

التذبذبات الحرة في دائرة RLC متوالية *Les oscillations libres dans un circuit RLC série*

* تتكون دائرة RLC متوالية من مكثف سعته C و شبيعة معامل تحريضها L و مقاومتها r و موصل أومي مقاومتها r' حيث $R = r + r'$.

* يؤدي تفريغ مكثف مشحون بدنيا ($u_C(0) = E$) ، في شبيعة دائرة RLC متوالية ، إلى ظهور تذبذبات حرة (لعدم تزويد الدارة بالطاقة) و مخمدة (يتناقص وسع التوتر $u_C(t)$ مع الزمن) ، وفق نظام معين حسب قيمة R :

نظام دوري ($R = 0$) - نظام شبه دوري (R صغيرة) - نظام حرج ($R \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$) - نظام لا دوري (كبيرة جدا)

* شبه الدور T المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر $u_C(t)$.
لا يتعلق شبه الدور T بالمقاومة R ، ولكن يتعلق بمعامل التحريض L و سعة المكثف C .

* التذبذبات الحرة لدائرة مثالية LC : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$ مع الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

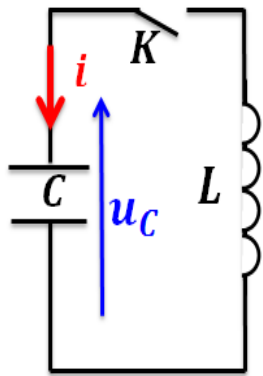
حلها $u_C(t) = E \cos(\frac{2\pi}{T_0} t)$ و $q(t) = C.E \cos(\frac{2\pi}{T_0} t)$ و $i(t) = \frac{2\pi}{T_0} . C.E \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \frac{\pi}{2})$.
خلال التذبذبات غير المخمدة ، تتحفظ الطاقة الكلية للدائرة حيث تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة

مغناطيسية في الوشبيعة و العكس . $E_t = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} C U_m^2 = \frac{1}{2} L I_m^2$.

* التذبذبات الحرة لدائرة RLC : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$ يعبر المقدار $\frac{R}{L} \frac{du_C}{dt}$ عن ظاهرة خمود التذبذبات تتناقص الطاقة الكلية E مع مرور الزمن نتيجة تبدد جزء منها بمفعول جول عند كل تبادل طاقي بين المكثف و الوشبيعة

. $E_t = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2$ و $\frac{dE_t}{dt} = -R i^2$ و لصيانة التذبذبات نضيف للدائرة جهاز يعوض الطاقة المبددة بمفعول

جول فنحصل على تذبذبات جيبيية ودورها يساوي الدور الخاص T_0 . حيث $u_g = R_0 . i$ مع $R_0 = R$



تمرين 2 :

تم شحن المكثف تحت التوتر $E = 6V$ ثم ادمج في التركيب جانبه .

نغلق قاطع التيار عند اللحظة

$t = 0$.

1- بتطبيق قانون إضافية التوترات

، أوجد العلاقة بين u_C و u_L .

2- عبر عن u_L بدلالة شدة التيار i .

3- عبر عن i بدلالة سعة المكثف C والتوتر u_C .

4- أثبت المعادلة التفاضلية للدائرة التي يحققها u_C .

5- حل المعادلة يكتب على الشكل التالي :

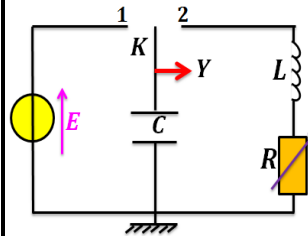
$$u_C(t) = a \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + b)$$

5-1- حدد تعبير النبض الخاص ω_0 ثم احسب قيمته .

5-2- حدد قيم a و b .

5-3- اكتب تعبير $u_C(t)$.

نعطي : $C = 2200 \mu F$ و $L = 1 H$



تمرين 1 :

نعتبر التركيب جانبه حيث Y مرتبط براسم تذبذب ذاكراتي.

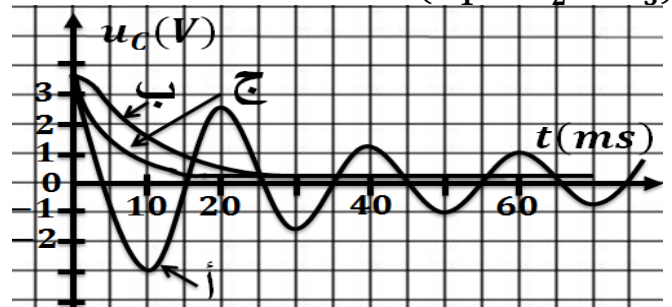
1- لماذا ، عند غلق الدارة ،

يجعل K في الموضع 1

لمدة كافية ؟ حدد قيمة $u_C \max$.

2- يمثل الشكل أسفله ثلاث منحنيات حسب قيم R مع

$(R_1 < R_2 < R_3)$.



1-2- اقرن بكل منحنى المقاومة الموافقة له .

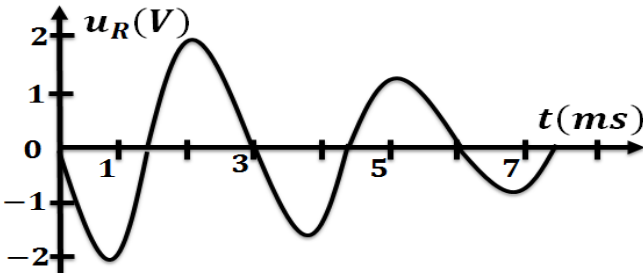
2-2- اعط اسم كل نظام بالنسبة لكل منحنى .

3-2- ارسم الشكل التقريبي للمنحنى في حالة $R = 0$.

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية *Les oscillations libres dans un circuit RLC série*

تمرين 5 :

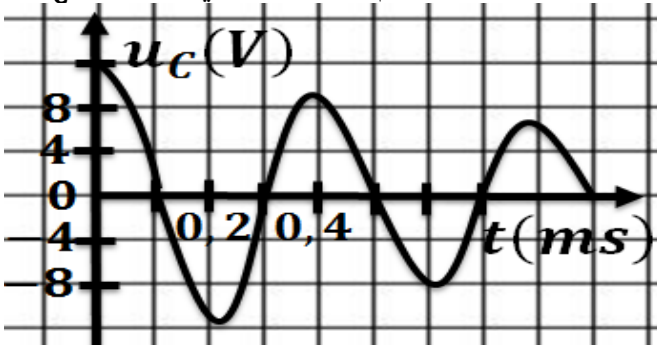
نقوم بشحن مكثف C تحت توتر $E = 12V$ ثم نفرغه في موصل أومي مقاومته $R = 30\Omega$ ومن وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r .
يمثل المنحنى أسفله تغيرات u_R بدلالة الزمن.



- 1- حدد مبيانيا قيمة شبه الدور T .
- 2- أوجد العلاقة بين u_R و i . لماذا u_R سالب في بداية التفريغ؟
- 3- حدد $i(0)$. استنتج قيمة $u_L(0)$.
- 4- عبر عن u_L بدلالة L و r و i و $\frac{di}{dt}$.
- 5- حدد مبيانيا $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}$ ثم استنتج قيمة L .
- 6- أوجد قيمة سعة المكثف C .

تمرين 6 :

نشحن مكثفا سعة $C = 1\mu F$ تحت توتر $E = 12V$ وندرس تفريغه في وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r .
نسجل بواسطة راسم تذبذب ذاكراتي تغيرات u_C .



- 1- حدد طبيعة النظام التذبذبي.
- 2- ما الذي يحدث نظريا في حالة $r = 0$ ؟
- 3- نعتبر $T \approx T_0$. عين قيمة T ثم استنتج قيمة L .
- 4- حدد النسبة المئوية للطاقة المبددة في الدارة خلال دور.

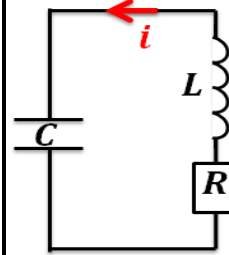
تمرين 3 :

نصل مربطي مكثف AB سعة C مشحون بدنيا تحت التوتر $E = 6V$ بمربطي وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة. يمكننا راسم التذبذب الذاكراتي من تسجيل u_C ومعاينة التذبذبات الكهربائية المحصلة.
1- ارسم تبيانة التركيب التجريبي محددا كيفية ربط راسم التذبذب وممثلا سهم التوتر u_C و u_L مع توجيه الدارة.

2- أوجد المعادلة التفاضلية u_C .
3-1- تحقق أن $u_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$ حل للمعادلة التفاضلية.

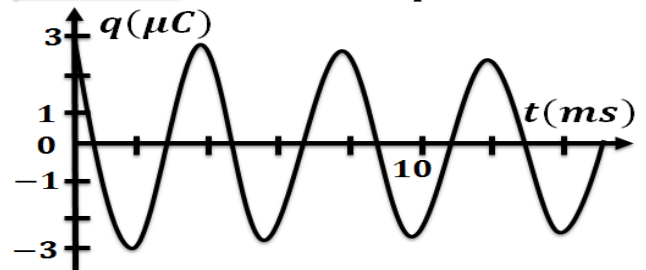
3-2- حدد تعبير T_0 واحسب قيمته.
3-3- حدد مدلول U_m و φ واحسب قيمتهما.
نعطي : $L = 50\text{ mH}$ و $C = 5\mu F$.

تمرين 4 :



يمثل التركيب جانبه دارة RLC متوالية.

انطلاقا من تسجيل u_C نحصل على تغيرات الشحنة q بدلالة الزمن.



- 1- حدد العلاقة بين q و u_C .
- 2- حدد مبيانيا قيمة شبه الدور T .
- 3-1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها q في حالة $R = 0$.
- 3-2- تحقق أن $q(t) = Q_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$ حل للمعادلة التفاضلية.
- 3-3- احسب قيمة T_0 وقارنها مع شبه الدور.
- نعطي : $L = 400\text{ mH}$ و $C = 1\mu F$.
- 4- ما الفرق الذي يبرزه حل المعادلة التفاضلية مع المنحنى $q = f(t)$ ؟ إلى ماذا يعزى هذا الفرق؟

الجزء الثالث : الكهرباء

الوحدة 3

د. هشام محجر

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية
*Les oscillations libres dans
un circuit RLC série*

تمرين 7 :

1- نربط مكثفا سعته

$C = 1 \mu F$ يحمل

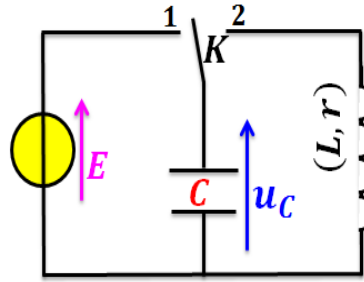
شحنة قصوى

بوشية $q_m = 20 \mu C$

معامل تحريضها

$L = 0,5 H$

ومقاومتها $r = 10 \Omega$



. نلاحظ أن الدارة تكون مقر تذبذبات كهربائية مخمدة .

1-1 احسب قيمة E .

1-2 إلى ماذا يعزى خمود التذبذبات ؟ علل جوابك .

2- لصيانة التذبذبات ننجز التركيب جانبه والذي يضم ،

بالإضافة إلى المكثف والبوشية

السابقين ، مولد يزود الدارة بتوتر

u_G يتناسب أطرادا مع i حيث

$u_G = R_0 \cdot i$.

1-2 أثبت المعادلة التفاضلية التي

تحققها q واستنتج القيمة النظرية

لـ R_0 التي تمكن من الحصول

على تذبذبات جيبية .

2-2 أوجد ، في حالة صيانة التذبذبات ، تعبير تغيرات q

شحنة المكثف بدلالة الزمن . نعتبر حسب الاصطلاح

المبين في الشكل أن $q(0) = q_m$.

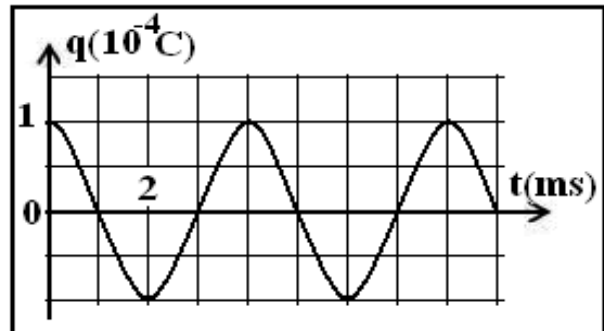
تمرين 8 :

نعتبر دارة مكونة من وشية معامل تحريضها الذاتي L

ومقاومتها مهملة ، مركبة مع مكثف سعته C تم شحنه

مسبقا بتوتر $E = 250V$.

الشكل المقابل تغيرات شحنة المكثف $q(t)$ بدلالة الزمن .



1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$ ثم

استنتج تعبير الدور الخاص T_0 .

2- أوجد مبيانيا قيمة T_0 والشحنة القصوى Q_m للمكثف ،

ثم استنتج قيمة كل من C و L

3- اكتب تعبير الشحنة $q(t)$ ثم استنتج تعبير $u_C(t)$ و

$i(t)$

تمرين 9 :

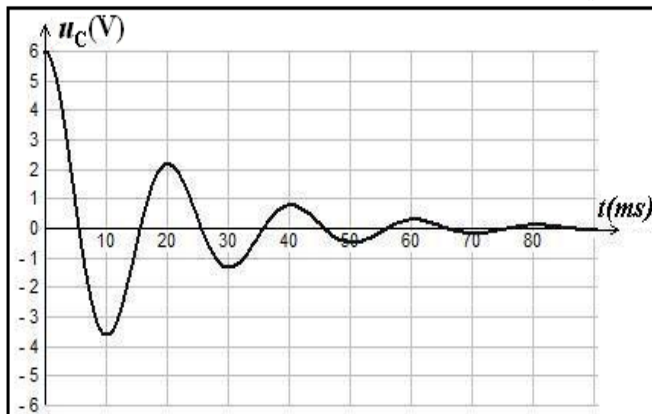
نشحن مكثفا سعته $C = 10 \mu F$ كلياً بواسطة مولد قوته

الكهرمحركة $E = 6V$ ونفرغه في وشية (b) معامل

تحريضها L ومقاومتها r ، وعائنا على شاشة راسم

التذبذب المنحنى أسفله والممثل لتغيرات التوتر u_C بين

مربطي المكثف بدلالة الزمن .



1- ارسم تبياناً التركيب التجريبي المستعمل .

2- علل خمود التذبذبات .

3- عين مبيانيا قيمة شبه الدور T ، واستنتج قيمة معامل

التحريض L للوشية باعتبار شبه الدور يساوي الدور

الخاص . (نأخذ $\pi^2 = 10$)

4- ما نوع الطاقة المخزونة في الدارة عند اللحظة

$t = 25ms$ ؟ علل جوابك .

5- نركب الوشية (b) والمكثف السابق على التوالي مع

مولد يزود الدارة بتوتر يتناسب أطرادا مع شدة التيار المار

فيه $(u = ki)$. تكون التذبذبات مصانة عندما تأخذ k

القيمة $k = 50(SI)$. أوجد r مقاومة الوشية .