بسم الله الرحمن الرحيم

الثانية باكالوريا
الفيزياء

ثنائي القطب RL
Le Dipôle RL

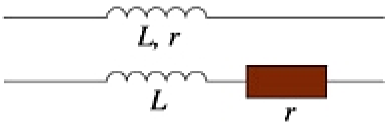
الجزء الثالث :
الكهرباء
الوحدة 2
6 س / 7 س

1- الوشيعة :

1-1- تعريف :

الوشيعة ثنائي قطب يتكون من لفات ، من سلك من النحاس ، غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية ببرنيق عازل للكهرباء .

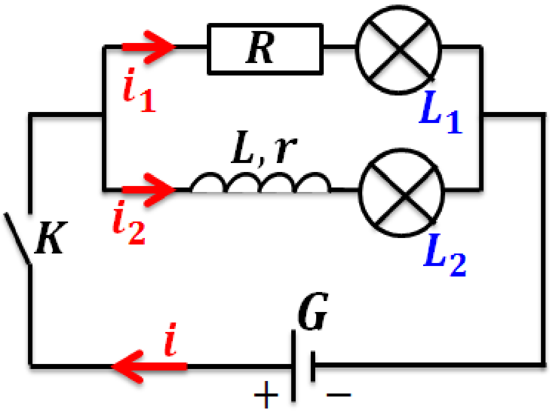
رمز الوشيعة هو :



حيث r المقاومة الداخلية للوشيعة .

L معامل التحريض الذاتي للوشيعة ، وحدته في (ن ، ع) هي الهنري H

1-2- تأثير الوشيعة في دارة كهربائية :



ننجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه ، ثم نغلق قاطع التيار K .

أ- هل يتألق المصباحان L_1 و L_2 مباشرة بعد إغلاق الدارة ؟

لا يتألق المصباحان L_1 و L_2 مباشرة بعد إغلاق الدارة ، بل يتأخر تألق المصباح L_2 عن المصباح L_1 .

ب- كيف تتغير شدة التيار المار في L_1 و L_2 ؟

تتغير i_1 لحظيا بينما تتغير i_2 تدريجيا متأخرة عن i_1 .

ج- ما تأثير الوشيعة عند إقامة التيار الكهربائي ؟

الوشيعة تؤخر إقامة التيار الكهربائي الذي يمر فيها .

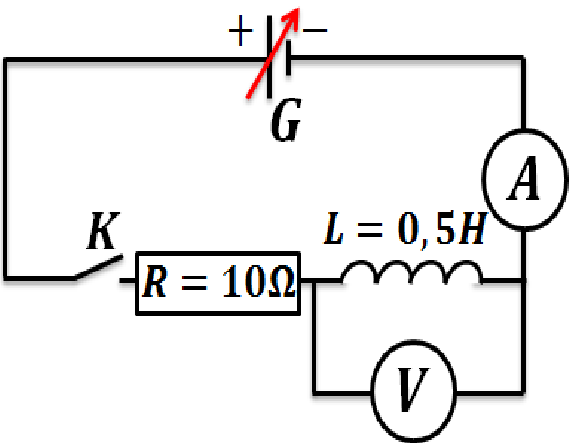
د- ماذا يحدث عند فتح الدارة ؟ ما تأثير الوشيعة عند انعدام التيار الكهربائي ؟

يتأخر انطفاء المصباح L_2 عن المصباح L_1 . الوشيعة تؤخر انعدام التيار الكهربائي الذي يمر فيها .

> تقاوم الوشيعة إقامة أو انقطاع التيار الذي يجتازها ، وتزداد هذه المقاومة عند إدخال نواة من الحديد المطاوع بداخل الوشيعة .

1-3- التوتر بين مربطي وشيعة :

1-3-1- مناولة 1 :

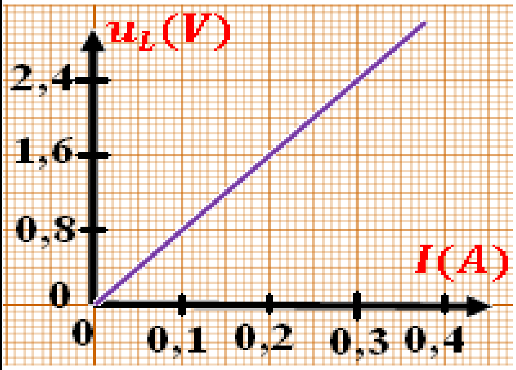


ننجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه و نغلق قاطع التيار K .
نغير قيم التوتر الذي يعطيه المولد ، وفي كل مرة نقيس التوتر u_L بين مربطي الوشيعة وكذلك شدة التيار I المار فيه ، فنحصل على النتائج التالية :

$u_L(V)$	0	0,8	1,6	2,4	3,2
I(A)	0	0,1	0,2	0,3	0,4

أ- مثل المنحنى u_L بدلالة الشدة I .

انظر جانبه



ب- كيف تتصرف الوشيعة في النظام الدائم $(I = cte)$.

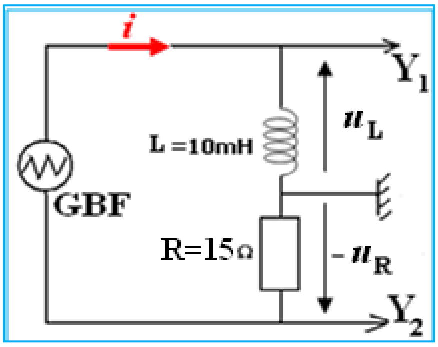
المنحنى عبارة عن دالة خطية تمر من أصل المعلم تكتب على شكل :

$u_L = K.I$ أي $K = \frac{u_L}{I}$ لدينا $[K] = \frac{[u_L]}{[I]} = \frac{V}{A} = \Omega$

إذن K لها بعد المقاومة r وبالتالي $u_L = r.I$

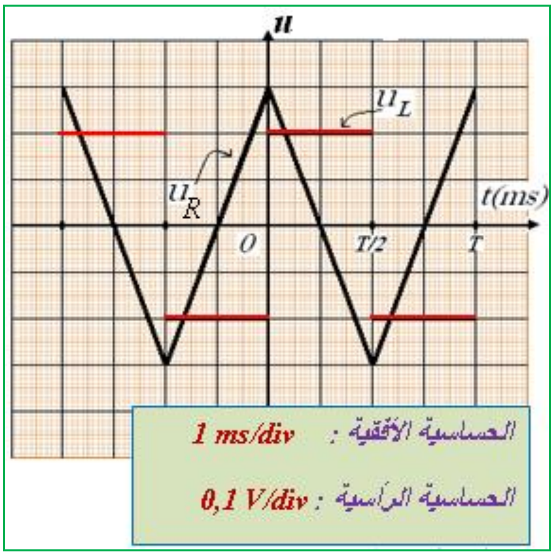
تتصرف الوشيعة في النظام الدائم **كموصل أومي** .

1-3-2- مناولة 2 :



نضبط GBF بحيث يعطي تيارا كهربائيا مثلثيا تردده $f = 250\ Hz$ وتوتره الأقصى $3\ V$.

ننجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل جانبه .



أ- ماذا نعاين عند المدخلين Y_1 و Y_2 ؟

نعاين التوتر u_L في المدخل Y_1 ونعاين التوتر $-u_R$ في المدخل Y_2 .

ب- لماذا يجب أن يكون هيكل GBF غير مرتبط بمأخذ أرضي ؟

سيصبح الموصل الأومي بين هيكلين وبالتالي $u_R = 0$.

ج- لماذا يمكن المدخل Y_2 من معاينة تغيرات المار في الدارة ؟

حسب قانون أوم $u_R = -R.i$ أي $i = -\frac{u_R}{R}$ إذن i

تتناسب اطرادا مع u_R وبالتالي معاينة u_R تمكن من معاينة i .

د- نعتبر نصف دور من التذبذبات .

✎ بين أن شدة التيار تكتب على الشكل التالي :

$$i = a.t + b$$

بالنسبة لنصف دور ، يعتبر منحنى u_R دالة تألفية تكتب على شكل $u_R = a'.t + b'$

ونعلم أن $u_R = -R.i$ إذن $i = -\frac{a'}{R}.t - \frac{b'}{R}$ وبالتالي $i = a.t + b$

✎ حدد قيمة a .

لدينا $\frac{di}{dt} = a = -\frac{a'}{R}$ ونعلم أن $a' = \frac{\Delta u_R}{\Delta t} = \frac{2\Delta u_R}{T}$ إذن $a = -\frac{2\Delta u_R}{R.T} = -\frac{2(-0{,}3-0{,}3)}{15\times 4.10^{-3}}$

إذن $a = 20\ A.s^{-1}$

✎ حدد مبيانيا قيمة التوتر u_L .

مبيانيا نجد $u_L = 0{,}2\ V$

✎ احسب النسبة $\frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$ ، ثم قارنها مع L معامل تحريض الذاتي للوشيعة المستعملة .

لدينا $\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = \frac{0{,}2}{20} = 10\ mH$ نلاحظ أن $L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$

✎ استنتج العلاقة بين u_L و L و $\frac{di}{dt}$.

العلاقة هي $u_L = L.\frac{di}{dt}$

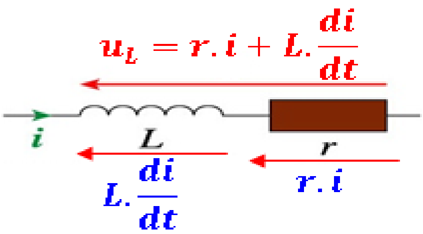
✎ اعط تعبير التوتر u_L بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها الداخلية r .

تعبير التوتر هو $u_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$

1-3-3- خلاصة :

بالنسبة لوشيعة دون نواة من الحديد ، وفي الاصطلاح مستقبل ، يعبر عن التوتر $u_L(t)$ بين مربطي وشيعة بالعلاقة :

$$u_L(t) = r.i + L.\frac{di}{dt}$$



تتصرف الوشيعة في النظام الدائم كموصل أومي .

تقاوم الوشيعة إقامة أو انقطاع التيار الذي يجتازها بسبب الجداء $L.\frac{di}{dt}$.

1-4- استغلال تعبير التوتر بين مربطي وشيعة :

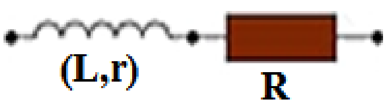
عند إهمال مقاومة الوشيعة ، يصبح التوتر بين مربطيها هو $u_L(t) = L.\frac{di}{dt}$.

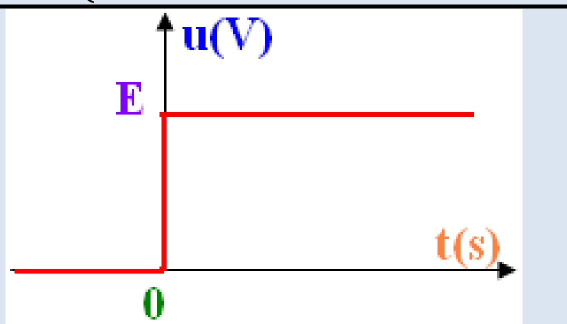
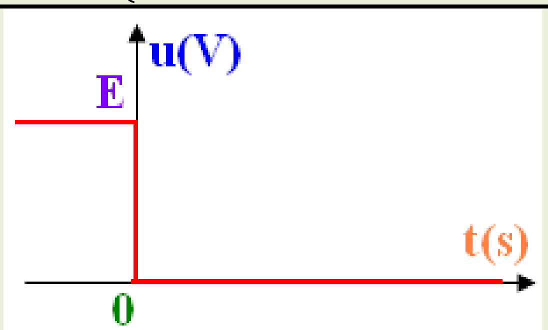
- إذا كانت شدة التيار $i(t)$ تزايدية ، فإن : $u_L(t) > 0$.
- إذا كان تغير شدة التيار سريعا جدا يأخذ الاشتقاق $\frac{di}{dt}$ قيمة كبيرة جدا و $u_L(t)$ أيضا تأخذ قيمة كبيرة ، أي يظهر بين مربطي الوشيعة فرط توتر . تستعمل هذه الظاهرة مثلا لإحداث شرارات بين مربطي شمعة المحرك الذي يشتغل بالبنزين ، وفي إضاءة مصابيح النيون ...

2- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر :

2-1- تعاريف :

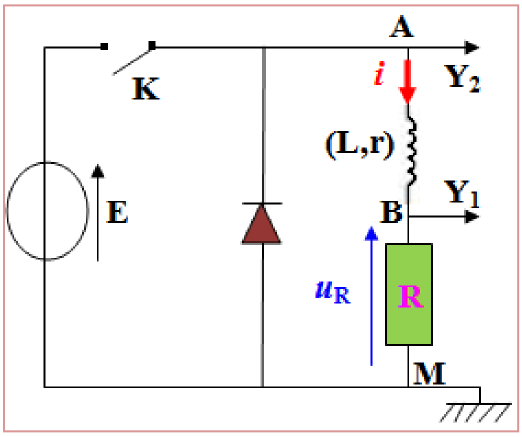
ثنائي القطب RL هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R و وشيعة معامل تحريضها الذاتي L و مقاومتها الداخلية r .

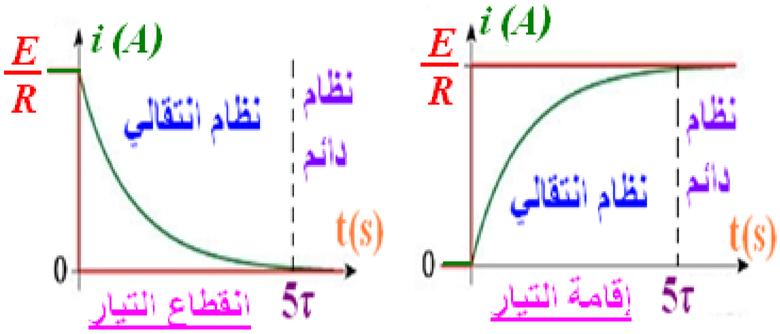


رتبة توتر هي إشارة كهربائية u و نميز بين :	
رتبة التوتر الصاعدة وتعرف كالتالي :	رتبة التوتر النازلة وتعرف كالتالي :
بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = E$ بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = 0$	بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = 0$ بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = E$
	

2-2- الدراسة التجريبية لاستجابة ثنائي القطب RL :

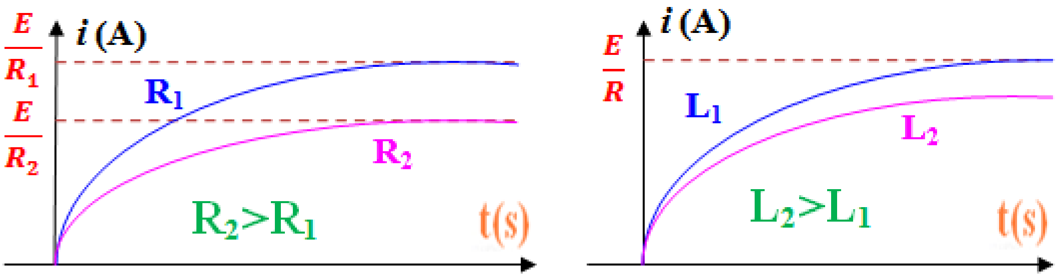
بإنجاز التركيب التجريبي التالي وعند معاينة التوتر u_R بين مربطي الموصل الأومي ، نحصل على المنحنيات التالية :





نلاحظ :

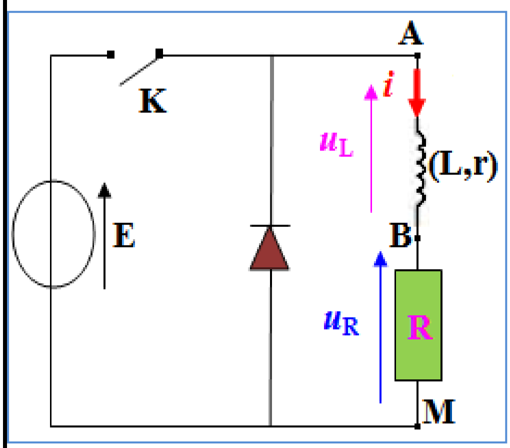
- التوتر u_R بين مربطي الموصل الأومي هو صورة لشدة التيار المار في الدارة لأن $i = \frac{u_R}{R}$.
- شدة التيار المار في الوشيعة **متصلة** .
- نميز بين نظامين :
  - **النظام الانتقالي** : **تتزايد أو تتناقص** خلاله شدة التيار أسيا ونحصل عليه عندما تكون $t < 5\,\tau$.
  - **النظام الدائم** : نحصل عليه عندما تكون $t > 5\,\tau$ وتبقى خلاله شدة التيار **ثابتة** وقيمتها تساوي $\frac{E}{R}$ عند إقامة التيار و منعدمة عند انقطاع التيار .
- **تتزايد مدة إقامة أو انقطاع** التيار كلما **زادت قيمة** L **أو نقصت قيمة** R . (انظر الشكل التالي)



3-2- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة صاعدة للتوتر : إقامة التيار

2-3-1- المعادلة التفاضلية :

نعتبر الدارة RL الممثلة أسفله . عند غلق قاطع التيار K في اللحظة $t = 0$ ، يأخذ التوتر u_{AM} بين مربطي الدارة القيمة E (رتبة صاعدة للتوتر) .



لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_L = E$

وحسب قانون أوم : $u_R = R.i$ ولدينا $u_L(t) = r.i + L.\frac{di}{dt}$

وبالتالي $Ri + r.i + L.\frac{di}{dt} = E$

نضع $R_t = R + r$ إذن $\frac{di}{dt} + R_t.i = E$.

المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار هي $\frac{di}{dt} + \frac{R_t}{L}.i = \frac{E}{L}$

2-3-2- حل المعادلة التفاضلية :

نقبل أن حل المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt}+\frac{R_t}{L}.i=\frac{E}{L}$ يكتب على الشكل التالي : $i(t)=Ae^{-\alpha t}+B$

مع A و B و α ثوابت .

لدينا $i(t)=Ae^{-\alpha t}+B$ وبالتالي $\frac{di}{dt}=-\alpha.A.e^{-\alpha t}$ ونعوضها في المعادلة التفاضلية فنجد :

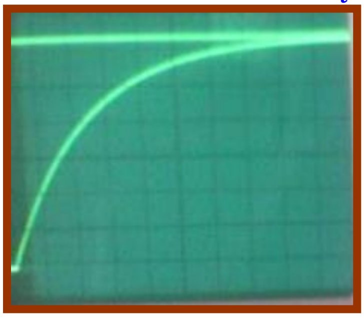
$-L.\alpha.A.e^{-\alpha t}+R_t.Ae^{-\alpha t}+R_t.B=E$ إذن $(R_t-L.\alpha).A.e^{-\alpha t}=E-R_t.B$

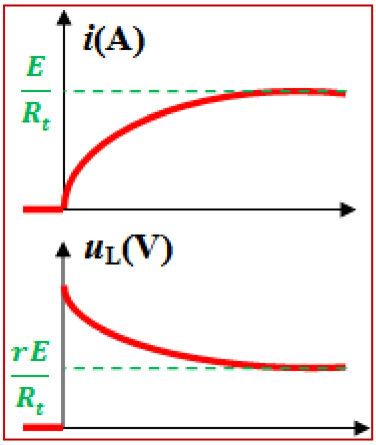
علما أن $A\neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t يجب أن يكون :

$$\begin{cases}R_t-L.\alpha=0\\ E-R_t.B=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=\frac{R_t}{L}\\ B=\frac{E}{R_t}\end{cases}$$ وبالتالي $$i(t)=Ae^{-\frac{R_t}{L}t}+\frac{E}{R_t}$$

بما أن شدة التيار $i(t)$ **دالة متصلة** و حسب الشروط البدئية فإن $i(t_0)=0$

إذن $i(t_0)=A+\frac{E}{R_t}=0$ أي $A=-\frac{E}{R_t}$ وبالتالي : $i(t)=-\frac{E}{R_t}e^{-\frac{R_t}{L}t}+\frac{E}{R_t}$





نضع $\tau=\frac{L}{R_t}$

تعبير شدة التيار المار في RL هو $i(t)=\frac{E}{R_t}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

بما أن $u_L(t)=r.i+L.\frac{di}{dt}$ **فإن تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة**

u_L **هو** $u_L(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{rE}{R_t}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

نلاحظ أن التوتر $u_L(t)$ **غير متصل عند اللحظة** $t=0$.

عندما تكون r مهملة أمام R ، يصبح تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة

هو $u_L(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

2-3-3- ثابتة الزمن τ :

لدينا بالنسبة لوشيعة مقاومتها الداخلية مهملة : $u_L(t)=L.\frac{di}{dt}$ و $\tau=\frac{L}{R}$

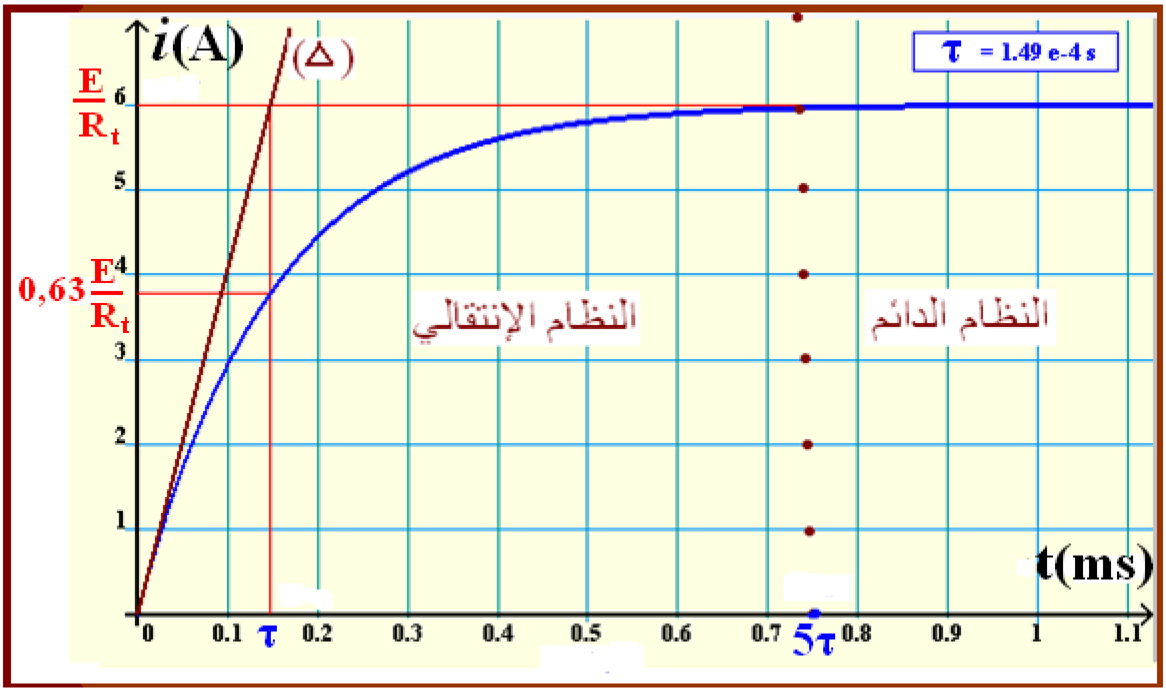
إذن $[u_L]=\frac{[L].[I]}{[t]}$ وبالتالي $[L]=\frac{[U].[t]}{[I]}$ و نعلم أن $[R]=\frac{[U]}{[I]}$

إذن $[\tau]=\left[\frac{L}{R}\right]=\frac{[U].[t]}{[I]}\times\frac{[I]}{[U]}=[t]$ إذن $[\tau]=[t]$ أي أن لـ τ **بُعد الزمن** .

نسمي المقدار $\tau=\frac{L}{R_t}$ ثابتة الزمن لثنائي القطب RL ، لأن لها بُعد الزمن ، وحدتها في (ن ، ع) هي الثانية s .

يمكن تحديد قيمة τ :

- بمعرفة L و R_t فنحسب $\tau=\frac{L}{R_t}$.
- لدينا $i(\tau)=\frac{E}{R_t}(1-e^{-1})=0,63\ \frac{E}{R_t}$ إذن τ هو **الأفصول الذي يوافق الأرتوب** $0,63\ \frac{E}{R_t}$.
- τ هي **أفصول نقطة تقاطع المماس** للمنحنى $i=f(t)$ عند اللحظة $t=0$ والمقارب $i=\frac{E}{R_t}$.



2-4- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة نازلة للتوتر : انقطاع التيار

2-4-1- المعادلة التفاضلية :

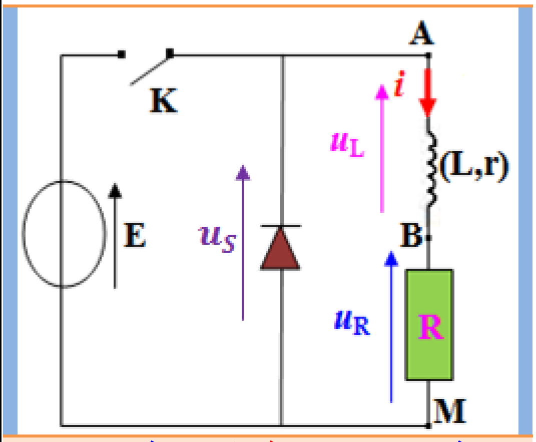
عند فتح الدارة يتغير التوتر بين مربطي ثنائي القطب RL من القيمة E إلى القيمة 0 .

نعتبر الصمام ذي وصلة مؤمثلا ($u_S = 0$) و حسب قانون إضافية التوترات $u_R + u_L = u_S = 0$

ومنه فإن $Ri+.i + L.\frac{di}{dt} = 0$

يعني $L.\frac{di}{dt} + R_t.i = 0$ مع $R_t = R + r$

المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i عند انقطاع التيار هي $\tau.\frac{di}{dt} + i = 0$ مع $\tau = \frac{L}{R_t}$ ثابتة الزمن .



عند فتح الدارة ينتج فرط توتر في الدارة ، وتظهر معه شرارة كهربائية على مستوى قاطع التيار لتبقى شدة التيار متصلة ، وقد يؤدي إلى إتلاف بعض أجزاء الدارة . ولتفادي ذلك ، نضيف للدارة صماما ذي وصلة نسميه في هذا التركيب "صمام العجلة الحرة ".

2-4-2- حل المعادلة التفاضلية :

نقبل أن حل المعادلة التفاضلية $\tau.\frac{di}{dt} + i = 0$ يكتب على الشكل التالي : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ مع A و B و α ثوابت .

لدينا $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ وبالتالي $\frac{di}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$

ونعوضها في المعادلة التفاضلية فنجد :

$$-\tau.\alpha.A.e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = 0$$

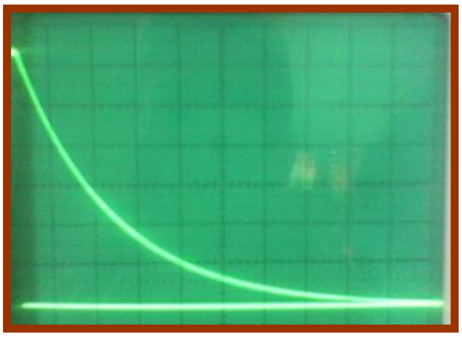
إذن $$(1 - \tau.\alpha).A.e^{-\alpha t} = -B$$

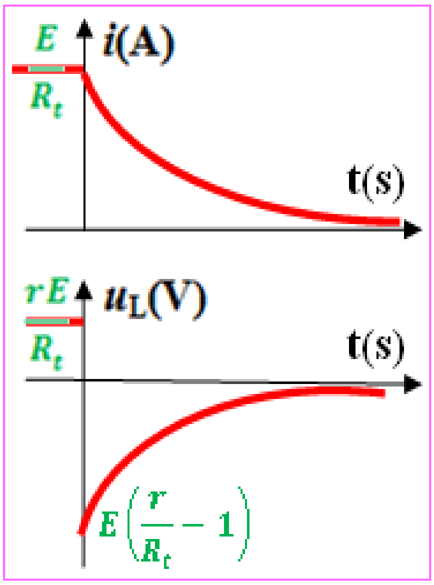
علما أن $A \neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t يجب أن يكون :

$$\begin{cases} 1 - \tau.\alpha = 0 \\ B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{\tau} \\ B = 0 \end{cases}$$ وبالتالي $$i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

بما أن شدة التيار $i(t)$ **دالة متصلة** و حسب الشروط البدئية فإن $i(t_0) = \frac{E}{R_t}$ إذن $i(t_0) = A = \frac{E}{R_t}$

أي $A = \frac{E}{R_t}$ وبالتالي : $i(t) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{t}{\tau}}$





تعبير شدة التيار i عند انقطاع التيار هي $i(t) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن $u_L(t) = r.i + L.\frac{di}{dt}$ فإن تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة u_L هو $u_L(t) = E.\left(\frac{r}{R_t} - 1\right).e^{-\frac{t}{\tau}}$

نلاحظ أن التوتر $u_L(t)$ غير متصل عند اللحظة $t = 0$.

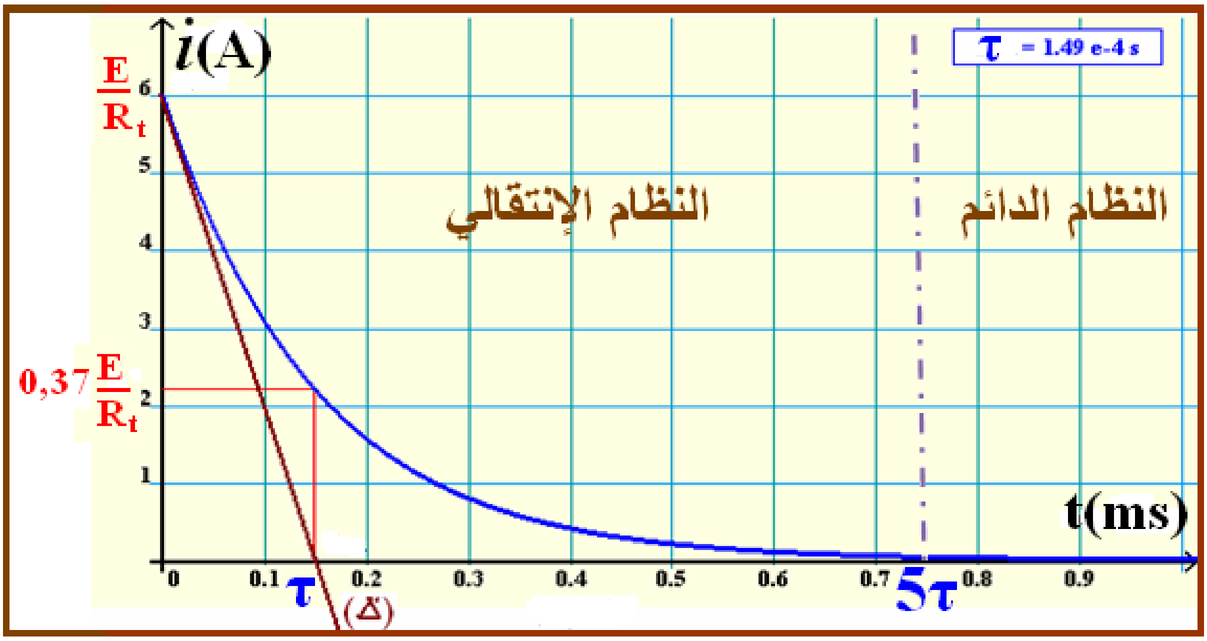
يتزايد التوتر أسيا من القيمة $E.\left(\frac{r}{R_t} - 1\right)$ إلى أن ينعدم .

2-4-3- ثابتة الزمن τ :

نسمي المقدار $\tau = \frac{L}{R_t}$ ثابتة الزمن لثنائي القطب RL ، لأن لها بُعد الزمن ، وحدتها في (ن ، ع) هي الثانية s .

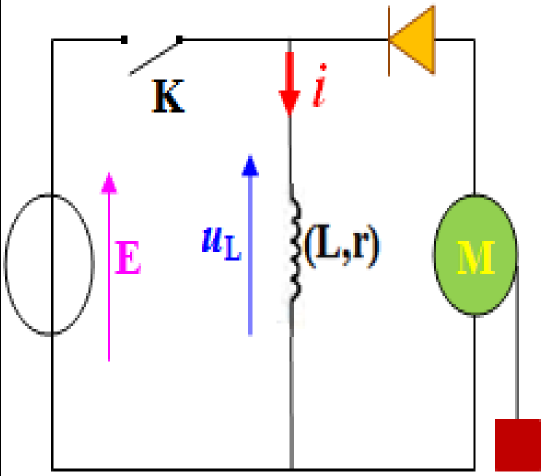
يمكن تحديد قيمة τ :

- بمعرفة L و R_t فنحسب $\tau = \frac{L}{R_t}$.
- لدينا $i(\tau) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{\tau}{\tau}} = \frac{E}{R_t} e^{-1} = 0,37\frac{E}{R_t}$ حيث τ هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,37\frac{E}{R_t}$.
- τ هي أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى $i = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ ومحور الأفاصيل.



4- الطاقة المخزونة في الوشيعة :

1-4- الإبراز التجريبي :



نعتبر التركيب المستعمل جانبه .

- عند غلق قاطع التيار ، **يمر تيار كهربائي في الوشيعة ويمنع الصمام المستقطب في المنحى المعاكس مرور التيار في المحرك .**
- عند فتح قاطع التيار ، **يمر تيار في المحرك فيدور** . لقد زودت الوشيعة المحرك بالطاقة المغنطيسية التي خزنتها .
- **تزداد الطاقة المخزونة** في الوشيعة عند زيادة شدة التيار المار فيها أو عند زيادة معامل تحريضها .

2-4- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف :

القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف الوشيعة عندما يكون قاطع التيار مغلقا هي :

$$\mathcal{P} = u_L . i = r . i^2 + i . L . \frac{di}{dt} = r . i^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} L . i^2\right) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_m$$

مع $\mathcal{P}_{th} = r . i^2$ القدرة الحرارية المبددة بمفعول جول

و $\mathcal{P}_m = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} L . i^2\right)$ القدرة المغنطيسية المخزونة في الوشيعة

ونعلم أن $\mathcal{P}_m = \frac{dE_m}{d}$ إذن $E_m = \frac{1}{2} L . i^2 + K$ مع K ثابتة

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $i(0) = 0$ و $E_m = 0$ إذن $K = 0$ وبالتالي $E_m = \frac{1}{2} L . i^2$

إن تخزين الطاقة و تفريغها في وشيعة لا يتم بشكل أني ، وبالتالي تكون شدة التيار المار في وشيعة متصلة $i = \sqrt{\frac{2 E_m}{L}}$.