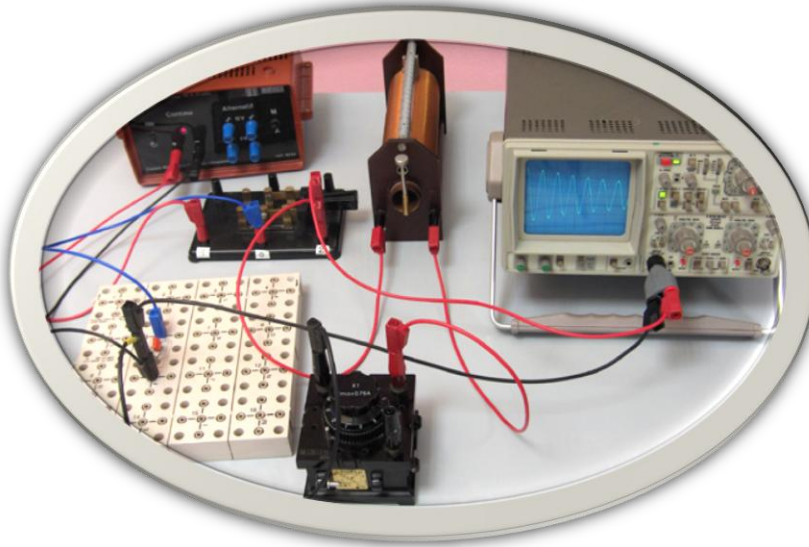


## التذبذبات الكهربائية الحرة في دائرة RLC

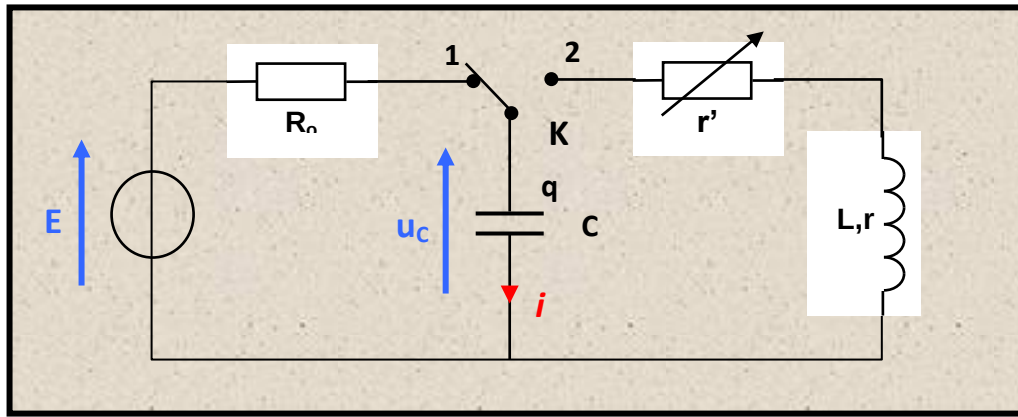


البواغث المستعلة في الاتصالات تستخدم دارات كهربائية تسمى المتذبذبات الكهربائية  
إنها اهتزازات كهربائية ، أي اهتزازات للإلكترونات ، التي تولد انبعاث موجات كهرومغناطيسية

1 ( تفريغ مكثف عبر وشيعة حقيقية .

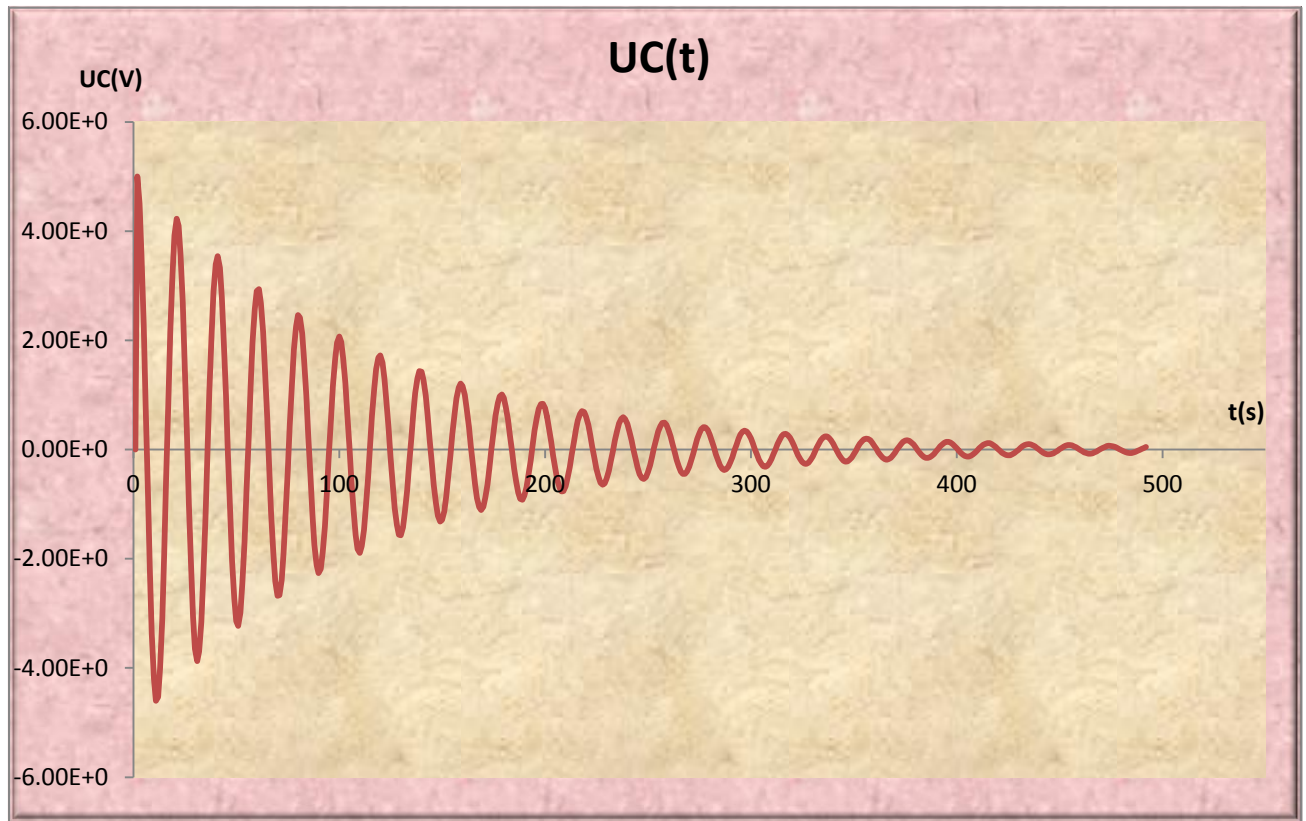
1-1 ( الدراسة التجريبية .

لنعتبر الدارة الكهربائية التالية :

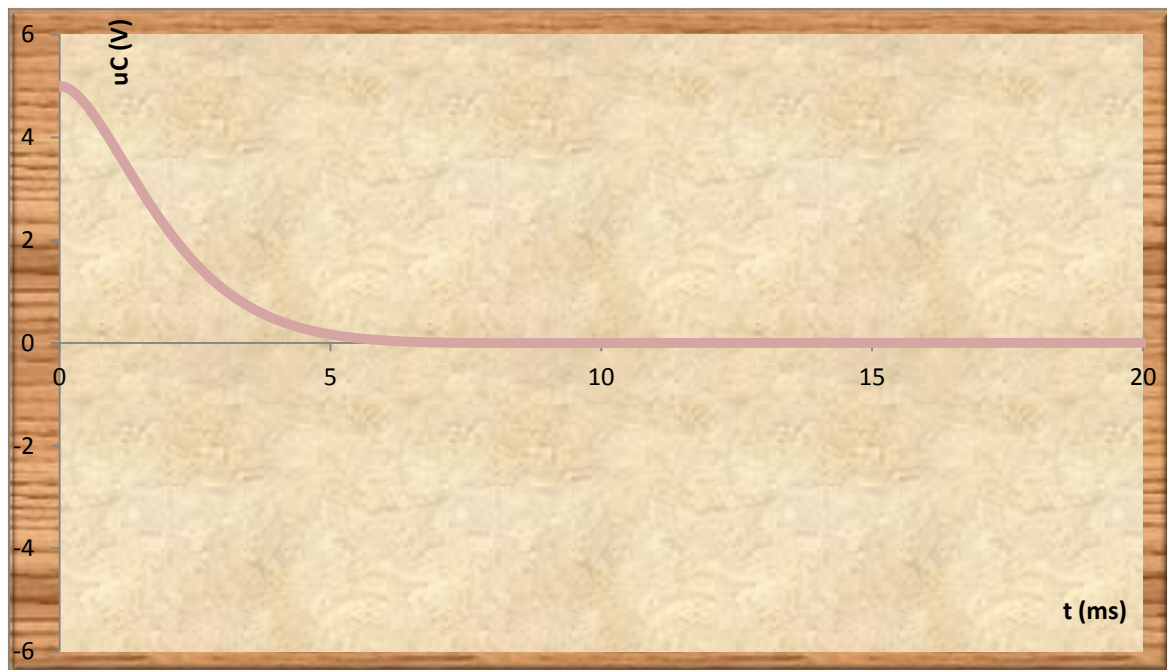


المكثف بدنيا مشحون تحت التوتر  $E$  ، نؤرجح قاطع التيار  $K$  إلى الموضع 2 .  
في حالة  $R = r + r'$  ضعيفة ، التوتر  $u_c(t)$  بين مربطي المكثف يتناقص ثم يتزايد تباعا ( نفس الشيء كذلك بالنسبة للشحنة  $q$  لأنها تتناسب مع  $u_c(t)$  ) .

خلال تغير  $u_c(t)$  في نفس المنحى ، تمر من قيمة منعدمة ، في مجالات زمنية منتظمة .  
حيث أن المكثف يشحن ثم يفرغ في مدد زمنية منتظمة : تفريغ مكثف في وشيعة يؤدي إلى تذبذبات كهربائية ، يتطور في منحى ثم في المنحى المعاكس .

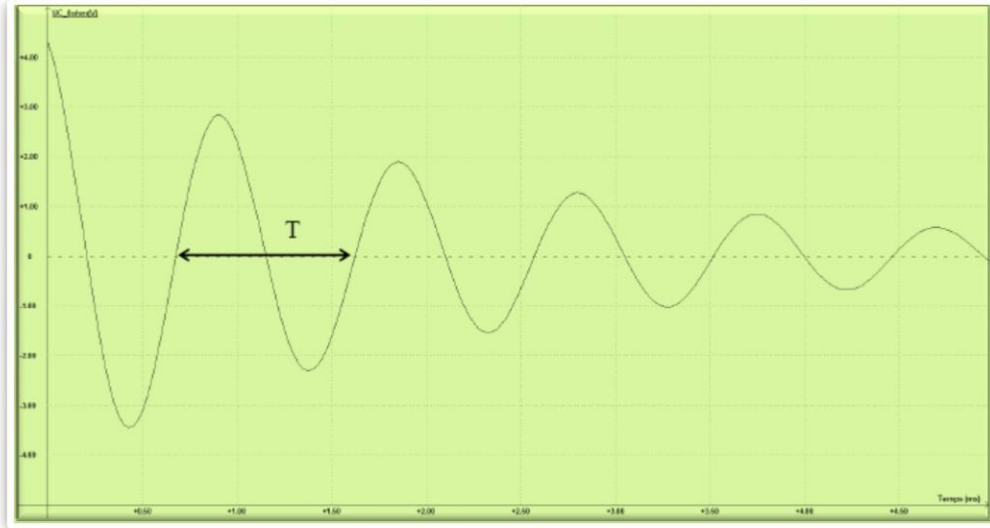


1 - 2 ) النظامين التذبذبيين : الشبه الدوري و اللا دوري .  
 وسع تذبذبات التوتر  $u_C(t)$  تنقص مع مرور الزمن ، كلما كانت المقاومة  $R = r + r'$  كبيرة كلما كان التناقص أسرع .  
 بالنسبة لقيمة مرتفعة لهذه المقاومة ،  $u_C(t)$  تنقص دون تذبذب .



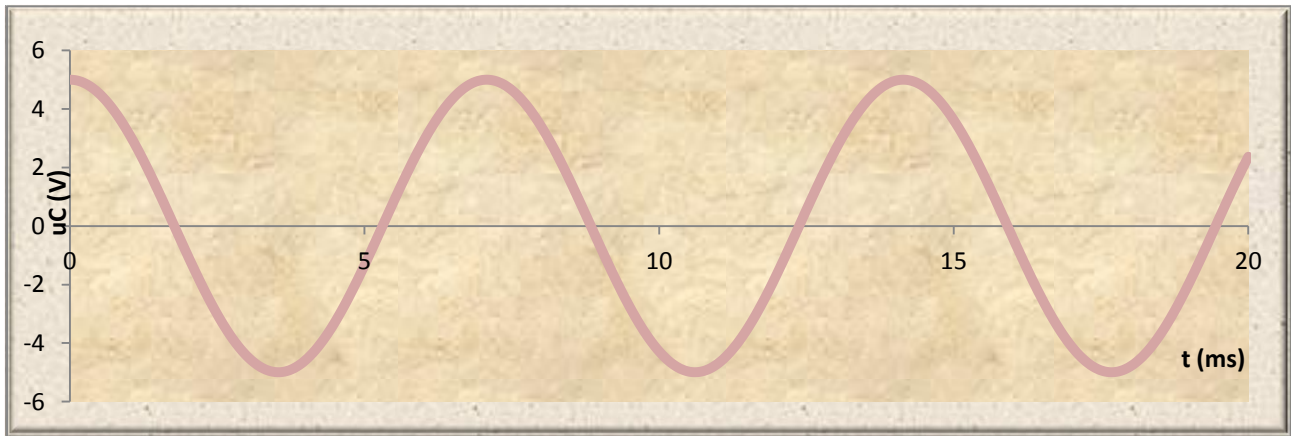
إذا كانت المقاومة ضعيفة فإن وسع هذه التذبذبات ينقص تدريجيا ، نقول بأن التذبذبات تخمد ، و النظام يسمى النظام شبه الدوري .  
 كلما كانت المقاومة كبيرة كلما كان الخمود حادا .  
 إذا تجاوزت المقاومة قيمة معينة ، لا نحصل على أي تذبذبات ، النظام المحصل عليه في هذه الحالة تسمى النظام اللا دوري  
 قيمة المقاومة الموافقة للمرور من النظام الشبه دوري إلى النظام اللا دوري تسمى المقاومة الحرجة  $R_C$  قيمتها تتعلق ب  $C$  و  $L$  .

شبه الدور  $T$  يمثل المدة الزمنية الفاصلة بين مرورين متتاليين للتوتر  $u_C(t)$  من القيمة المنعدمة و هو يتغير في نفس المنحى .



## 1 - 3 ) النظام الدوري .

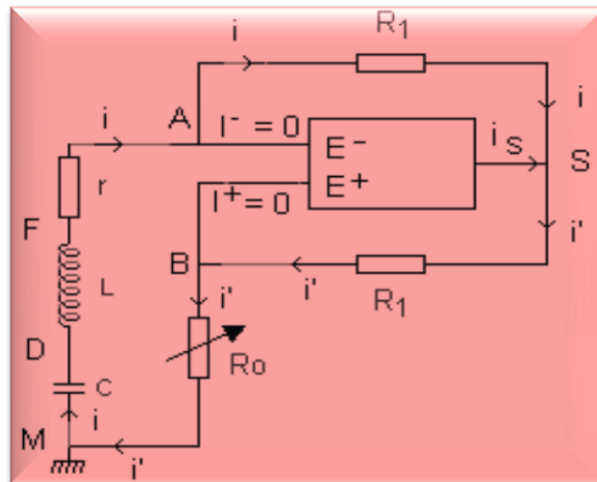
سبب خمود التذبذبات ناتج عن مقاومة الموصل الأومي ، أو مقاومة الوشيعة . عندما تؤول مقاومة الدارة إلى الصفر، وسع التذبذبات يؤول إلى قيمة ثابتة . عند الحد ، المقاومة منعدمة ، التذبذبات تكون دورية : التذبذبات جيبية و الدور  $T_0$  لهذه الذبذبات يسمى الدور الخاص .



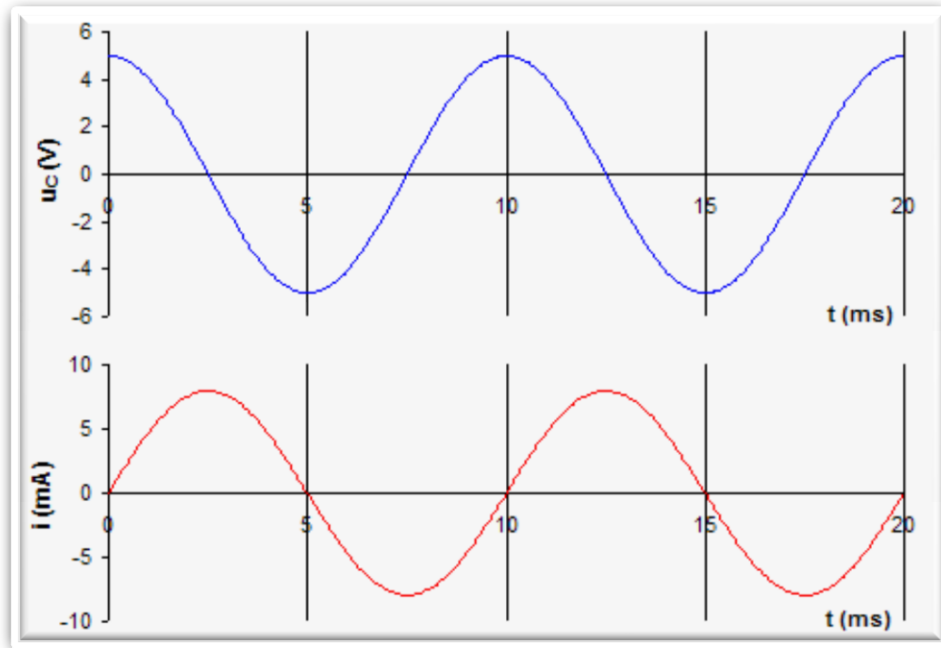
\* ملحوظة : في حالة نظام شبه دوري حيث مقاومة الدارة  $R$  أصغر بكثير من المقاومة الحرجة  $R_C$  ، شبه الدور  $T$  يساوي الدور الخاص  $T_0$  .

## 1 - 4 ) التفسير الطاقى .

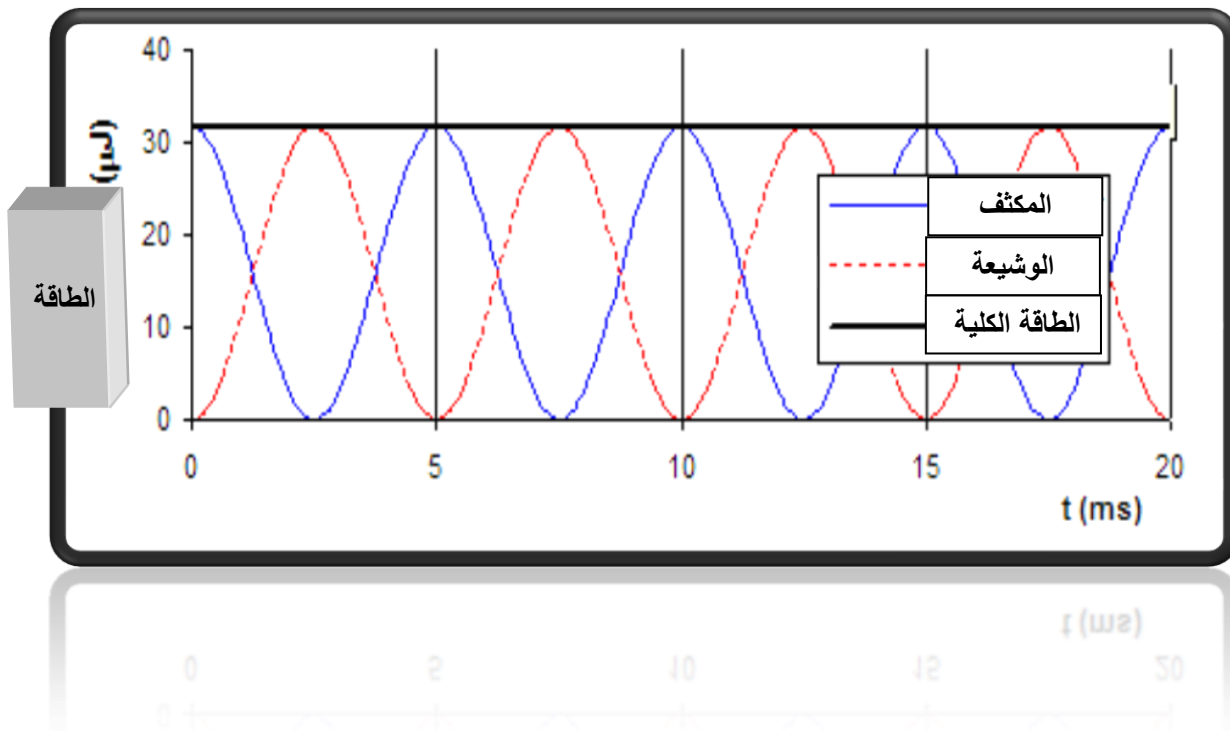
لننجز الدارة LC بدون مقاومة ( تركيب ذي مقاومة سالبة ) :



فملاحظ التغيرات التالية :

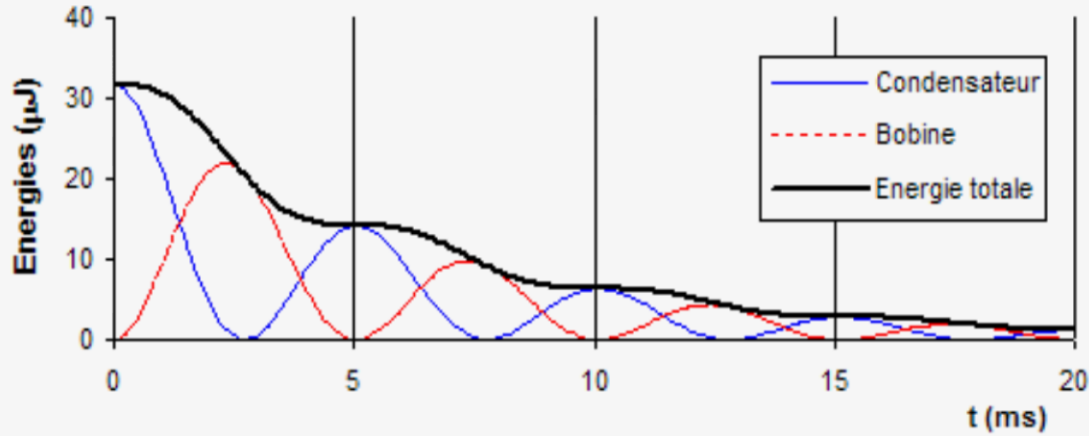


عند اللحظة  $t=0$  فقط المكثف هو الذي يخزن الطاقة  $E_{t_0} = \frac{1}{2} C u_C^2(t_0) \neq 0$  . بينما الطاقة المخزنة في الوشعة فمنعدمة  
 عند اللحظة  $t_1$  ، التوتر بين مربطي المكثف منعدم ، كل الطاقة انتقلت إلى الوشعة .  $E_{L_0} = \frac{1}{2} L i^2(t_0) = 0$  .  
 شدة التيار كذلك قصوى . بعد ذلك تعيد الوشعة هذه الطاقة إلى المكثف ، مما يؤدي إلى شحن المكثف في المنحى المعاكس للمنحى  
 البدئي ( $q(t) < 0$ ) .  
 عند اللحظة  $t_2$  ، شدة التيار منعدمة . الطاقة الكلية للدائرة  $E(t_2) = E_C(t_2) + E_L(t_2)$  لا توجد في الوشعة وإنما مخزونة في المكثف .  
 تفرغ المكثف من جديد بواسطة تيار يتغير مناه ( $i(t)$  يغير المنحى ) و الظاهرة تتكرر بحيث أن الطاقة الكلية للدائرة تبقى ثابتة .



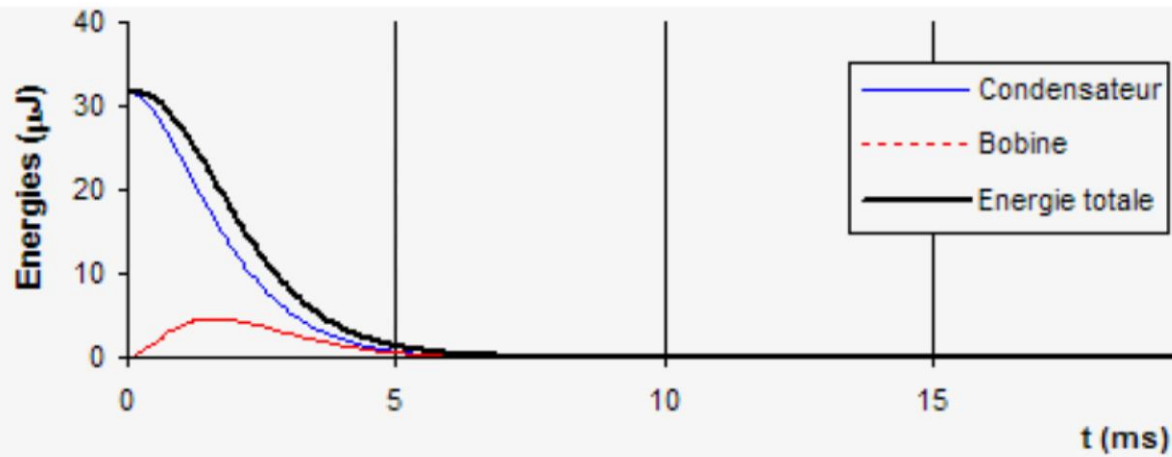
لنعتبر الآن دائرة RLC و أنظمتها الشبه الدورية و اللادورية . نحصل على المنحنيات التالية :

النظام  
شبه  
الدور  
ي

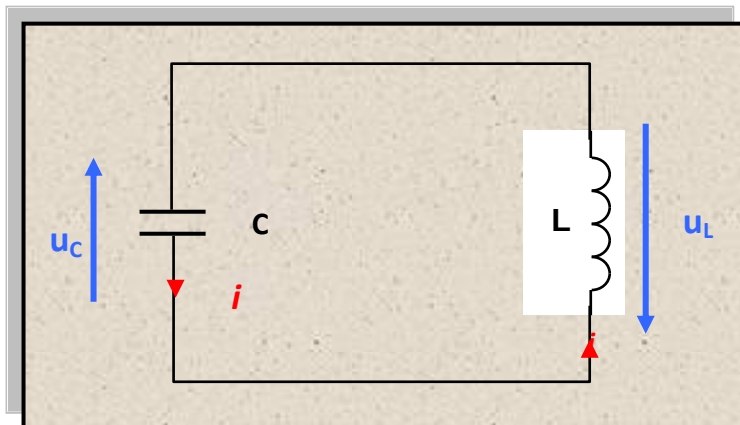


الطاقة المختزنة في المكثف تكون قصوى عندما تكون الطاقة المختزنة في الوشيعه منعدمة  
عندما تتناقص الطاقة الكهربائية  $E_C(t)$  المختزنة في المكثف ، تتزايد الطاقة المغنطيسية  $E_L(t)$  المختزنة في الوشيعه و العكس صحيح  
الطاقة الكلية غير ثابتة و إنما تتناقص مع مرور الزمن بفعل ضياع الطاقة بمفعول جول في المقاومة .

نظام  
لا دور ي



في حالة النظام اللادوري ، يكون هناك فقط انتقال للطاقة من المكثف نحو الوشيعه :  $E_C(t)$  تتناقص باستمرار بدون أن تنعدم  $E_L(t)$  ،  
مع ضياع الطاقة بمفعول جول . الطاقة الكلية تتناقص .



2 ( الدراسة التحليلية في حالة غياب الخمود .  
2-1 ) تغيرات التوتر بين مربطي المكثف .  
لنعتبر دائرة LC مثالية ( بدون مقاومة ) ،  
حيث المكثف مشحون بدنيا .

حسب قانون إضافية التوترات ، في كل لحظة ، لدينا :

$$u_L(t) + u_C(t) = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + u_C(t) = 0 \quad \text{و حسب التوجيه المختار نكتب :}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{نعلم أن :}$$

$$LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C(t) = 0 \quad \text{و منه نحصل على المعادلة التفاضلية التالية :}$$

و التي يمكن أن نكتبها على الشكل :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C(t) = 0$$

و بذلك نستنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة  $q(t)$  :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q(t) = 0$$

## 2 - 2 ( حل المعادلة التفاضلية .

حل المعادلة التفاضلية السابقة له التعبير :

$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

المشتقة الأولى و المشتقة الثانية بالنسبة للزمن :

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \omega_0^2 u_C(t) = -\underbrace{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2}_{\omega_0^2} U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \omega_0^2 \times U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0. \quad \text{و منه}$$

$T_0$  الدور الخاص للتذبذبات :  $u_C(t + T_0) = u_C(t)$  أي كان الزمن  $t$ .

المقدار  $U_m$  هو وسع التذبذبات ، معبر عنه بالفولط (V) أي أن تغيرات  $u_C(t)$  محصورة بين  $-U_m$  و  $+U_m$ .  
 $\varphi$  هي الطور عند أصل التواريخ ، معبر عنه بالراديان (rad). بصفة عامة نختار  $-\pi < \varphi \leq \pi$ . وجود  $\varphi$  في تعبير  $u_C(t)$  يؤدي إلى كون عند  $t=0$  ،  $u_C(t=0) = U_m \cos \varphi$  ، ليس بالضرورة قصوي .

## 2 - 3 ( الثوابت المرتبطة بالدارة .

الدور الخاص  $T_0$  يتعلق بالميزات  $L$  و  $C$  للدارة ، هذه المميزات تظهر في المعادلة التفاضلية .

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{لنبحث عن تعبير } T_0 \text{ باعتماد المعادلة التفاضلية و حلها :}$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \frac{1}{LC} U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية تكتب :}$$

$$-U_m \left(\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{1}{LC}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0 \quad \text{اذن في كل لحظة لدينا :}$$

$U_m$  ثابتة غير منعدمة ، لكي تتحقق هذه العلاقة في كل لحظة ، يجب أن تكون :

$$-\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{1}{LC} = 0$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

بما أن  $T_0 > 0$  يمكن أ، نكتب :

و بذلك فإن حل المعادلة التفاضلية  $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \frac{du_C}{dt} = 0$  دالة جيبيية على الشكل :  $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

حيث :

$U_m$  معبر عنه بالفولط ، وسع التذبذبات

$\varphi$  بالراديان ، الطور عند أصل التواريخ ، حيث  $-\pi < \varphi \leq \pi$

$T_0$  الدور الخاص للتذبذبات حيث  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  مع  $T_0$  بالثانية إذا كانت  $L$  بالهنري (H) و  $C$  بالفرايد (F) .

**2 - 4 ) الثوابت المرتبطة بالشروط البدئية .**

قيم الثوابت  $U_m$  و  $\varphi$  تتعلق بالشروط البدئية على كل من التوتر  $u_C(t)$  و شدة التيار  $i(t)$  .

لنأخذ مثالا بسيطا حيث المكثف مشحون بدئيا تحت التوتر  $E = 6V$  . بدئيا ، في الدارة LC ، شدة التيار منعدمة .

باعتبار  $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

لدينا عند  $t = 0$  :  $u_C(0) = U_m \cos \varphi = E$

و بما أن  $i(0) = -\frac{2\pi}{T_0} U_m \sin \varphi = 0$  و  $i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

فإن  $\sin \varphi = 0$  تشير إلى أن  $\varphi = 0$  أو  $\varphi = \pi$

بما أن  $u_C(t=0) = U_m \cos \varphi = E$  فإن  $U_m = E$  أو  $U_m = -E$

لكن  $U_m$  و  $E$  مقدارين موجبيين ، الحل المناسب هو  $U_m = E$  حيث :  $u_C(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$

**2 - 5 ) تعبير شدة التيار .**

العلاقة  $i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$  تمكن من الحصول على :

$$i(t) = \frac{d}{dt} \left( U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \right) = -\frac{2\pi}{T_0} C U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = -I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

مع  $I_m = \frac{2\pi}{T_0} C U_m$

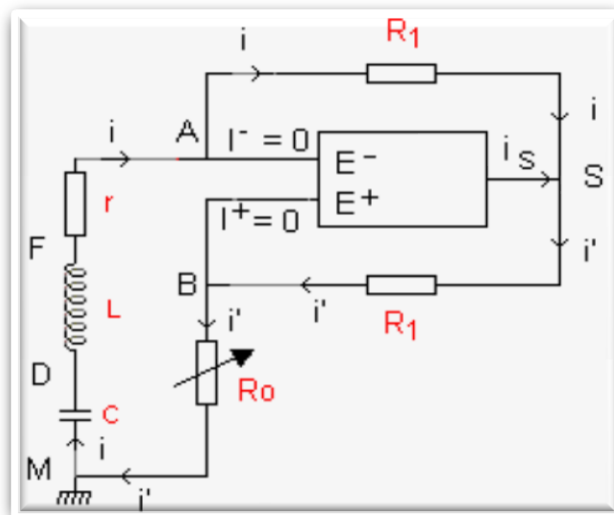
**3 ) صيانة التذبذبات .**

في حالة دارة RLC متوالية ، وسع التذبذبات ينقص تدريجيا بفعل انتقال الطاقة بمفعول جول .

غير أنه يمكن صيانة التذبذبات و الحصول ، بالنسبة للمقادير المتذبذبة ، وسعا ثابتا باستعمال جهازا يمنح باستمرار الطاقة الضائعة نتيجة الانتقال الحراري ز و بذلك فإن الطاقة الكلية للدائرة تبقى ثابتة

التركيب التالي يمكن من صيانة تذبذبات جيبيية في دارة  $C, L, r$  رغم وجود المقاومة  $r$  .

سنبين أن الجزء ABM يمكن من تعويض ما تبدد  $r$  إذا تم اختيار  $R_0 = r$  .



هذا الجهاز للصيانة صمم لكي يحافظ على توتر  $u(t) = R_0 i(t)$  بين مربطي ثنائي القطب RLC. خلا كل ثانية ، يمنح لثنائي القطب طاقة تساوي  $u(t)i(t) = R_0 i^2(t)$  ، التي تعوض مفعول جول بسبب المقاومة  $r = R_0$ .