

تصحيح الامتحان الوطني في الفيزياء
الدورة الاستدراكية 2018
العلوم الرياضية أوب

الكيمياء

الجزء الأول: السرعة الحجمية لتفاعل، تفاعلات حمض-قاعدة

1- تتبع التطور الزمني للتركيز المولي الفعلي لأيون تحت الكلوريت ClO^-
1-1- الجدور الوصفي لتقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$2ClO^-_{(aq)} \rightarrow 2Cl^-_{(aq)} + O_{2(g)}$		
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب mol		
الحالة البدئية	0	$C_0 \cdot V$	0	0
الحالة الوسيطة	x	$C_0 \cdot V - 2x$	$2x$	x
الحالة النهائية	x_f	$C_0 \cdot V - 2x_f$	$2x_f$	x_f

1-2- إثبات ان التركيز المولي الفعلي ل ClO^- عند $t = t_{1/2}$ هو $\frac{C_0}{2}$:

زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ هو المدة التي يأخذ فيها تقدم التفاعل x نصف قيمته النهائية (أو القصوى): $x_{1/2} = \frac{x_{max}}{2}$
المتفاعل المحد هو ClO^- التقدم الأقصى x_{max} : أي $C_0 \cdot V - 2x_{max} = 0$: وبالتالي $x_{max} = \frac{C_0 \cdot V}{2}$ و $x_{1/2} = \frac{C_0 \cdot V}{4}$
ليكن $[ClO^-]_{1/2}$ تركيز أيون تحت الكلوريت عند $t = t_{1/2}$ حيث:

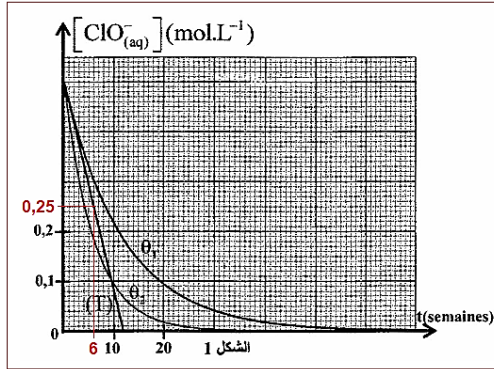
$$[ClO^-]_{1/2} = \frac{n(ClO^-)_{1/2}}{V} = \frac{C_0 \cdot V - 2x_{1/2}}{V} = C_0 - 2 \frac{x_{1/2}}{V} \Rightarrow [ClO^-]_{1/2} = C_0 - 2 \frac{C_0 \cdot V}{4V}$$

$$[ClO^-]_{1/2} = \frac{C_0}{2}$$

-استنتاج $t_{1/2}$ مبيانيا بالنسبة لمنحنى θ_2 :
لدينا:

$$[ClO^-]_{1/2} = \frac{C_0}{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25 \text{ mol.L}^{-1}$$

باستعمال الشكل 1 أفصول $0,25 \text{ mol.L}^{-1}$ هو:
 $t_{1/2} = 6 \text{ semaines}$



1-3- السرعة الحجمية للتفاعل عند $t = 0$ بالنسبة ل θ_1 :

حسب تعريف السرعة الحجمية: $v(t) = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$
تعبير السرعة الحجمية بدلالة $[ClO^-]$:

$$[ClO^-] = \frac{C_0 \cdot V - 2x}{V} \Rightarrow C_0 \cdot V - 2x = [ClO^-] \cdot V \Rightarrow 2x = C_0 \cdot V - [ClO^-] \cdot V$$

$$x = \frac{V}{2} (C_0 - [ClO^-]) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{V}{2} \cdot \frac{d[ClO^-]}{dt}$$

نعوض في السرعة الحجمية:

$$v(t) = \frac{1}{V} \cdot \left(-\frac{V}{2} \cdot \frac{d[ClO^-]}{dt} \right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{d[ClO^-]}{dt}$$

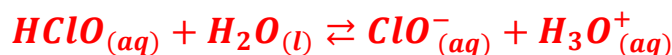
$$v(0) = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta[ClO^-]}{\Delta t} \right)_{t=0} = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{0,5 - 0}{0 - 12} \right) \Rightarrow v(0) = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{semaine}^{-1}$$

1-4- مقارنة θ_1 و θ_2 مع التعليل:

باستعمال الشكل 3 نلاحظ ان $t_{1/2}(\theta_1) = 8,3 \text{ semaines}$ في حين $t_{1/2}(\theta_2) = 6 \text{ semaines}$ وبالتالي:
 $t_{1/2}(\theta_1) > t_{1/2}(\theta_2)$ أي ان التفاعل الذي انجز عند θ_1 أسرع من الذي انجز عند θ_2 ، بما ان الرفع درجة الحرارة يؤدي إلى تسريع التفاعل، فإن $\theta_1 > \theta_2$.

2- دراسة بعض المحاليل المائية التي تتدخل فيها المزدوجة : $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$

2-1- معادلة التفاعل بين حمض تحت الكلورو والماء:



2-2- تعبير التركيز المولي C بدلالة pH و K_A :

$$K_A = \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q}} \quad \text{تعبير ثابتة الحمضية } K_A:$$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HClO_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons ClO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
البدئية	0	$C \cdot V$	وفير	0	0
الوسيطة	x	$C \cdot V - x$	وفير	x	x
النهائية	x_f	$C \cdot V - x_f$	وفير	x_f	x_f

$$\begin{cases} [ClO^-]_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} = \frac{x_f}{V} = 10^{-pH} \\ [HClO]_{\acute{e}q} = \frac{C \cdot V - x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}^2}{[HClO]_{\acute{e}q}} = \frac{(10^{-pH})^2}{C - 10^{-pH}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$C - 10^{-pH} = \frac{10^{-2pH}}{K_A} \Rightarrow C = \frac{10^{-2pH}}{K_A} - 10^{-pH} \Rightarrow C = 10^{-pH} \left(\frac{10^{-pH}}{K_A} - 1 \right)$$

$$C = 10^{-5,5} \left(\frac{10^{-5,5}}{5 \cdot 10^{-8}} - 1 \right) \Rightarrow C = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{حساب } C:$$

2-3- إثبات العلاقة $\alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$:

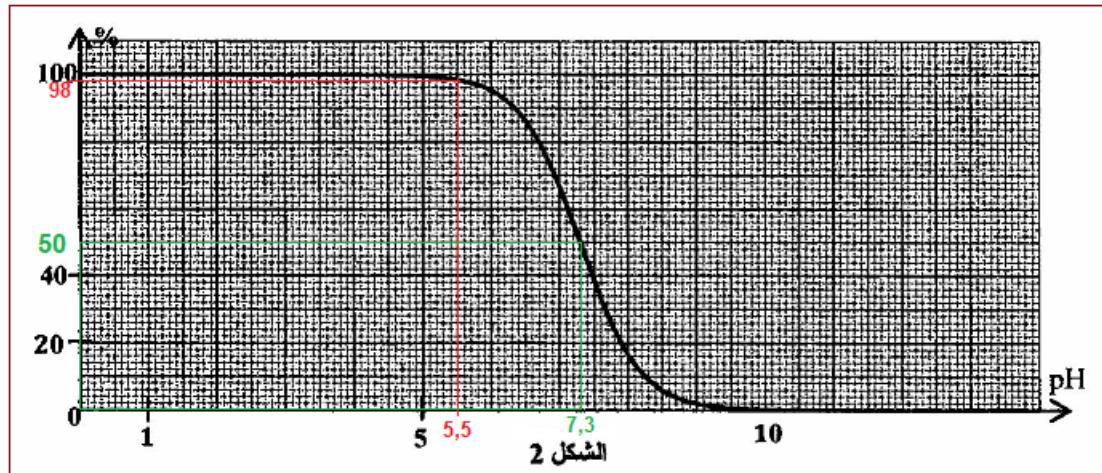
$$\alpha(ClO^-) = \frac{1}{1 + \frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}}} \quad \text{أي:} \quad \alpha(ClO^-) = \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q} + [HClO]_{\acute{e}q}} \quad \text{لدينا:}$$

$$K_A = \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q}} \quad 9$$

$$\frac{[ClO^-]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q}} = \frac{K_A}{[H_3O^+]_{\acute{e}q}} \Rightarrow \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q}} = \frac{K_A}{10^{-pH}} \Rightarrow \frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}} = \frac{10^{-pH}}{K_A} \quad \text{أي:}$$

$$\alpha(ClO^-) = \frac{1}{1 + \frac{10^{-pH}}{K_A}} \Rightarrow \alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$$

2-4-1- إقران منحنى الشكل 2 بالنوع الحمضي او القاعدي:

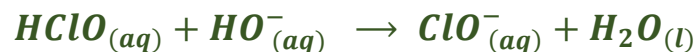


يمثل المنحنى تطور نسبة النوع الحمضي $HClO$ بدلالة pH .

2-4-2- النوع المهيمن الحمضي او القاعدي: (أنظر الشكل أعلاه)

حسب قيمة pH وباستعمال منحنى الشكل 2 نجد 98 % من النوع الحمض في المحلول (S)، إذن النوع المهيمن هو النوع الحمضي $HClO$.

2-5-1- تحديد قيمة K ثابتة التوازن لتفاعل المعايرة:



$$K = \frac{[ClO^-]_{\acute{e}q}}{[HClO]_{\acute{e}q} \cdot [HO^-]_{\acute{e}q}} \cdot \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[H_3O^+]_{\acute{e}q}} \Rightarrow K = \frac{K_A}{K_e}$$

$$K = \frac{5 \cdot 10^{-8}}{10^{-14}} \Rightarrow K = 5 \cdot 10^6 \quad \text{ت.ع:}$$

2-5-2- حساب قيمة النسبة $\frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}}$:

بالاعتماد على الشكل 2 نجد عند $pH = 7,3$ القيمة: $\alpha(HClO) = 50\%$

نستنتج ان نسبة كلا من النوعين الحمضي والقاعدي متساويين في الخليط ، أي $\frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}} = 1$

-طريقة أخرى:

$$\frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}} = \frac{10^{-pH}}{K_A} \Rightarrow \frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}} = \frac{10^{7,3}}{5 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow \frac{[HClO]_{\acute{e}q}}{[ClO^-]_{\acute{e}q}} \approx 1$$

الجزء الثاني: المركم فضة-حديد

1-كتابة المعادلة الحصيلة للتفاعل التلقائي:



* عند الأنود يحدث أكسدة فلز الحديد: $Fe_{(s)} \rightleftharpoons Fe_{(aq)}^{2+} + 2e^{-}$

* المعادلة الحصيلة: $2Ag_{(aq)}^{+} + Fe_{(s)} \rightleftharpoons 2Ag_{(s)} + Fe_{(aq)}^{2+}$

2- إثبات ان تركيز Ag^{+} يكتب: $[Ag_{(aq)}^{+}]_t = 0,2 - 1,55 \cdot 10^{-5} \cdot t$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$2Ag_{(aq)}^{+} + Fe_{(s)} \rightleftharpoons 2Ag_{(s)} + Fe_{(aq)}^{2+}$				كمية مادة e^{-} المتبادلة
كمية المادة عند $t = 0$	$C_2 \cdot V_2$	وغير	وغير	$C_1 \cdot V_1$	$n(e^{-}) = 0$
كمية المادة عند t	$C_2 \cdot V_2 - 2x$	وغير	وغير	$C_1 \cdot V_1 + x$	$n(e^{-}) = 2x$
كمية المادة عند $t = t_d$	$C_2 \cdot V_2 - 2x_{max}$	وغير	وغير	$C_1 \cdot V_1 + x_{max}$	$n(e^{-}) = 2x_{max}$

$$Q = n(e^{-}) \cdot F = I \cdot t \Rightarrow n(e^{-}) = \frac{I \cdot t}{F} \Rightarrow x = \frac{I \cdot t}{2F}$$

$$n_t(Ag_{(aq)}^{+}) = C_2 \cdot V_2 - 2x \Rightarrow [Ag_{(aq)}^{+}]_t = \frac{C_2 \cdot V_2 - 2x}{V_2} = C_2 - \frac{2x}{V_2}$$

$$[Ag_{(aq)}^{+}]_t = C_2 - \frac{2I}{2F \cdot V_2} \cdot t$$

$$[Ag_{(aq)}^{+}]_t = 0,2 - \frac{2 \times 0,15}{2 \times 9,65 \cdot 10^4 \times 0,1} \cdot t$$

ت.ع:

$$[Ag_{(aq)}^{+}]_t = 0,2 - 1,55 \cdot 10^{-5} \cdot t$$

3- تحديد المدة t_d لاشتغال المرمك:

بما ان فلز الحديد يوجد بإفراط، فإن المتفاعل المحد هو Ag^{+} نكتب: $[Ag_{(aq)}^{+}]_{t_d} = 0$

$$0,2 - 1,55 \cdot 10^{-5} \cdot t_d = 0 \Rightarrow t_d = \frac{0,2}{1,55 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow t_d = 1,29 \cdot 10^4 \text{ s}$$

التركيز النهائي ل Fe^{2+} في المحلول:

من خلال الجدول الوصفي لدينا:

$$n_{t_d}(Fe_{(aq)}^{2+}) = C_1 \cdot V_1 + x_{max} \Rightarrow [Fe_{(aq)}^{2+}]_{t_d} = \frac{C_1 \cdot V_1 + x_{max}}{V_1} = C_1 + \frac{x_{max}}{V_1} = C_1 + \frac{I \cdot t_d}{2F \cdot V_1}$$

$$[Fe_{(aq)}^{2+}]_{t_d} = 0,2 + \frac{0,15 \times 1,29 \cdot 10^4}{2 \times 9,65 \cdot 10^4 \times 0,1} \Leftrightarrow [Fe_{(aq)}^{2+}]_{t_d} = 0,3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

الفيزياء

موجات فوق صوتية

1- تحديد سرعة موجة فوق صوتية في الهواء

1-1- تعريف طول الموجة:

هي المسافة التي تقطعها الموجة خلال دور زمني.

2-1- اختيار الجواب الصحيح:

ب-الموجات فوق صوتية موجات ميكانيكية.

3-1- تحديد سرعة الموجة في الهواء:

بما ان المنحنيين على توافق في الطور نكتب: $d = n \cdot \lambda$ أي: $\lambda = \frac{d}{n} = \frac{10,2 \cdot 10^{-2}}{12} = 8,5 \cdot 10^{-3} m$

لدينا: $v = \lambda \cdot N$ ومنه: $v = \frac{d}{n} \cdot N$

ت.ع: $v = \frac{10,2 \cdot 10^{-2}}{12} \times 40 \cdot 10^3 \Rightarrow v = 340 m \cdot s^{-1}$

2- إيجاد ℓ_2 سمك الجنين :

لدينا: $v_c = \frac{2\ell_2}{\Delta t}$ حيث $2\ell_2$ المسافة التي قطعتها الموجة خلال المدة $\Delta t = t_2 - t_1$

$$2\ell_2 = v \cdot \Delta t \Rightarrow \ell_2 = \frac{v \cdot \Delta t}{2}$$

ت.ع: $\ell_2 = \frac{1540 \times (130 - 80) \times 10^{-6}}{2} = 0,0385 m \Rightarrow \ell_2 = 3,85 cm$

3- حيود موجة فوق صوتية في الهواء

1-3- مقارنة طول الموجة الواردة بطول الموجة المحيدة:

خلال ظاهرة الحيود تحتفظ الموجة المحيدة بنفس خاصيات الموجة الواردة، أي للموجتين نفس طول الموجة λ .

2-3- المسافة d التي أزيح بها المستقبل :

حسب تعبير الفرق الزاوي: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ العلاقة بين الأفصول الزاوي والمنحني: $d = r\theta$ أي: $\theta = \frac{d}{r}$

من العلاقتين نحصل على: $\frac{d}{r} = \frac{\lambda}{a}$ أي: $d = \frac{\lambda r}{a}$ ت.ع: $d = \frac{8,5 \cdot 10^{-3} \times 40 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-2}} = 0,131 m$

$d = 13,1 cm$

الكهرباء

الجزء الأول: ثنائي القطب RL والدارة LC

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$:

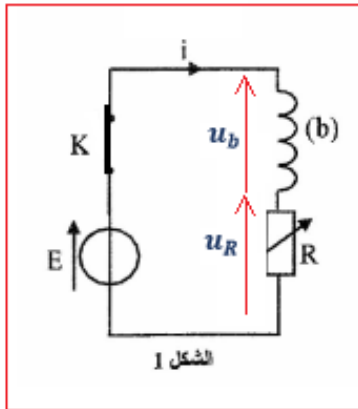
حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_b + u_R$

حسب قانون أوم: $u_R = R \cdot i$ و $u_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R \cdot i = E \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R+r}{L} \cdot i(t) = \frac{E}{L}$$

2-1- تعبير $i(t)$ بدلالة بارامترات الدارة:

لدينا حل المعادلة التفاضلية: $i(t) = A \cdot e^{-\alpha t} + B$ وبالتالي: $\frac{di}{dt} = -A \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t}$



نعوض في المعادلة التفاضلية: $-A \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} + \frac{R+r}{L} (A \cdot e^{-\alpha \cdot t} + B) = \frac{E}{L}$

$$A \cdot e^{-\alpha \cdot t} \left(-\alpha + \frac{R+r}{L} \right) + B \cdot \frac{R+r}{L} - \frac{E}{L} = 0$$

لكي يكون $i(t)$ حلا للمعادلة التفاضلية مهما كانت قيمة t يجب ان يكون:

$$\begin{cases} -\alpha + \frac{R+r}{L} = 0 \\ B \cdot \frac{R+r}{L} - \frac{E}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{R+r}{L} \\ B = \frac{E}{R+r} \end{cases}$$

الحل يكتب: $i(t) = A \cdot e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t} + \frac{E}{R+r}$ حسب الشروط البدئية: $i(0) = 0$

$$A \cdot e^0 + \frac{E}{R+r} = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R+r}$$

$$i(t) = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L} \cdot t})$$

نستنتج تعبير الحل:

1-3-1 إيجاد قيمة R_1 :

حسب الشكل 2 وفي النظام الدائم لدينا بالنسبة للمنحنى (1):
 $I_{01} = 125 \text{ mA}$ حسب تعبير الحل:

$$I_{01} = \frac{E}{R_1 + r} \Rightarrow R_1 + r = \frac{E}{I_{01}} \Rightarrow R_1 + r = \frac{1,5}{0,125}$$

$$R_1 + r = 12 \Omega$$

بالنسبة للمنحنى (2) نجد: $I_{02} = 75 \text{ mA}$

$$2R_1 + r = \frac{E}{I_{02}} \Rightarrow 2R_1 + r = \frac{1,5}{0,075} \Rightarrow 2R_1 + r = 20 \Omega$$

$$2R_1 + r - (R_1 + r) = 20 - 12 \Rightarrow R_1 = 8 \Omega$$

- إيجاد قيمة r :

$$r = 12 - R_1$$

لدينا: $R_1 + r = 12 \Omega$ أي:

$$r = 12 - 8 \Rightarrow r = 4 \Omega$$

2-3-1 إثبات أن $L = 0,6 \text{ H}$:

$$\tau = 50 \text{ ms}$$

بالنسبة للمنحنى (1) ثابتة الزمن τ هي:

$$\tau = \frac{L}{R_1 + r} \text{ أي: } L = (R_1 + r) \cdot \tau \text{ ت.ع: } L = 12 \times 50 \cdot 10^{-3} \Rightarrow L = 0,6 \text{ H}$$

2-دراسة دائرة LC

2-1-إثبات ان الطاقة الكلية للدائرة ثابتة:

بما ان مقاومة الوشيعه مهملة ($r = 0$)، فإن الطاقة الكلية للدائرة تنحفظ.

2-2-تحديد السعة C و التوتر U_0 :

لدينا:

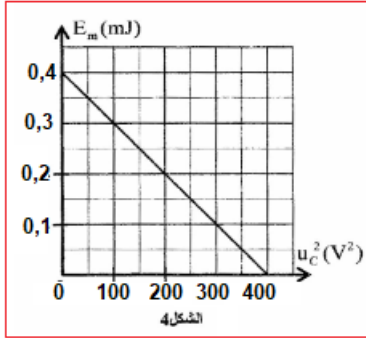
$$u_c(t) = U_0 \cdot \cos(2\pi f_0 \cdot t + \varphi) \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = -2\pi f_0 \cdot U_0 \cdot \sin(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} L \cdot \left(C \cdot \frac{du_c}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} L \cdot C^2 [-2\pi f_0 \cdot U_0 \cdot \sin(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)]^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot C^2 4\pi^2 f_0^2 \cdot U_0^2 \cdot \sin^2(2\pi f_0 \cdot t + \varphi) = \frac{1}{2} L \cdot C^2 \frac{4\pi^2}{4\pi^2 L \cdot C} \cdot U_0^2 [1 - \cos^2(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)]$$

$$E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 [1 - \cos^2(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)] = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 - \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \cdot \cos^2(2\pi f_0 \cdot t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 - \frac{1}{2} C \cdot u_c^2$$



حسب مبيان الشكل 4 معادلة المنحنى $E_m = f(u_c)$ تكتب: $E_m = a \cdot u_c^2 + b$

$$a = \frac{\Delta E_m}{\Delta u_c^2} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} - 0}{0 - 400} = -10^{-6} J \cdot V^{-2}$$

$$b = 0,4 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-4} J$$

$$\begin{cases} E_m = -10^{-6} \cdot u_c^2 + 4 \cdot 10^{-4} \\ E_m = -\frac{1}{2} C \cdot u_c^2 + \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} C = -10^{-6} \\ \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 = 4 \cdot 10^{-4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2 \cdot 10^{-6} C \\ U_0^2 = \frac{2 \times 4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-6}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2 \mu F \\ U_0 = 20 V \end{cases}$$

الجزء الثاني: تضمين الوسع

1- تحديد تردد الموجة الحاملة:

توتر الموجة الحاملة: $u_1(t) = 6 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$ وبالتالي: $2\pi F_p = 4 \cdot 10^5 \pi$ ترددها هو:

$$F_p = 2 \cdot 10^5 Hz \Rightarrow F_p = 200 kHz$$

2- اختيار الجواب الصحيح:

الوسع القصوي للموجة المضمّنة هو: ب- $4,2 V$

$$U_{m \max} = 3(1 + 0,4) \Rightarrow U_{m \max} = 4,2 V$$

3- هل تحققت شروط تضمين جيد؟

الشرط الأول: $F_p \geq 10 f_s$

لدينا: $2\pi f_s = 8 \cdot 10^3 \pi$ أي: $f_s = 4 kHz$ $\Rightarrow f_s = 4 kHz$

* إذن الشرط الأول $F_p = 200 kHz \geq 10 \cdot f_s = 40 kHz$ تحقق.

الشرط الثاني: $m = \frac{S_m}{U_0} < 1$ أي: $S_m < U_0$

لدينا حسب تعبير $u_s(t)$: $u_s(t) = 3[1 + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t)] \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$

$$U_0 = 1V \text{ و } S_m = 0,4V$$

*إذن: الشرط الثاني: $S_m < U_0$ تحقق، نستنتج ان التضمين جيد.

4-تعبير $u_S(t)$ على شكل ثلاث دوال جيبية:

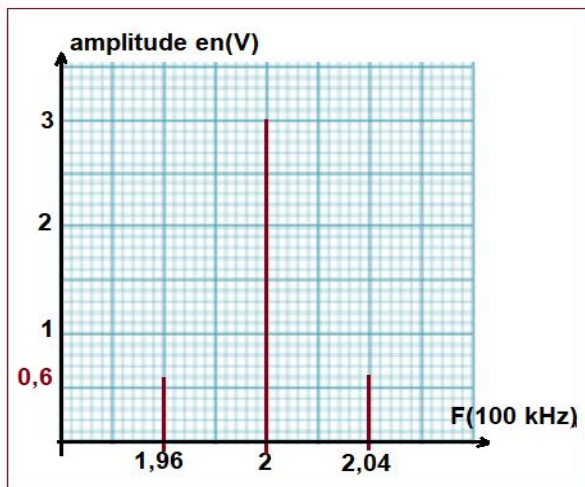
$$u_S(t) = 3[1 + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t)] \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$$

$$u_S(t) = 3 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t) + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t) \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$$

$$\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)] \quad \text{لدينا:}$$

$$u_S(t) = 3 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t) + 1,2 \times \frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{8 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^5}{2} \pi \cdot t\right) + \cos\left(\frac{8 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^5}{2} \pi \cdot t\right) \right]$$

$$u_S(t) = 3 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t) + 0,6 \cdot \cos(4,08 \cdot 10^5 \pi \cdot t) + 0,6 \cdot \cos(3,92 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$$



تمثيل طيف الترددات بالسلم: الوسع: 1 cm/V رأسيا و التردد: $1 \text{ cm}/0,04 \cdot 10^2 \text{ kHz}$ أفقيا.

5-التحقق ما إذا كانت دائرة الانتقاء من استقبال الموجة

المضمّنة السابقة:

لكي تلتقط الدارة LC الموجة يجب ان يتوافق ترددها الخاص

مع تردد هذه الموجة أي: $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,6 \times 2 \cdot 10^{-6}}} \Rightarrow f_0 \approx 145,3 \text{ Hz}$$

نلاحظ أن: $f_0 < F_P = 2 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ إذن لا يمكن لهذه الدارة من التقاط الموجة المضمّنة.

الميكانيك

الجزء الأول: حركة متزلج

1-المرحلة الأولى: حركة المتزلج على المستوى المائل

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v ل G تكتب:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f}{m} + g \cdot \sin\alpha - \frac{F}{m} \cdot \cos(\beta - \alpha) = 0$$

المجموعة المدروسة: {المتزلج}

جرد القوى:

\vec{P} : وزن المتزلج \vec{F} : قوة جر الحبل \vec{R} : تأثير السطح مع: $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f} \Rightarrow \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

نعتبر المعلم $(\vec{0}; \vec{i}_1; \vec{j}_1)$ المرتبط بمرجع أرضي معلما غاليليا، نطبق القانون الثاني لنيوتن نكتب:

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G \quad (1)$$

الاسقاط على المحور Ox :

$$P_x + F_x + R_x = m \cdot a_x$$

$$-P \cdot \sin \alpha + F \cdot \cos(\beta - \alpha) - f = m \cdot a$$

$$-m \cdot g \cdot \sin \alpha + F \cdot \cos(\beta - \alpha) - f = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f}{m} + g \cdot \sin \alpha - \frac{F}{m} \cdot \cos(\beta - \alpha) = 0$$

1-2-1- التحديد المباني لقيمة التسارع a :

يمثل مبيان الشكل 2 دالة خطية معادلتها تكتب: $v = a \cdot t$ حيث معاملها الموجه

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,5-0}{1-0} = 0,5 \text{ m.s}^{-2}$$

وبالتالي تسارع G هو: $a = 0,5 \text{ m.s}^{-2}$

1-2-2- تحديد F :

حسب العلاقة: $-P \cdot \sin \alpha + F \cdot \cos(\beta - \alpha) - f = m \cdot a$ نحصل على تعبير F :

$$F = \frac{m \cdot (a + g \cdot \sin \alpha) + f}{\cos(\beta - \alpha)}$$

$$F = \frac{60 \times (0,5 + 9,8 \times \sin 23) + 80}{\cos(60 - 23)} \Rightarrow F = 425,4 \text{ N}$$

ت.ع:

1-3- تحديد قيمة k :

لدينا: $\|\vec{R}_T\| = k \cdot \|\vec{R}_N\|$ أي: $f = k \cdot R_N$ وبالتالي: $k = \frac{f}{R_N}$

لتحديد R_N نسقط العلاقة (1) على المحور Oy :

$$P_y + F_y + R_y = m \cdot a_y$$

$$-m \cdot g \cdot \cos \alpha + F \sin(\beta - \alpha) + R_N = 0$$

$$R_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha - F \sin(\beta - \alpha)$$

$$k = \frac{f}{m \cdot g \cdot \cos \alpha - F \sin(\beta - \alpha)}$$

نعوض R_N في تعبير k :

$$k = \frac{80}{60 \times 9,8 \times \cos(23) - 425,4 \times \sin(60 - 23)} \Rightarrow k = 0,28$$

2-المرحلة الثانية: مرحلة القفز

1-2- إثبات التعبير العددي للمعادلتين الزميتين $x(t)$ و $y(t)$:

يخضع المتزلج في هذه المرحلة لوزنه فقط

نعتبر المعلم $(\vec{r}; \vec{t}; S)$ المرتبط بمرجع أرضي معلما غاليليا ونطبق القانون الثاني لنيوتن، نكتب:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g} \quad (2)$$

حسب الشروط البدئية:

$$\vec{V}_S \begin{cases} V_{Sx} = V_S \cdot \cos\alpha \\ V_{Sy} = V_S \cdot \sin\alpha \end{cases} \quad \vec{SG}_0 \begin{cases} x_S = 0 \\ y_S = 0 \end{cases}$$

إسقاط العلاقة (2) على المحورين Sx و Sy :

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V}_G \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = V_{Sx} \\ V_y = -gt + V_{Sy} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}_G \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = V_S \cdot \cos\alpha \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -gt + V_S \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{SG} \begin{cases} x(t) = V_S \cdot \cos\alpha \cdot t + x_S \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_S \cdot \sin\alpha \cdot t + y_S \end{cases} \Rightarrow \vec{SG} \begin{cases} x(t) = V_S \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + V_S \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases} \Rightarrow$$

$$x(t) = 10 \times \cos(23^\circ) \Rightarrow x(t) = 9,2 t \quad \text{ت.ع.}$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} \times 9,8 t^2 + 10 \times \sin(23^\circ) t \Rightarrow y(t) = -4,9 t^2 + 3,9 t$$

2-2- استنتاج معادلة المسار:

$$x = 9,2 t \Rightarrow t = \frac{x}{9,2}$$

$$y = -4,9 \left(\frac{x}{9,2}\right)^2 + 3,9 \left(\frac{x}{9,2}\right) \Rightarrow y = -5,8 \cdot 10^{-2} x^2 + 0,42 x$$

2-3- إيجاد المسافة SB للقفز:

$$y_B = -SB \cdot \sin\theta \quad \text{و} \quad x_B = SB \cdot \cos\theta \quad (3) \quad \text{إحداثيات النقطة } B \text{ هما:}$$

$$\frac{y_B}{x_B} = \frac{-SB \cdot \sin\theta}{SB \cdot \cos\theta} = -\tan\theta \quad (4) \quad \text{أي:}$$

$$\text{معادلة المسار تكتب: } y_B = -5,8 \cdot 10^{-2} x_B^2 + 0,42 x_B$$

$$y_B = x_B(-5,8 \cdot 10^{-2} x_B + 0,42) \Rightarrow \frac{y_B}{x_B} = -5,8 \cdot 10^{-2} x_B + 0,42$$

باستعمال العلاقة (3) ثم العلاقة (4) نكتب:

$$-5,8 \cdot 10^{-2} x_B + 0,42 = -\tan\theta \Rightarrow 5,8 \cdot 10^{-2} \cdot SB \cdot \cos\theta - 0,42 = \tan\theta$$

$$SB = \frac{\tan\theta + 0,42}{5,8 \cdot 10^{-2} \cos\theta}$$

$$SB = \frac{\tan(45^\circ) + 0,42}{5,8 \cdot 10^{-2} \cos(45^\circ)} \Rightarrow SB = 34,6 m \quad \text{ت.ع.}$$

الجزء الثاني: حركة نواس بسيط

1-1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس بدلالة m و θ و ℓ و g :

حسب تعريف طاقة الوضع الثقالية: $E_{pp}(z) = m \cdot g \cdot z + cte$

باختيار المستوى الأفقي المار من S مرجعا لطاقة الوضع الثقالية نكتب: $E_{pp}(0) = 0$

أي: $cte = 0$

لدينا: $z = \ell - \ell \cdot \cos\theta = \ell(1 - \cos\theta)$ وبالتالي: $E_{pp} = m \cdot g \cdot \ell(1 - \cos\theta)$

بما أن: $\theta_m = 8^\circ < 15^\circ$ فإن وسع التذبذبات صغير نأخذ: $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

تعبير E_{pp} يصبح: $E_{pp} = m \cdot g \cdot \ell \left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \Rightarrow E_{pp} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$

1-2- تحديد الطاقة الميكانيكية E_m للنواس:

حسب تعريف الطاقة الميكانيكية:

$$E_m = E_C + E_{pp} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$$

عند النقطة A لدينا: $\theta = \theta_m$ و $\dot{\theta} = 0$ الطاقة الميكانيكية تكتب:

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_m^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^{-3} \times 9,81 \times 24,8 \cdot 10^{-2} \times \left(8^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \right)^2 \Rightarrow E_m = 4,74 \cdot 10^{-4} J \quad \text{ت.ع:}$$

1-3- المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي $\theta(t)$:

بإهمال الاحتكاكات، فإن الطاقة الميكانيكية تبقى ثابتة $E_m = cte$ أي: $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$E_m = E_C + E_{pp} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{dE_C}{dt} + \frac{dE_{pp}}{dt} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \frac{d\dot{\theta}^2}{dt} + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \frac{d\theta^2}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot 2\dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot 2\theta \cdot \dot{\theta} = 0 \Rightarrow m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta} \left(\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \cdot \theta \right) = 0$$

بما أن: $m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta} \neq 0$ فإن المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{\ell} \cdot \theta(t) = 0$$

1-2- تعبیر الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

-التحقق من بعد الزمن للدور الخاص:

$$[T_0] = \left(\frac{[\ell]}{[g]} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{باستعمال معادلة الابعاد:}$$

$$\begin{cases} [\ell] = L \\ [g] = L \cdot T^{-2} \end{cases} \Rightarrow [T_0] = \left(\frac{L}{L \cdot T^{-2}} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow [T_0] = (T^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow [T_0] = T$$

نستنتج أن للدور الخاص بعدا زمنيا.

2-2- حساب T_0 :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{24,8 \cdot 10^{-2}}{9,81}} = 0,999 \text{ s} \Rightarrow T_0 \approx 1 \text{ s}$$

-استنتاج عدد الإشارات الصوتية n المرسله خلال المدة Δt :

المدة الزمنية للنواس خلال انتقاله من A إلى B هي نصف دور أي: $t' = \frac{T_0}{2} = 0,5 \text{ s}$

لدينا: $\Delta t = nt'$ أي: $n = \frac{\Delta t}{t'} \leftarrow n = \frac{10,25}{0,5} \Rightarrow n = 20,5$

3- إثبات ان تعبير السرعة الزاوية هو: $\dot{\theta}(t) = \pm \dot{\theta}_s \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$

تعبير E_m هو: $E_m = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$

عند النقطة S نكتب: $\theta = 0$ والسرعة الزاوية تكون قصوية $\dot{\theta} = \dot{\theta}_s$ ، الطاقة الميكانيكية تكتب:

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_s^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_s^2 = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$$

$$\dot{\theta}_s^2 = \dot{\theta}^2 + \frac{g}{\ell} \cdot \theta^2 \Rightarrow \dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_s^2 - \frac{g}{\ell} \cdot \theta^2 \Rightarrow \dot{\theta} = \pm \sqrt{\dot{\theta}_s^2 - \frac{g}{\ell} \cdot \theta^2}$$

$$\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_s \sqrt{1 - \frac{g}{\ell} \cdot \frac{\theta^2}{\dot{\theta}_s^2}}$$

حسب انحفاظ E_m :

$$\begin{cases} E_m = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_m^2 \\ E_m = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_s^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_m^2 = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_s^2 \Rightarrow \frac{g}{\ell} = \frac{\dot{\theta}_s^2}{\theta_m^2}$$

$$\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_s \sqrt{1 - \frac{\dot{\theta}_s^2}{\theta_m^2} \cdot \frac{\theta^2}{\dot{\theta}_s^2}} \Rightarrow \dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_s \sqrt{1 - \frac{\theta^2}{\theta_m^2}}$$

نستنتج:

$$\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_s \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$$