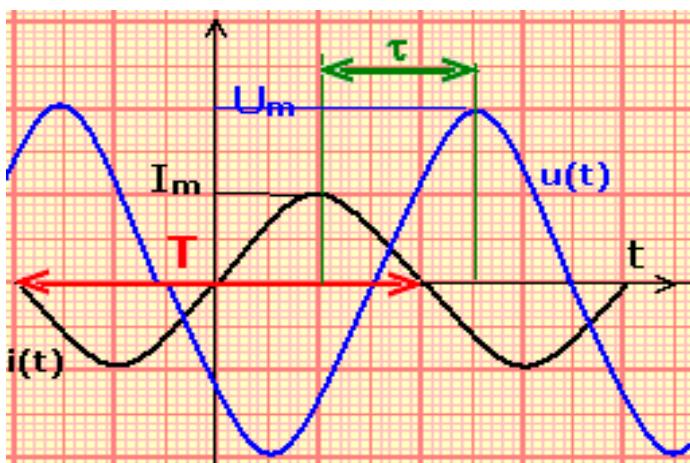
نلاحظ أن الممانعتين Z_1 و Z_2 أكبر من الممانعة

عند الرنين Z_0

بصفة عامة تأخذ الممانعة قيمتها الدنيا و التي تساوي
قيمة المقاومة الكلية للدارة عند الرنين

$$Z_0 = R_t$$





٤) كيفية تحديد فرق الطور بين مقدارين جibيين ؟
 لنعتبر المقدارين المتناوبين الجibيين :
 $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$ و $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$
 نسمى طور الدالة $u(t)$ بالنسبة للدالة $i(t)$ $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$:
 وطور الدالة $i(t)$ بالنسبة للدالة $u(t)$ $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$:
 و $(\varphi_{i/u})$ تقيس تقدم وتتأخر طور الدالة $u(t)$ بالنسبة $i(t)$.
 ونعبر عنه بالرديان .

$\varphi_{u/i}$ نقول أن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$ $\varphi_{u/i}$ نقول أن $u(t)$ متاخرة في الطور على $i(t)$

نقول أن $u(t)$ و $\varphi_{u/i}(t)$ على تربيع مي الصور . ونفس الم

لتبسيط الدراسة نختار $\varphi_i = 0$ أي أن $\varphi = \varphi_i$ فتصبح العلاقة $i(t) = I_m \cos \omega t$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow u(t) = U_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{\phi}{\omega}\right)\right) = U_m \cos(\omega(t + \tau))$$

يافق الطور $\varphi_u = \varphi$ للتوتر $U(t)$ بالنسبة للتيار $i(t)$ ، المدة الزمنية τ . حيث

يمكن قياس σ على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور φ . يسمى σ الفرق الزمني بين منحني $U(t)$ و $i(t)$.

$$|\Phi| = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau$$

أمثلة :

التوتر (t_C) بين مربطي مكتف عندما يمر فيه تيار كهربائي

$$: i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C}q(t) = \frac{I_0\sqrt{2}}{C} \int_0^t \cos(\omega t) dt = \frac{I_0\sqrt{2}}{C\omega} \sin(\omega t)$$

$$u_c(t) = U_c \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

التوتر الفعال بين مربطي المكثف قيمته $U_C = \frac{I_0}{C\omega}$ وأن

$\frac{\pi}{2}$ متأخرة في الطور على $i(t)$ ب $u_C(t)$

التوتر $u_L(t)$ بين مربطي وشيعة خالصة (مقاومتها مهملة)

عندما يمر فيها تيار كهربائي متناوب جيبى : $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = -L\omega \sin(\omega t) = L\omega\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_L(t) = U_L \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

U_L التوتر الفعال بين مربطي الوشيعة قيمته $U_L = L\omega I_0$ وأن (t) u_L متقدمة في الطور على $i(t)$ بـ $\frac{\pi}{2}$

5) القدرة الكهربائية .

القدرة الكهربائية اللحظية ، المستهلكة من قبل ثنائي قطب ، يمر فيه تيار شدته $i(t)$ ويوجد بين مربطيه التوتر $u(t)$ هي :

$$p(t) = u(t).i(t)$$

في النظام المتناوب الجيبي نبين أن : $p(t) = U.I[\cos \varphi + \cos(2\omega + \varphi)]$. نلاحظ أن $p(t)$ دالة جيبية نبضها 2ω يمثل نبض التيار أو التوتر . هذه القدرة اللحظية لا تتمكن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة . لذا وجب تعريف القدرة المكتسبة خلال دور والتي نسميها بالقدرة المتوسطة :

في حالة النظام الجيبي القسري ، القدرة المستهلكة خلال دور هي :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t)dt$$

$$P = U_{\text{eff}}.I_{\text{eff}} \cos \varphi$$

حيث :

U_{eff} التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب
 I_{eff} الشدة الفعالة للتيار المار في ثنائي القطب

$\cos \varphi$ معامل ، يسمى معامل القدرة ، حيث φ طور $i(t)$ بالنسبة ل $u(t)$ له التعبير :

$$P = U_{\text{eff}}.I_{\text{eff}} \cos \varphi = Z.I.I \frac{R+r}{Z} = (R+r)I^2$$

يمكن استنتاج تعبير آخر للقدرة المتوسطة :

في الدارة RLC المتوازية تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة فقط ، بمفعول جول .