

ثنائي القطب RC

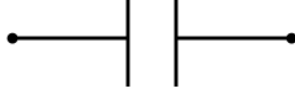
Dipole RC

1

I – المكثف : condensateur

1 – تعريف :

يتكون المكثف من موصلين يسميان لبوسين يفصل بينهما عازل استقطابي :



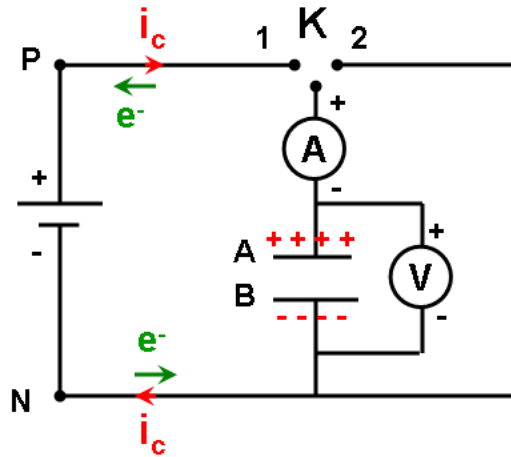
❖ **دور المكثف :** يمكن من تخزين كمية من الكهرباء و إرجاعها عند الحاجة .

❖ **الرمز الاصطلاحي للمكثف :**

1 – شحنة المكثف :

أ – شحنة المكثف :

ننجز التركيب الكهربائي التالي :



نضع قاطع التيار في الموضع (1) فنلاحظ :

- يشير الأمبير متر خلال وقت و جيز إلى مرور تيار كهربائي

- يشير الفولطتر بسرعة إلى توتر يساوي القوة الكهربائية محرقة للمولد G , و يبقى هذا التوتر ثابتا : نقول أن المكثف مشحون.

❖ **تعليق :**

- يفسر مرور التيار الكهربائي في الدارة بتراكم الإلكترونات على اللبوس B فتظهر شحنة سالبة و بالتأثير (الكهرساكن) تظهر شحنة موجبة على اللبوس A , حيث يفقد اللبوس A نفس الشحنة التي تكسبها اللبوس B و تتجه هذه الإلكترونات من A إلى القطب الموجب للمولد.

- يفسر ظهور التوتر بين مربطي المكثف بوجود فرق الجهد بين لبوسيه حيث يشحان بشحنتين متقابلتين حيث $q = q_A = -q_B$

و عندما يصبح المكثف مشحون فإن : $U_{AB} = U_{PN} = E$: القوة الكهربائية

تسمى شحنة المكثف الكمية الكهربائية الكمية q التي يتوفر عليها أحد لبوسيه لتكن q_A شحنة اللبوس A ($q_A > 0$) q_B شحنة اللبوس B ($q_B > 0$) في هذه الحالة $q = q_A = q_B$.

نسمي شحنة المكثف الكمية الكهربائية q التي يتوفر عليها أحد لبوسيه لتكن q_A شحنة اللبوس A ($q_A > 0$) q_B شحنة اللبوس B ($q_B < 0$) في هذه الحالة $q = q_A = -q_B$.

$q = q_A = -q_B$ في هذه الحالة

ب – تفريغ المكثف :

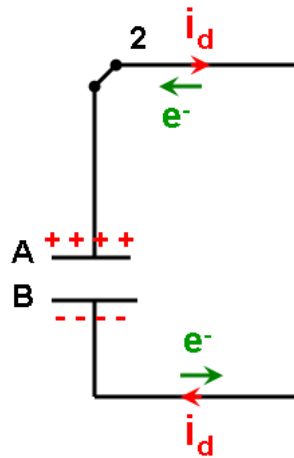
الأستاذ : خالد المكاوي

الفيزياء و الكيمياء 2 bac

سوق أربعاء الغرب

بعد شحن المكثف نضع قاطع التيار في الموضع (2) فنلاحظ أن :

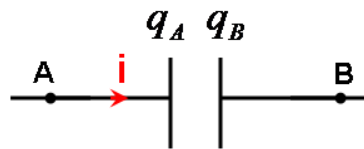
- يشير الأمبير متر إلى مرور وجيز للتيار الكهربائي في المنحى المعاكس.
- والفولطمتر يشير إلى انعدام سريع للتوتر.



- بعد غلق قاطع التيار فإن الالكترونات المتراكمة على اللبوس B تعود إلى اللبوس A .
- تيار التفريغ الذي يظهر في الدارة له عكس منحى تيار الشحن.
- وعندما ينتهي التفريغ فإن $i_d = 0$ و $U_{AB} = 0$ و اللبوس A و B يصبحان محايدين كهربائيا.

3 – العلاقة بين الشحنة و شدة التيار الكهربائي :

نختار منحى موجبا و لشدة التيار حيث يدخل من اللبوس A :



- شدة التيار الكهربائي هي سبب الشحن الكهربائية و هي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن .

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

كولوم (C) →

← أمبير (A)

الثانية (s) →

❖ تجبير :

- عندما يمر التيار في المنحى الموجب تزداد شحنة اللبوس A أي $\frac{dq(t)}{dt} > 0$ أي $i > 0$.

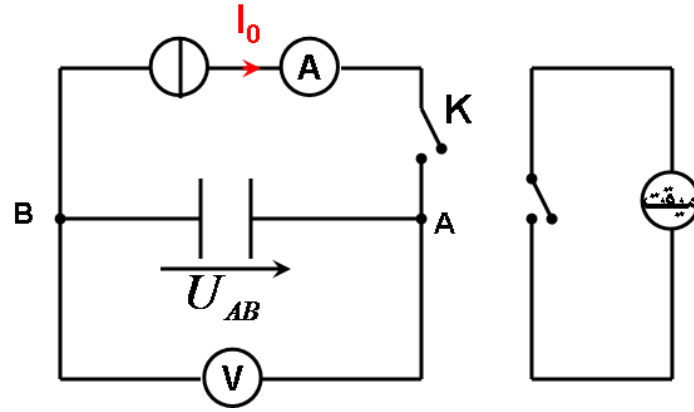
- عندما يمر التيار في المنحى المعاكس للمنجى الموجب تتناقص شحنة اللبوس A أي $\frac{dq(t)}{dt} < 0$ أي $i < 0$.

❖ ملحوظة :

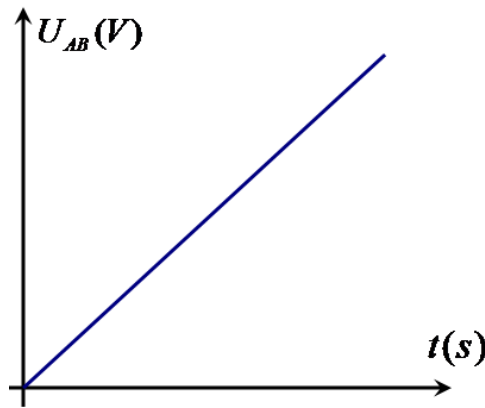
$$I = \frac{q}{t} \quad (I = cte)$$

4 – العلاقة بين الشحنة و التوتر : سعة مكثف

ننجز التركيب الممثل أسفله :



عند غلق قاطع التيار K يزود المولد الدارة بتيار شدته I_0 ثابتة وفي نفس الوقت ينطلق الميقت و يبدأ بحساب المدة الزمنية اللازمة لظهور التوتر u_{AB} , نقيس هذا الأخير بالنسبة لكل مدة زمنية t و ندون النتائج التالية و نخط $u_{AB} = f(t)$.



نلاحظ أن المنحنى عبارة عن دالة خطية تمر أصل و بالتالي فإن : $u_{AB} = k.t$

و بما أن شدة التيار الكهربائي I_0 ثابتة فإن : $q = I_0.t$

$$\frac{q}{u_{AB}} = \frac{I_0}{k} = C$$

نلاحظ أن الشحنة q تتناسب مع التوتر U_{AB} و يسمى معامل التناسب C سعة المكثف و وحدته في النظام (SI) هي الفارادي F :

$$q(t) = C.u_{AB}(t)$$

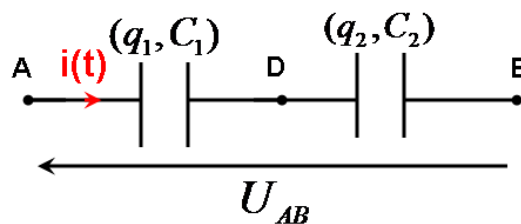
(C) ← (V) → (F)

II – تجميع المكثفات :

1 – التجميع على التوالي :

نركب على التوالي مكثفين سعتهما بالتتابع C_1 و C_2 فيمر فيهما نفس شدة التيار الكهربائي و يشحنان بشحنتين متساويتين :

$$q = q_1 = q_2$$



الأستاذ : خالد المكاوي
حسب قانون إضافية التوترات :

الفيزياء و الكيمياء 2 bac

$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$$

ولدينا : $U_{AD} = \frac{q_1}{C_1}$ و $U_{DB} = \frac{q_2}{C_2}$

مع $q_1 = q_2 = q$ $U_{AB} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$

$$U_{AB} = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

ومنه $\frac{1}{C} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$ مع $U_{AB} = \frac{q}{C}$

❖ تعميم :

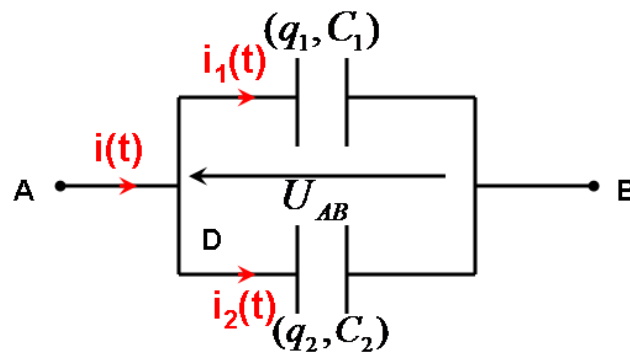
سعة المكثف المكافئ لتجميع عدة مكثفات على التوالي تحقق العلاقة : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i}$

❖ فائدة التركيب على التوالي :

يمكن هذا التركيب من الحصول على سعة قيمتها أصغر , مع تطبيق توتر عال قد لا يتحمله مكثف إذا استعمل لوحده.

2 - التجميع على التوازي :

نركب على التوازي مكثفين سعتهما C_1 و C_2 فيكون نفس التوتر U_{AB} مطبق بين مربطيهما :



حسب قانون العقد فإن :

$$i = i_1 + i_2$$

$$\frac{q}{t} = \frac{q_1}{t} + \frac{q_2}{t}$$

$$q = q_1 + q_2$$

مع $q_1 = C_1 \cdot U_{AB}$ و $q_2 = C_2 \cdot U_{AB}$

$$q = C_1 \cdot U_{AB} + C_2 \cdot U_{AB}$$

$$q = (C_1 + C_2) U_{AB}$$

مع ومنه $C = C_1 + C_2$ $q = C \cdot U_{AB}$

❖ تعميم :

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^{i=n} C_i$$

سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات على التوازي تحقق العلاقة :

❖ فائدة التركيب على التوازي :

يستعمل هذا التركيب من لتكبير السعة و يُمكن بتطبيق توتر ضعيف من الحصول على شحنة كهربائية كبيرة قد لا يوفرها كل مكثف على حدة.

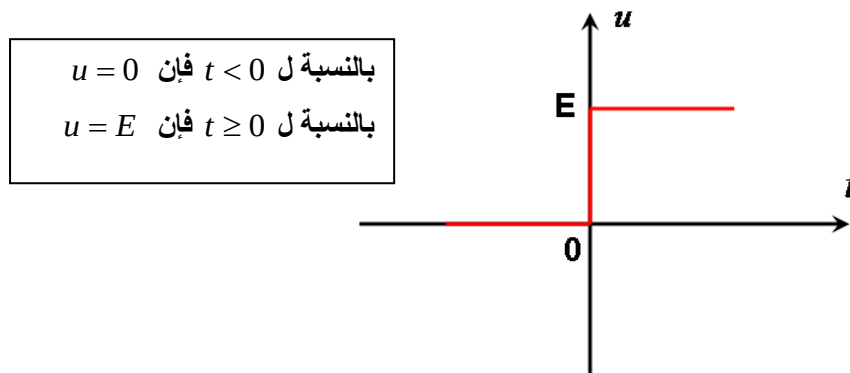
❖ تطبيق :

III – استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر :

1 – استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر :

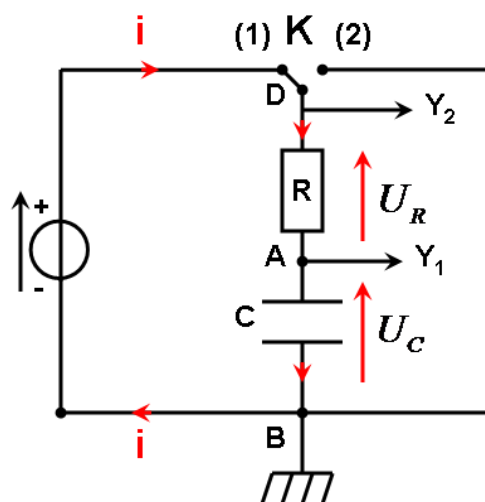
✓ ثنائي القطب RC : يتكون ثنائي القطب RC من مكثف سعته C و موصل أومي مقاومته R مركبين على التوالي.

❖ رتبة صاعدة للتوتر :



أ – المعادلة التفاضلية :

ننجز التركيب الكهربائي التالي :



- قبل غلق الدارة يكون المكثف غير مشحون .

- نغلق الدارة في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ $t = 0$, $u(t = 0) = 0$

حسب قانون إضافية التوترات $E = u_R + u_C$

و لدينا حسب قانون أوم : $u_R(t) = R.i(t)$

الأستاذ : خالد المكاوي

الفيزياء و الكيمياء 2 bac

سوق أربعاء الغرب

$$\text{مع } q(t) = C.u_C(t) \text{ و } i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \text{ و منه } i(t) = C.\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_R = R.C \frac{dq(t)}{dt} \quad \text{وبالتالي :}$$

$$E = R.C \frac{dq(t)}{dt} + u_C(t)$$

$$\text{المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف :} \quad \tau = R.C \text{ مع } \tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\text{المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :} \quad \tau.\frac{dq}{dt} + q = C.E$$

ب – حل امعادلة التفاضلية :

$$\text{يكتب حل المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى كالتالي : } u_C(t) = A.e^{-\alpha.t} + B$$

مع A و B و α ثوابت يتم تحديدها :

$$\text{اشتقاق حل المعادلة :} \quad \frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha.e^{-\alpha.t}$$

$$\text{نعوض في المعادلة :} \quad -\tau.\alpha.Ae^{-\alpha.t} + Ae^{-\alpha.t} + B = E$$

$$Ae^{-\alpha.t}(1 - \tau.\alpha) = E - B$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما تكن t يجب أن يكون المعامل $e^{-\alpha.t}$ منعدم و $A \neq 0$

$$1 - \tau.\alpha = 0 \text{ و } E - B = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \text{ و } E = B$$

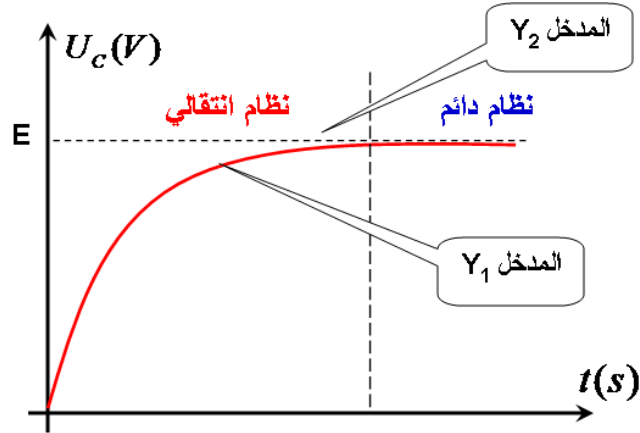
$$u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E \quad \text{و بالتالي :}$$

$$u_C(t=0) = A + E = 0 \quad \text{نحدد A بالاعتماد على الشروط البدئية :}$$

$$A = -E \quad \text{ومنه فإن :}$$

$$u_C(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}} + E \quad \text{وبالتالي :}$$

$$\text{تعبير التوتر } u_C(t) : \quad u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$



$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\begin{cases} u_C(t=0) = 0 \\ u_C(t \rightarrow \infty) = E \end{cases}$$

يبرز منحنى تغيرات $u_C(t)$ وجود نظامين :

- **نظام انتقالي** : تتغير خلال $u_C(t)$ مع الزمن.

- **نظام دائم** : تأخذ خلاله $u_C(t)$ قيمة ثابتة E .

ج - ثابتة الزمن $\tau = R.C$:

تحليل بعد ثابتة الزمن τ :

$$[R] = \frac{[U]}{I}$$

$$u = R.i$$

$$[C] = \frac{[I][t]}{[U]}$$

$$i = \frac{q}{t} = \frac{C.U}{t}$$

$$[\tau] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]} \cdot \frac{[I][t]}{[U]}$$

$$[\tau] = [t]$$

إذن المقدار τ له بعد زمني

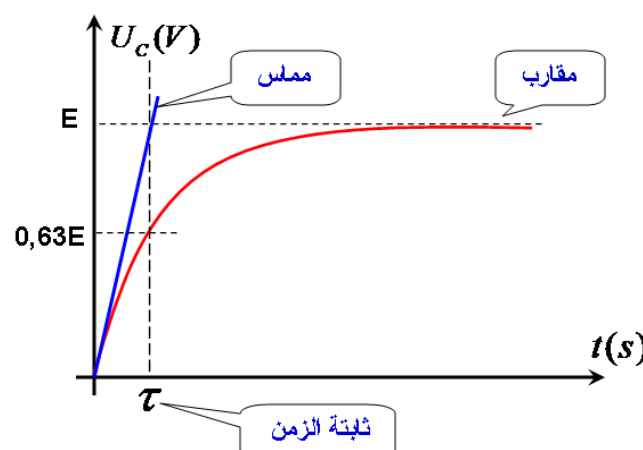
❖ **طريقة تحديد ثابتة الزمن τ :**

يمكن تحديد ثابتة الزمن بأحد الطرق التالية :

- بالحساب بالاعتماد على العلاقة التالية $\tau = R.C$

- τ هي أفصول تقاطع مماس المنحنى $u_C = f(t)$ و المقارب $u_C = E$ عند اللحظة $t = 0$.

- τ هي الأفصول الذي يوافق الأرتوب $u_C(t = \tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$



د - تعبير شدة التيار المار في الدارة R.C :

لدينا : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt}$

بما أن : $\tau = R.C$ و $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$

$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = C.E \left(0 - \left(-\frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right)$

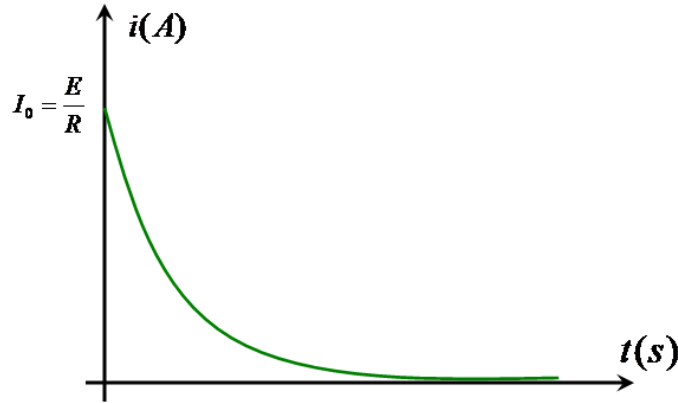
$i(t) = \frac{C.E}{R.C} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\Leftrightarrow$

$i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

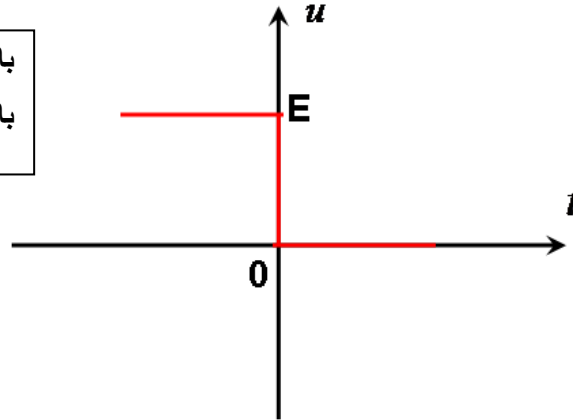
مع $I_0 = \frac{E}{R}$



1 - استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة للتوتر :

❖ رتبة صاعدة للتوتر :

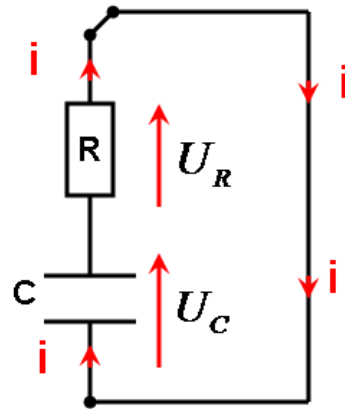
بالنسبة ل $t < 0$ فإن $u = E$
بالنسبة ل $t \geq 0$ فإن $u = 0$



أ - المعادلة التفاضلية :

نؤرجح قاطع في الموضع (2) عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ في هذه الحالة يكون المكثف مشحونا بدنيا $u_C(t=0) = E$:

(2)



حسب قانون إضافية التوترات : $u_C + u_R = u = 0$

و حسب قانون أوم : لدينا $u_R = R.i(t)$ و $i(t) = \frac{dq(t)}{dq} = C \frac{du_C}{dt}$

ومهن : $u_C + R.C \frac{du_C}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي بين مربطي المكثف : $\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ مع $\tau = R.C$

ب - حل المعادلة التفاضلية :

يكتب حل المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى كالتالي : $u_C(t) = A.e^{-\alpha.t} + B$

مع A و B و α ثوابت يتم تحديدها :

اشتقاق حل المعادلة : $\frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha.e^{-\alpha.t}$

نعوض في المعادلة : $-\tau.\alpha.e^{-\alpha.t} + A.e^{-\alpha.t} + B = 0$

$$A.e^{-\alpha.t}(1 - \tau.\alpha) = E - B$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما تكن t يجب أن يكون المعامل $e^{-\alpha.t}$ منعدم و $A \neq 0$

$$1 - \tau.\alpha = 0 \text{ و } B = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \text{ و } B = 0$$

و بالتالي : $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

نحدد A بالاعتماد على الشروط البدئية :

$$u_C(t=0) = E = A.e^0 = A$$

ومنه فإن : $A = E$

تعبير التوتر $u_C(t)$: $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ مع $\tau = R.C$

❖ طريقة تحديد ثابتة الزمن τ :

- بالحساب بالاعتماد على العلاقة التالية $\tau = R.C$

- τ هي أفصول تقاطع المماس للمنحنى $u_C = f(t)$ مع مرور الأفصول عند اللحظة $t = 0$.

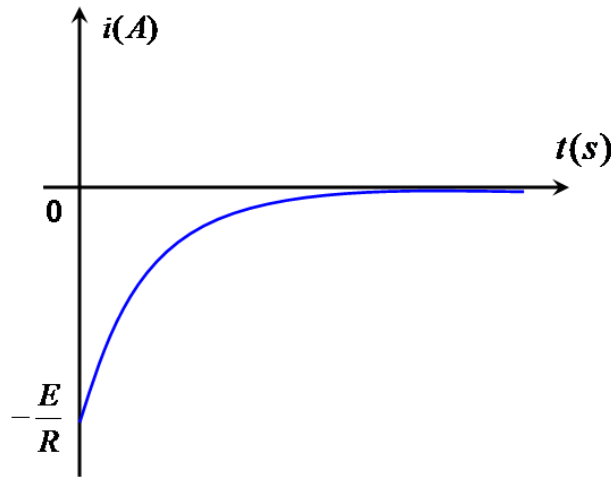
- τ هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب $u_C(t) = 0,37E$

ج - تعبير شدة تيار التفريغ :

لدينا : $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{C.E}{\tau} . e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{C.E}{R.C} . e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = -\frac{E}{R} . e^{-\frac{t}{\tau}}$$



❖ ملحوظة :

كلما كانت τ صغيرة كلما كان تفريغ المكثف أسرع و العكس صحيح.

IV - الطاقة المخزونة في المكثف :

لدينا القدرة الكهربائية : $P = u_C . i$

و لدينا : $i = C . \frac{du_C}{dt}$

$$P = C . u_C . \frac{du_C}{dt}$$

$$P = \frac{d}{dt} \left(\frac{C}{2} . u_C^2 \right)$$

و نعلم أن القدرة هي مشتقة الطاقة E_e التي يكتسبها بالنسبة للزمن t : $P = \frac{dE_e}{dt}$

$$E_e = \frac{1}{2} C . u_C^2 + cte$$

ومنه فإن :

باعتبار $E_e(u_C = 0) = 0$ ندما يكون المكثف غير مشحون عنده $u_C(t = 0) = 0$ فإن : $cte = 0$

الأستاذ : خالد المكاوي

الفيزياء و الكيمياء 2 bac

سوق أربعاء الغرب

عندما تتناسب الطاقة المخزنة في مكثف سعته مع مربع التوتر u_c بين مربطيه :

$$(J) \leftarrow E_e = \frac{1}{2} C u_c^2 \rightarrow (V)$$

↓
(F)

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \cdot u_c$$