

تصحيح الامتحان الوطني في الفيزياء والكيمياء " الدورة العادية 2020 "

شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

التمرين 1 : الكيمياء (5, 6 نقط)

الجزء الأول : معايرة حمض اللاكتيك في حليب

1- تحضير محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم

1-1- إثبات تعبير pH :

حسب الجداء الأيوني للماء : $K_e = [H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot [HO^-]_{\text{éq}} \Rightarrow [H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{K_e}{[HO^-]_{\text{éq}}}$

نعلم ان : $pH = -\log[H_3O^+]_{\text{éq}}$ وبالتالي : $pH = -\log\left(\frac{K_e}{[HO^-]_{\text{éq}}}\right)$

بما ان هيدروكسيد الصوديوم يتفكك كليا في الماء : $[HO^-]_{\text{éq}} = C_B$

$$pH = -\log\left(\frac{K_e}{C_B}\right) \Rightarrow pH = \log\left(\frac{C_B}{K_e}\right) \Rightarrow pH = \log C_B - \log K_e \quad (1)$$

1-2- التحقق من قيمة C_B :

حسب العلاقة (1) : $pH = \log\left(\frac{C_B}{K_e}\right) \Rightarrow \frac{C_B}{K_e} = 10^{pH} \Rightarrow C_B = K_e \cdot 10^{pH}$

ت.ع : $C_B = 10^{-14} \cdot 10^{12,70} \Rightarrow C_B = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

2- مراقبة جودة حليب البقرة

2-1- معادلة تفاعل المعايرة :



2-2- إثبات علاقة C_B :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول			
الحالة البدئية	0	$C_A \cdot V_A$	$C_B \cdot V_{BE}$	0	وفير
الحالة المرحلية	x	$C_A \cdot V_A - x$	$C_B \cdot V_{BE} - x$	x	وفير
حالة التكافؤ	x_E	$C_A \cdot V_A - x_E$	$C_B \cdot V_{BE} - x_E$	x_E	وفير

عند التكافؤ المتفاعلات HA و HO^- محدان :

$$\begin{cases} C_A \cdot V_A - x_E = 0 \\ C_B \cdot V_{BE} - x_E = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_A \cdot V_A = x_E \\ C_B \cdot V_{BE} = x_E \end{cases} \Rightarrow C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$$

$$C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

3-2- إثبات العلاقة : $V_B \cdot 10^{-pH} = K_A \cdot (V_{BE} - V_B)$

$$K_A = \frac{[A^-]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[HA]_{\text{éq}}} = 10^{-pH} \cdot \frac{[A^-]_{\text{éq}}}{[HA]_{\text{éq}}}$$

نعلم أن :

في المجال $0 < V_B < V_{BE}$ قبل التكافؤ المتفاعل المحد هو HO^- ومنه فإن : $x_{\max} = C_B \cdot V_B$

$$[A^-]_{\text{éq}} = \frac{x_{\max}}{V_A + V_B} = \frac{C_B \cdot V_B}{V_A + V_B} ; [HA]_{\text{éq}} = \frac{C_A \cdot V_A - x_{\max}}{V_A + V_B} = \frac{C_B \cdot V_{BE} - C_B \cdot V_B}{V_A + V_B}$$

$$K_A = 10^{-pH} \cdot \frac{\frac{C_B \cdot V_B}{V_A + V_B}}{\frac{C_B \cdot V_{BE} - C_B \cdot V_B}{V_A + V_B}} = 10^{-pH} \cdot \frac{V_B}{V_{BE} - V_B}$$

$$V_B \cdot 10^{-pH} = K_A \cdot (V_{BE} - V_B)$$

1-2-4-2 تحديد V_{BE} واستنتاج C_A :

المنحنى $V_B \cdot 10^{-pH} = f(V_B)$ عبارة عن دالة تألفية معادلتها تكتب : $V_B \cdot 10^{-pH} = aV_B + b$ (2)

$$a = \frac{10^{-3} - 0}{4,4 \cdot 10^{-3} - 12,4 \cdot 10^{-3}} = -0,125$$

حيث a المعامل الموجه :

و b الأرتوب عند الأصل :

$$0 = a \cdot 12,4 \cdot 10^{-3} + b \Rightarrow b = 0,125 \times 12,4 \cdot 10^{-3} = 1,55 \cdot 10^{-5}$$

حسب العلاقة (2) : $V_B \cdot 10^{-pH} = K_A \cdot (V_{BE} - V_B)$ أي : $V_B \cdot 10^{-pH} = K_A \cdot V_{BE} - K_A \cdot V_B$ (3)

بالمقارنة المماثلة بين (1) و (2) نكتب :

$$\begin{cases} a = -K_A \\ b = K_A \cdot V_{BE} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{K_A \cdot V_{BE}}{-K_A} = -V_{BE} \Rightarrow V_{BE} = -\frac{b}{a}$$

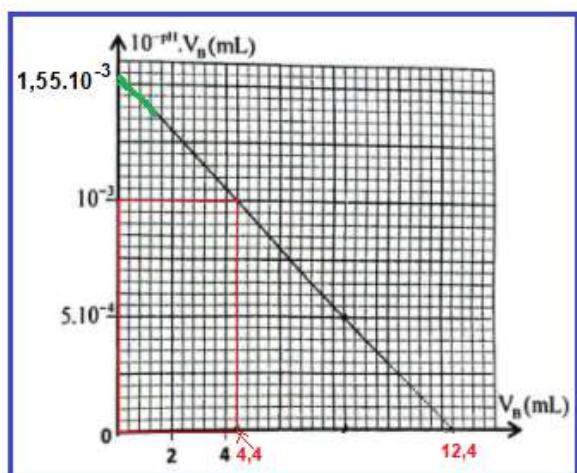
$$V_{BE} = -\frac{-1,55 \cdot 10^{-5}}{-0,125} = 12,4 \cdot 10^{-3} \text{ L} \Rightarrow V_{BE} = 12,4 \text{ mL}$$

استنتاج C_A :

$$C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} \Rightarrow C_A = \frac{5 \cdot 10^{-2} \times 12,4}{25}$$

$$C_A = 2,48 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

2-2-4-2 تحديد pK_A :



لدينا : $a = -K_A$ أي : $K_A = -a$

$$pK_A = -\log K_A = -\log(-a)$$

$$pK_A = -\log(1,55 \cdot 10^{-5}) \Rightarrow pK_A = 3,90$$

2-5- هل الحليب المدروس طريا ؟

$$C_A \cdot V = \frac{m}{M} \Rightarrow m = C_A \cdot M \cdot V$$

$$m = 2,48 \cdot 10^{-2} \times 90 \times 1 = 2,23 \text{ g}$$

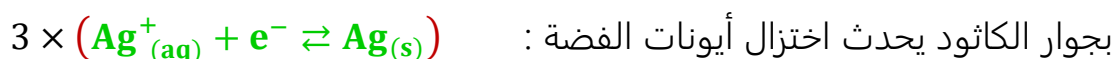
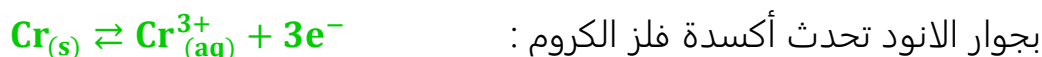
$$\begin{cases} 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ g} \rightarrow 1^\circ \text{D} \\ 2,23 \text{ g} \rightarrow x^\circ \text{D} \end{cases} \Rightarrow x^\circ \text{D} = 22,32^\circ \text{D} \quad \text{لدينا :}$$

نلاحظ أن $22,32^\circ \text{D} > 18^\circ \text{D}$ وبالتالي الحليب المدروس ليس طريا.

www.svt-assilah.com

الجزء الثاني : العمود كروم- فضة

1-المعادلة الحصيلة خلال اشتغال العمود :



2-تحديد التقدم عند اللحظة t_1 :

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	$3\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{Cr}_{(\text{s})} \rightarrow \text{Cr}^{3+}_{(\text{aq})} + 3\text{Ag}_{(\text{s})}$					كمية مادة الالكترونات
الحالة البدئية	$C_1 \cdot V$	$n_i(\text{Cr})$		$C_2 \cdot V$	$n_i(\text{Ag})$	$n(e^-) = 0$
عند اللحظة t_1	$C_1 \cdot V - 3x$	$n_i(\text{Cr}) - x$		$C_2 \cdot V + x$	$n_i(\text{Ag}) + 3x$	$n(e^-) = 3x$

إلكترون الكروم يتناقص بالكتلة $\Delta m(\text{Cr})$:

$$\begin{cases} \Delta n(\text{Cr}) = -x \\ \Delta n(\text{Cr}) = \frac{\Delta m(\text{Cr})}{M(\text{Cr})} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta m(\text{Cr})}{M(\text{Cr})} = -x \Rightarrow x = \frac{|\Delta m(\text{Cr})|}{M(\text{Cr})} \Rightarrow x = \frac{52 \cdot 10^{-3}}{52} = 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

3-استنتاج التركيز $[\text{Cr}^{3+}]_{t_1}$:

$$[\text{Cr}^{3+}] = \frac{n(\text{Cr}^{3+})}{V} = \frac{C_1 \cdot V + x}{V} \Rightarrow [\text{Cr}^{3+}] = C_1 + \frac{x}{V} \Rightarrow [\text{Cr}^{3+}] = 0,1 + \frac{10^{-3}}{0,1} = 0,11 \text{ mol. L}^{-1}$$

4-تحديد قيمة t_1 :

$$\begin{cases} Q = n(e^-).F \\ Q = I_0.t_1 \end{cases} \Rightarrow I_0.t_1 = n(e^-).F \Rightarrow t_1 = \frac{n(e^-).F}{I_0} \Rightarrow t_1 = \frac{3x.F}{I_0}$$

$$t_1 = \frac{3 \times 10^{-3} \times 96500}{50.10^{-3}} = 5,79.10^3 \text{ s} \Rightarrow t_1 = 1 \text{ h } 36 \text{ min } 30 \text{ s}$$

التمرين 2 : الموجات (2,5 نقط) – التحولات النووية (2,25 نقط)

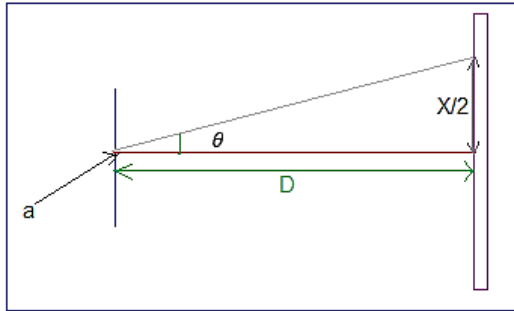
I - حيود الضوء

1-الاثباتات الخاطئة :

4 إثباتات خاطئة.

-2

2-1-تعبير الفرق الزاوي :



$$\tan\theta = \frac{X}{2D}$$

من خلال الشكل جانبه :

$$\theta = \frac{X}{2D} \quad (1) \quad \text{ومنه}$$

$\tan\theta \approx \theta$ باعتبار الفرق الزاوي صغير جدا نكتب :

2-2-إثبات ان الخارج $\frac{\lambda}{X}$ ثابت :

لدينا حسب تعبير الفرق الزاوي: (2) $\theta = \frac{\lambda}{a}$

من خلال العلاقة (1) و (2) نكتب: $\frac{\lambda}{a} = \frac{X}{2D}$ ومنه: $\frac{\lambda}{X} = \frac{a}{2D}$

$$\begin{cases} a = cte \\ D = cte \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda}{X} = cte$$

استنتاج طول الموجة λ_2 :

$$\begin{cases} \lambda_2 = \frac{a}{2D} \cdot X_2 \\ \lambda_1 = \frac{a}{2D} \cdot X_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{a}{2D} \cdot X_2}{\frac{a}{2D} \cdot X_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{X_2}{X_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{X_2}{X_1} \cdot \lambda_1$$

$$\lambda_2 = \frac{5,4 \text{ cm}}{6,0 \text{ cm}} \times 632,8 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_2 = 569,5 \text{ nm}$$

3-التفسير

الضوء الأبيض يتركب من عدة ألوان كل ضوء يتميز بطول موجة وتردد خاص به.

تتكون البقعة المركزية خلال حيود الضوء الأبيض إلى تراكب هذه الألوان الشيء الذي يؤدي إلى ظهور اللون الأبيض.

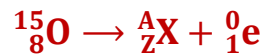
4- حساب طول الموجة λ_R وسرعة الانتشار V_R :

لدينا : $n = \frac{\lambda_1}{\lambda_R}$ ومنه : $\lambda_R = \frac{\lambda_1}{n}$ ت.ع : $\lambda_R = \frac{632,8}{1,5} \Rightarrow \lambda_R = 421,86 \text{ nm}$

لدينا : $n = \frac{c}{v}$ ومنه : $v = \frac{c}{n}$ ت.ع : $v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} \Rightarrow v = 2 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

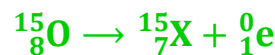
II- تفتت الأوكسيجين 15

1- معادلة التفتت :



حسب قانونا صودي:

$$\begin{cases} 15 = A + 0 \\ 8 = Z + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 15 \\ Z = 8 - 1 = 7 \end{cases}$$



2- تحديد الطاقة المحررة $|\Delta E|$:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 \Rightarrow \Delta E = [m(^A_Z\text{X}) + m(^0_1\text{e}) - m(^{15}_8\text{O})] \cdot c^2$$

$$\Delta E = (15,000109 + 5,486 \cdot 10^{-4} - 15,00) \text{u} \cdot c^2 = -2,4084 \times 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2} \cdot c^2$$

$$|\Delta E| = 2,2434 \text{ Mev}$$

3- نسبة جزيئات الماء التي تحتوي على $^{15}_8\text{O}$:

$$p = \frac{N_0}{N}$$

N_0 : عدد جزيئات الماء التي تحتوي على $^{15}_8\text{O}$

N : العدد الكلي لجزيئات الماء.

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M(\text{H}_2\text{O})} \Rightarrow N = \frac{m}{M(\text{H}_2\text{O})} \cdot N_A$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow m = \frac{\rho \cdot V}{M(\text{H}_2\text{O})} \cdot N_A$$

لدينا : $a_0 = \lambda \cdot N_0$ مع : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

$$N_0 = \frac{a_0}{\lambda} = \frac{a_0 \cdot t_{1/2}}{\ln 2}$$

$$p = \frac{a_0 \cdot t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \frac{M(\text{H}_2\text{O})}{\rho \cdot V \cdot N_A}$$

$$p = \frac{3,7 \cdot 10^7 \times 122 \times 18}{\ln 2 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \times 1 \times 5} = 3,89 \cdot 10^{-14} \Rightarrow p = 3,89 \cdot 10^{-16} \%$$

4-التعلييل الحسابي :

حسب قانون التناقص الاشعاعي :

$$a(t_1) = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} \Rightarrow \frac{a(t_1)}{a_0} = e^{-\lambda \cdot t_1} \Rightarrow -\lambda \cdot t_1 = \ln \left(\frac{a(t_1)}{a_0} \right) \Rightarrow t_1 = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \left(\frac{a(t_1)}{a_0} \right)$$

$$t_1 = -\frac{122}{\ln 2} \cdot \ln \left(\frac{0,15}{100} \right) = 1144,46 \text{ s} \Rightarrow t_1 \approx 19 \text{ min}$$

إذن عند اللحظة $t = 20 \text{ min}$ يمكن إنجاز حقن جديد.

التمرين 3 : الكهرباء (5,5نقط)

1-شحن المكثف

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي نحققها الشحنة $q(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_R + u_C = E \Rightarrow R_0 \cdot C \cdot i(t) + C \cdot u_C = C \cdot E$$

$$R_0 \cdot C \cdot \frac{dq(t)}{dt} + q(t) = C \cdot E$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{R_0 \cdot C} \cdot q(t) = \frac{E}{R_0}$$

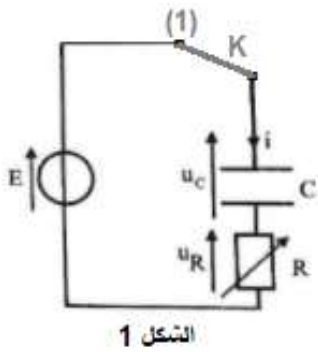
1-2-بالاعتماد على منحنى الشكل 2 :

معادلة المنحنى تكتب :

$$i(t) = a \cdot t + b \quad (1)$$

بالاعتماد على المعادلة التفاضلية تعبير $i(t)$ يكتب:

$$i(t) = -\frac{1}{R_0 \cdot C} \cdot q(t) + \frac{E}{R_0} \quad (2)$$



بمقارنة (1) و (2) لدينا a المعامل الموجه: $a = -\frac{1}{R_0.C} = -\frac{1}{\tau}$

و b الأرتوب عند الأصل: $b = \frac{E}{R_0}$

1-2-1- قيمة E :

$$b = 0,25 \text{ A} \quad \text{مبياننا لدينا:} \quad b = \frac{E}{R_0} \Rightarrow E = b.R_0$$

$$E = 0,25 \times 40 = 10 \text{ V}$$

1-2-2- قيمة ثابتة الزمن τ :

$$a = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = -\frac{1}{a}$$

$$a = \frac{\Delta i}{\Delta q} = \frac{0,25-0,05}{0-20.10^{-6}} = -10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad \text{المعامل الموجه:}$$

$$\tau = 10^{-4} \text{ s}$$

1-3- التحقق من قيمة C :

$$\text{لدينا: } \tau = R_0.C \text{ أي: } C = \frac{\tau}{R_0} \text{ ت.ع: } C = 2,5 \mu\text{F} \Rightarrow C = \frac{10^{-4}}{40} = 2,5.10^{-6} \text{ F}$$

2-تفريغ المكثف في الوشيعة

-2-1

1-2-1- إثبات المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات:

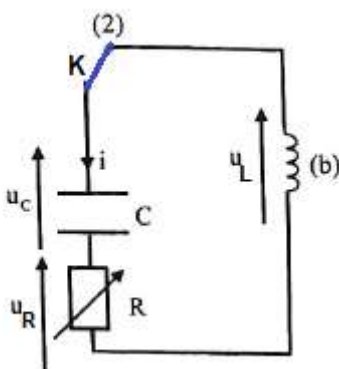
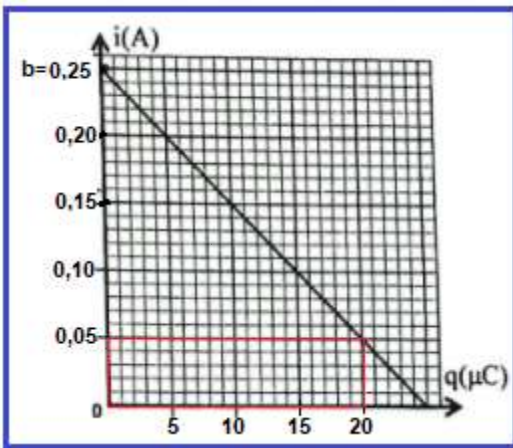
$$u_C + u_R + u_L = 0$$

$$C.u_C + R_1.C.i(t) + r.C.i(t) + L.C.\frac{di}{dt} = 0$$

$$q(t) + (R_1 + r).C.\frac{dq(t)}{dt} + L.C.\frac{d^2q(t)}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + \underbrace{\left(\frac{R_1 + r}{C}\right)}_{=A} \cdot \frac{dq(t)}{dt} + \underbrace{\frac{1}{L.C}}_{=B} \cdot q(t) = 0$$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + A.\frac{dq(t)}{dt} + B.q(t) = 0$$



$$B = \frac{1}{L.C} \text{ و } A = \frac{R_1+r}{C}$$

حيث:

2-1-2- تحديد التوتر u_L مباشرة بعد وضع K في الموضع (2) :

عند اللحظة $t = 0$ لحظة وضع قاطع التيار في الموضع (2)، نكتب:

$$u_C(0) + u_R(0) + u_L(0) = 0$$

$$u_R(0) = R_1 \cdot \underbrace{i(0)}_{=0} = 0 \text{ و } u_C(0) = E$$

$$u_L(0) = -u_C(0) = -E \Rightarrow u_L(0) = -10 \text{ V}$$

2-1-3- التحقق من قيمة L :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L.C} \quad \text{لدينا :}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 L.C$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C}$$

مبياننا لدينا : $T = 10 \text{ ms}$ نعلم ان $T = T_0$

$$L = \frac{(10 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 2,5 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow L = 1,0 \text{ H}$$

2-1-4- الطاقة المبذولة بمفعول جول:

$$\Delta E_T = E_T(t_1) - E_T(t = 0) \quad \text{لدينا :}$$

عند اللحظة t_1 :

$$E_T(t_1) = E_m(t_1) + E_e(t_1) = \frac{1}{2}L \cdot i_1^2 + \frac{1}{2C} \cdot q_1^2$$

مبياننا نجد $E_e(t_1)$ قصوية إذن $E_m(t_1) = 0$: $q_1 = q_{1max} = 1,5 \times 10 = 15 \mu C$ و $i_1 = 0$

$$E_{T1} = \frac{1}{2C} \cdot q_1^2$$

عند اللحظة $t = 0$:

$$E_{T0} = E_m(t = 0) + E_e(t = 0) = \frac{1}{2}L \cdot i_0^2 + \frac{1}{2C} \cdot q_0^2$$

مبياننا نجد $E_e(t = 0)$ قصوية إذن $E_m(t = 0) = 0$: $q_0 = q_{0max} = 2,5 \times 10 = 25 \mu C$ و $i_0 = 0$

$$E_{T0} = \frac{1}{2C} \cdot q_0^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2C} \cdot q_1^2 - \frac{1}{2C} \cdot q_0^2 \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2C} \cdot (q_1^2 - q_0^2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2 \times 2,5.10^{-6}} \times [(15.10^{-6})^2 - (25.10^{-6})^2] = -8.10^{-5} J = -80 \mu J$$

$$\Delta E = -80 \mu J$$

2-2-التحقق من أن R_e له بعد مقاومة وتحديد القيمة الأدنى ل R :

$$A > 2\sqrt{B} \quad \text{لدينا :}$$

$$\frac{R+r}{L} > 2\sqrt{\frac{1}{L.C}} \Rightarrow R_T > 2L \cdot \frac{1}{\sqrt{L.C}} \Rightarrow R_T > 2\sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow R_T > R_C$$

$$R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{حيث :}$$

$$[R_C] = \left(\frac{[L]}{[C]} \right)^{1/2}$$

$$[L] = \frac{[U] \cdot [t]}{[I]} \quad ; \quad [C] = \frac{[I] \cdot [t]}{[U]}$$

$$[R_C] = \left(\frac{[U]^2}{[I]^2} \right)^{1/2} = \frac{[U]}{[I]} \Rightarrow [R_C] = [R]$$

وبالتالي فإن ل R_C بعد المقاومة.

القيمة الدنيا ل R :

$$R_T > R_C \Rightarrow R + r > R_C \Rightarrow R > R_C - r \Rightarrow R > 2\sqrt{\frac{L}{R}} - r \Rightarrow R_{min} = 2\sqrt{\frac{L}{R}} - r$$

$$R_{min} = 2\sqrt{\frac{1}{R = 2,5.10^{-6}}} - 12 = 1252,91 \Omega \Rightarrow R_{min} = R \approx 1253 \Omega$$

3-التذبذبات الكهربائية القسرية في دائرة RLC متوالية

3-1-تحديد شدة التيار :

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \text{ و } Z = \frac{U}{I_{eff}} \Rightarrow I_{eff} = \frac{U}{Z} \quad \text{لدينا :}$$

$$I_{eff} = \frac{U_m}{Z\sqrt{2}} \quad \text{ومنه :}$$

$$U_m = 3V \quad \text{مبيانيا :}$$

$$I_{eff} = \frac{3}{390,4\sqrt{2}} = 5,43.10^{-3} A \Rightarrow I_{eff} = 5,43 mA \quad \text{ت.ع :}$$

3-2- حساب قيمة R_e :

$$U_{Rm} = R_2 \cdot I_m \Rightarrow R_2 = \frac{U_{Rm}}{I_m} \Rightarrow R_2 = \frac{U_{Rm}}{I_{eff} \cdot \sqrt{2}}$$

$$R_2 = \frac{2}{5,43 \cdot 10^{-3} \times \sqrt{2}} = 260,44 \Omega \Rightarrow R_2 \approx 260 \Omega$$

3-3- التعبير العددي للتوتر $u(t)$:

مبياناً :

$$\begin{cases} T = 4 \times 2ms = 8ms \Rightarrow N = \frac{1}{T} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-3}} = 125 Hz \\ U_m = 3V \end{cases}$$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau = \frac{2\pi}{8} \times 11 + - = \frac{\pi}{4}$$

التوتر u في تقدم في الطور على شدة التيار i أي : $\varphi > 0$ أي : $\varphi = \frac{\pi}{4}$

$$u(t) = U_m \cdot \cos(2\pi N \cdot t + \varphi) \Rightarrow u(t) = 3 \cdot \cos\left(250\pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

التمرين 4 : الميكانيك (3,25 نقط)

الجزء I : دراسة حركة متزلج

1- الحالة الأولى : دراسة حركة متزلج

1-1- التعبير عن تسارع G :

المجموعة المدروسة { المجموعة (S) }

جرد القوى المطبقة على المجموعة (S) :

▪ $\vec{P}$: وزنها

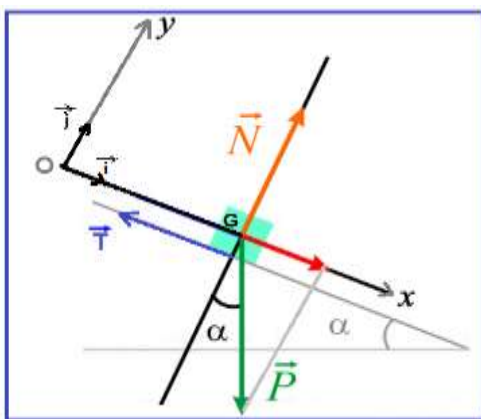
▪ $\vec{R}$: تأثير السطح المائل حيث : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

❖ $\vec{T}$: المركبة المماسية لـ $\vec{R}$

❖ $\vec{N}$: المركبة المنزمية لـ $\vec{R}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم متعامد ممنظم

($0, \vec{i}, \vec{j}$) مرتبط بالأرض غاليلي :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور Ox :

$$P_x + 0 + T_x = m \cdot a_x \Rightarrow P \cdot \sin\alpha - T = m \cdot a_G \Rightarrow m \cdot g \cdot \sin\alpha - T = m \cdot a_G$$

$$a_G = g \cdot \sin\alpha - \frac{T}{m}$$

الاسقاط على المحور Oy :

$$P_y + N_y = m \cdot a_y \Rightarrow -P \cdot \cos\alpha + N = 0 \Rightarrow m \cdot g \cdot \cos\alpha = N$$

لدينا :

$$k = \frac{T}{N} \Rightarrow T = k \cdot N$$

$$a_G = g \cdot \sin\alpha - \frac{T}{m} \Rightarrow a_G = g \cdot \sin\alpha - \frac{k \cdot N}{m} \Rightarrow a_G = g \cdot \sin\alpha - \frac{k \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha}{m}$$

$$a_G = g \cdot \sin\alpha - k \cdot g \cdot \cos\alpha \Rightarrow a_G = g \cdot (\sin\alpha - k \cdot \cos\alpha)$$

2-تحديد a_G :

لدينا $v = f(t)$ عبارة عن دالة خطية معادلتها تكتب : $v = a_G \cdot t$ حيث a_G المعامل الموجه :

$$a_G = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\text{ت.ع.}} a_G = \frac{1,4 - 0}{2 - 0} \Rightarrow a_G = 0,7 \text{ m.s}^{-2}$$

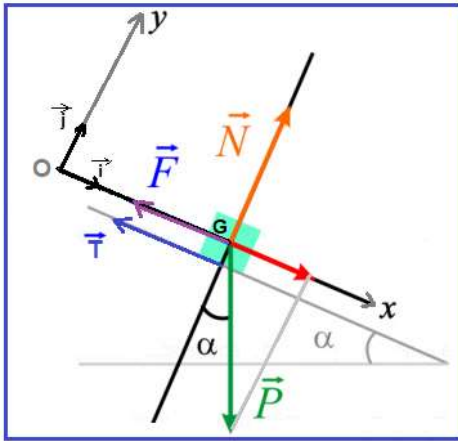
3-1-التحقق من قيمة k :

$$a_G = g \cdot (\sin\alpha - k \cdot \cos\alpha) \Rightarrow \frac{a_G}{g} = \sin\alpha - k \cdot \cos\alpha \Rightarrow k \cdot \cos\alpha = \sin\alpha - \frac{a_G}{g}$$

$$k = \frac{1}{\cos\alpha} \left(\sin\alpha - \frac{a_G}{g} \right) \xrightarrow{\text{ت.ع.}} k = \frac{1}{\cos(45^\circ)} \left(\sin(45^\circ) - \frac{0,7}{10} \right) \Rightarrow k = 0,9$$

2-الحالة II : حركة المتزلج باحتكاك مائع

2-1- المعادلة التفاضلية :



المجموعة المدروسة { المجموعة (S) }

جرد القوى المطبقة على المجموعة (S) :

▪ $\vec{P}$: وزنها

▪ $\vec{R} ::$ تأثير السطح المائل حيث : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

❖ $\vec{T}$: المركبة المماسية لـ $\vec{R}$

❖ $\vec{N}$: المركبة المنظمية لـ $\vec{R}$

▪ $\vec{F}$: قوة احتكاك المائع نمذجة بالقوة $\vec{F} = \lambda \cdot \vec{v}$ شدتها $F = \lambda \cdot v$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور Ox :

$$P_x + 0 + T_x + F_x = m \cdot a_x \Rightarrow P \cdot \sin \alpha - T - \lambda \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow m \cdot g \cdot \sin \alpha - T - \lambda \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$g \cdot \sin \alpha - \frac{T}{m} - \frac{\lambda}{m} \cdot v = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{m} \cdot v + \frac{T}{m} - g \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\frac{dv}{dt} + A \cdot v + B = 0 \quad \text{نضع : } A = \frac{\lambda}{m} \text{ و } B = \frac{T}{m} - g \cdot \sin \alpha$$

2-2- قيمة السرعة الحدية v_ℓ للحركة :

في النظام الدائم $v_\ell = cte$ ومنه : $\frac{dv_\ell}{dt} = 0$

$$0 + A \cdot v_\ell + B = 0 \Rightarrow v_\ell = -\frac{B}{A} \Rightarrow v_\ell = -\frac{\frac{T}{m} - g \cdot \sin \alpha}{\frac{\lambda}{m}} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - T}{\lambda}$$

$$= \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - k \cdot N}{\lambda} =$$

$$v_\ell = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - k \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha}{\lambda} \Rightarrow v_\ell = m \cdot g \cdot \frac{\sin \alpha - k \cdot \cos \alpha}{\lambda}$$

$$v_\ell = 75 \times 10 \times \frac{\sin(45^\circ) - 0,9 \times \cos(45^\circ)}{5} \Rightarrow v_\ell = 10,6 \text{ m.s}^{-1}$$

2-3- السرعة v_2 :

طريقة اولير :

$$v_2 = a_1 \cdot \Delta t + v_1$$

$$\frac{dv}{dt} + A \cdot v + B = 0 \Rightarrow a_1 = -B - A \cdot v_1 \quad \text{حسب المعادلة التفاضلية :}$$

$$v_2 = (-B - A \cdot v_1) \cdot \Delta t + v_1$$

$$v_2 = (-(-0,71) - 0,067 \times 6,30) \times 1,40 + 6,30 \Rightarrow v_2 = 6,70 \text{ m.s}^{-1}$$

الجزء II : حركة كرية في مجال الثقالة وفي مجال كهروساكن

1- إثبات المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$:

المجموعة المدروسة : {الكرية (S)}

جرد القوى :

$\vec{F} ::$ القوة الكهرو ساكنة حيث : $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

$\vec{P} ::$ وزن الكرية حيث : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

نعتبر المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ المرتبط بالأرض معلما غاليليا.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow q \cdot \vec{E} + m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$\vec{a}_G = \vec{g} + \frac{q}{m} \cdot \vec{E}$$

اسقاط العلاقة المتجهية على كل من المحور Ox و Oy :

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = E \rightarrow (\vec{E} \parallel \overrightarrow{Ox}) \\ E_y = 0 \rightarrow (\vec{E} \perp \overrightarrow{Oy}) \end{cases} ; \quad \vec{g} \begin{cases} g_x = 0 \rightarrow (\vec{g} \perp \overrightarrow{Ox}) \\ g_y = -g \rightarrow (\vec{g} \parallel \overrightarrow{Oy}) \end{cases}$$

حسب الشروط البدئية عند $t = 0$:

$$\begin{cases} C_1 = v_{0x} = 0 \\ C_2 = v_{0y} = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} C_3 = x_0 = \frac{d}{2} \\ C_4 = y_0 = \ell \end{cases}$$

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = g_x + \frac{q}{m} \cdot E_x \\ a_y = g_y + \frac{q}{m} \cdot E_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{q}{m} \cdot E \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{integration}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x = \frac{q}{m} E \cdot t + C_1 \\ v_y = -g \cdot t + C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \frac{q}{m} E \cdot t \\ v_y = -g \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{q}{m} E \cdot t \\ \frac{dy}{dt} = -g \cdot t \end{cases} \xrightarrow{\text{integration}} \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \cdot t^2 + C_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + C_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \cdot t^2 + \frac{d}{2} \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + \ell \end{cases}$$

نعلم أن : $E = \frac{U_0}{d}$ و $\alpha = \frac{q}{m}$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} \alpha \frac{U_0}{d} \cdot t^2 + \frac{d}{2} \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + \ell \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{U_0}{4 \cdot 10^{-2}} \cdot t^2 + \frac{4 \cdot 10^{-2}}{2} \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times 10 \cdot t^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot U_0 \cdot t^2 + 2 \cdot 10^{-2} \\ y(t) = -5 \cdot t^2 + 1 \end{cases} \quad \text{ت.ع.}$$

2- استنتاج معادلة المسار :

نقصي الزمن من المعادلتين الزمنتين $x(t)$ و $y(t)$:

$$x = 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot U_0 \cdot t^2 + 2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot U_0 \cdot t^2 = x - 2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{x - 2 \cdot 10^{-2}}{1,25 \cdot 10^{-5} \cdot U_0}}$$

$$y = -5 \cdot t^2 + 1 \Rightarrow y = -5 \cdot \frac{x - 2 \cdot 10^{-2}}{1,25 \cdot 10^{-5} \cdot U_0} + 1$$

$$y = -\frac{5}{1,25 \cdot 10^{-5} \cdot U_0} \cdot x + \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{1,25 \cdot 10^{-5} \cdot U_0} + 1 \Rightarrow y = -\frac{4 \cdot 10^5}{U_0} \cdot x + \frac{8 \cdot 10^3}{U_0} + 1 \quad \text{معادلة المسار هي :}$$

3- لنبين أن $U_0 = 8 \text{ kV}$:

عند النقطة P يكون : $P(x_P = d, y_P = 0)$

$$0 = -\frac{4 \cdot 10^5}{U_0} \cdot x_P + \frac{8 \cdot 10^3}{U_0} + 1 \Rightarrow \frac{4 \cdot 10^5}{U_0} \cdot x_P - \frac{8 \cdot 10^3}{U_0} = 1 \Rightarrow 4 \cdot 10^5 \cdot x_P - 8 \cdot 10^3 = U_0$$

$$U_0 = 4 \cdot 10^5 \cdot d - 8 \cdot 10^3 \Rightarrow U_0 = 4 \cdot 10^5 \times 4 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$U_0 = 8 \text{ kV}$$