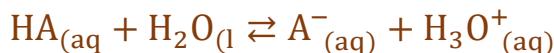


#### الكيمياء

##### 1- دراسة محلول مائي لحمض HA

1-1- كتابة معادلة تفاعل الحمض HA مع الماء:



1-2- حساب نسبة التقدم النهائي τ للتفاعل:

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HA_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	$C \cdot V$	وغير	0	0
خلال التحول	$x$	$C \cdot V - x$	وغير	$x$	$x$
الحالة النهائية	$x_{eq}$	$C \cdot V - x_{eq}$	وغير	$x_{eq}$	$x_{eq}$

حسب الجدول الوصفي لدينا:

$$n_f(H_3O^+) = x_{eq} \Rightarrow [H_3O^+]_f = \frac{x_{eq}}{V} \Rightarrow x_{eq} = [H_3O^+]_f \cdot V = 10^{-pH} \cdot V$$

المتفاعل المحسد هو الحمض (لأن الماء مستعمل بوفرة):

$$C \cdot V - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C \cdot V$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V}{C \cdot V} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

$$\tau = \frac{10^{-3,44}}{10^{-2}} = 3,63 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \tau \approx 3,6\% \quad \text{ت.ع.}$$

استنتاج النوع المهيمن:

$$[H_3O^+]_f = [A^-]_f = \frac{x_{eq}}{V} \quad \text{لدينا:}$$

$$C = [AH]_f - [A^-]_f \quad \text{أي:} \quad [AH]_f = \frac{C \cdot V - x_{eq}}{V} = C - \frac{x_{eq}}{V} = C - [A^-]_f \quad \text{و}$$

$$\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{1}{\frac{C}{[H_3O^+]_f} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{[H_3O^+]_f} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\tau} - 1} = \frac{\tau}{1 - \tau}$$

$$\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{3,63 \cdot 10^{-2}}{1 - 3,63 \cdot 10^{-2}} = 0,038 \Rightarrow \frac{[A^-]_f}{[AH]_f} < 1 \quad \text{ت.ع.}$$

وبالتالي النوع المهيمن هو الحمض HA.

3- تعبير  $pK_A$  بدلالة C و pH:

$$Q_{r,eq} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [A^-]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}} \quad \text{لدينا:}$$

$$\begin{cases} Q_{r,eq} = K_A \\ pK_A = -\log K_A \end{cases} \Rightarrow pK_A = -\log Q_{r,eq} = -\log \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

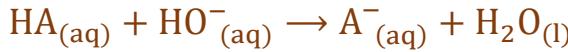
$$pK_A = -\log 10^{-2pH} + \log(C - 10^{-pH})$$

$$pK_A = 2pH + \log(C - 10^{-pH})$$

ت.ع:

$$pK_A = 2 \times 3,44 + \log(10^{-2} - 10^{-3,44}) \Rightarrow pK_A \approx 4,86$$

1-4-1- معادلة التفاعل بين  $\text{HA}$  و  $\text{HO}^-$ :



1-4-2- قيمة الحجم  $V_B$  عندما يكون  $\text{pH} = 5,50$

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$\text{HA}_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightleftharpoons \text{A}^-_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	$C \cdot V$	وغير	0	0
خلال التحول	$x$	$C \cdot V - x$	وغير	$x$	$x$
الحالة النهائية	$x_{eq}$	$C \cdot V - x_{eq}$	وغير	$x_{eq}$	$x_{eq}$

لدينا حسب الجدول الوصفي:

$$[\text{AH}]_f = \frac{C \cdot V_A - x_f}{V_A + V_B} \quad \text{و} \quad [\text{A}^-]_f = \frac{x_f}{V_A + V_B}$$

$$\text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{\frac{x_f}{V_A + V_B}}{\frac{C \cdot V_A - x_f}{V_A + V_B}} \quad \text{أي:} \quad \text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{[A^-]_f}{[\text{AH}]_f} \quad \text{لدينا العلاقة:}$$

$$\text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{x_f}{C \cdot V_A - x_f}$$

لدينا:  $V_B < V_A = 20 \text{ mL}$  قبل التكافؤ يكون المتفاعل المحد هو المعاير ( $\text{HO}^-$ ).

تحديد التقدم الأقصى:

$$x_{max} = C \cdot V_B \quad \text{أي:} \quad C \cdot V_B - x_{max} = 0$$

$$\text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{x_{max}}{C \cdot V_A - x_{max}} = \text{pK}_A + \log \frac{C \cdot V_B}{C \cdot V_A - C \cdot V_B}$$

$$\text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{V_B}{V_A - V_B} = \text{pK}_A - \log \frac{V_A - V_B}{V_B} = \text{pK}_A - \log \left( \frac{V_A}{V_B} - 1 \right)$$

$$\log \left( \frac{V_A}{V_B} - 1 \right) = \text{pK}_A - \text{pH} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} - 1 = 10^{\text{pK}_A - \text{pH}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 1 + 10^{\text{pK}_A - \text{pH}}$$

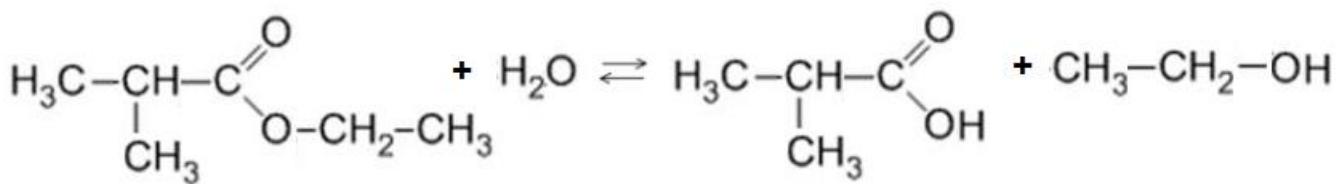
$$V_B = \frac{V_A}{1 + 10^{\text{pK}_A - \text{pH}}}$$

ت.ع:

$$V_B = \frac{20}{1 + 10^{4,86 - 5,50}} = 16,27 \text{ mL} \Rightarrow V_B \approx 16,3 \text{ mL}$$

## 2-حلماة إستر

2-1- معادلة التفاعل، باستعمال الصيغ نصف المنشورة:



## 2-2-التحديد المباني لزمن نصف التفاعل: $t_{1/2}$

حسب تعريف زمن نصف التفاعل لدينا عند اللحظة  $t = t_{1/2}$  يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية أي:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		<i>ester + eau <math>\rightleftharpoons</math> acide + alcool</i>			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$x = 0$	$n_0$	$n_0$	0	0
الحالة النهائية	$x_f$	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	$x_f$	$x_f$

كمية مادة الاستر المتبقية في الحالة النهائية هي:  $n_f(\text{ester}) = n_0 - x_f$

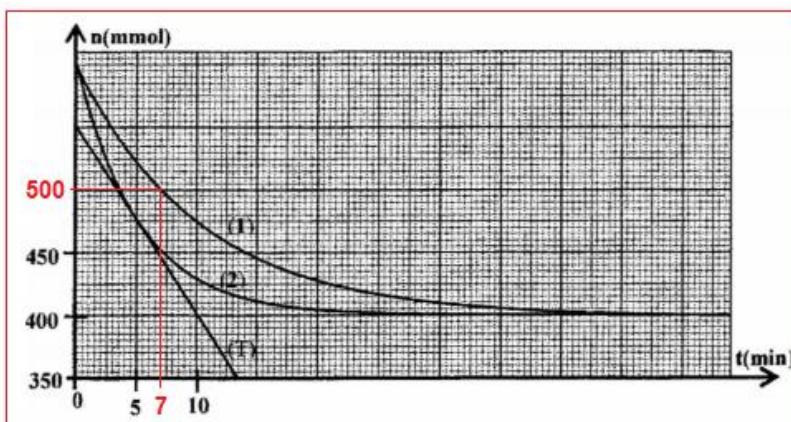
$$x_f = n_0 - n_f(\text{ester}) \quad \text{أي:}$$

باستعمال المبيان:  $n_f(\text{ester}) = 400 \text{ mmol}$  و  $n_0 = 600 \text{ mmol}$

$$x_f = \frac{x_f}{2} = 100 \text{ mmol} \quad \text{وبالتالي: } x_f = 600 - 400 = 200 \text{ mmol}$$

$$n_{t_{1/2}}(\text{ester}) = n_0 - x(t_{1/2}) = 600 - 100 = 500 \text{ mmol}$$

بالإسقاط على المنحنى 1 (أنظر الشكل أسفله) نحدد قيمة زمن نصف التفاعل فنجد:  $t_{1/2} = 7 \text{ min}$



## 3-التعرف على المنحنى المواافق لتفاعل الحلماة المنجز بدون استعمال حفاز:

نعلم أن الحفاز يؤدي إلى تسريع التفاعل، بالنسبة للمنحنى (1) مدة التفاعل تقارب  $\Delta t = 40 \text{ min}$  بينما تمثل هذه المدة بالنسبة للمنحنى (2)  $\Delta t' = 25 \text{ min}$ .

نستنتج المنحنى (1) يواافق التفاعل المنجز بدون استعمال حفاز.

3-تحديد السرعة الحجمية لتفاعل عند اللحظة  $t_1 = 5 \text{ min}$

حسب تعريف السرعة الحجمية:

$$v(t) = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{dx}{dt}$$

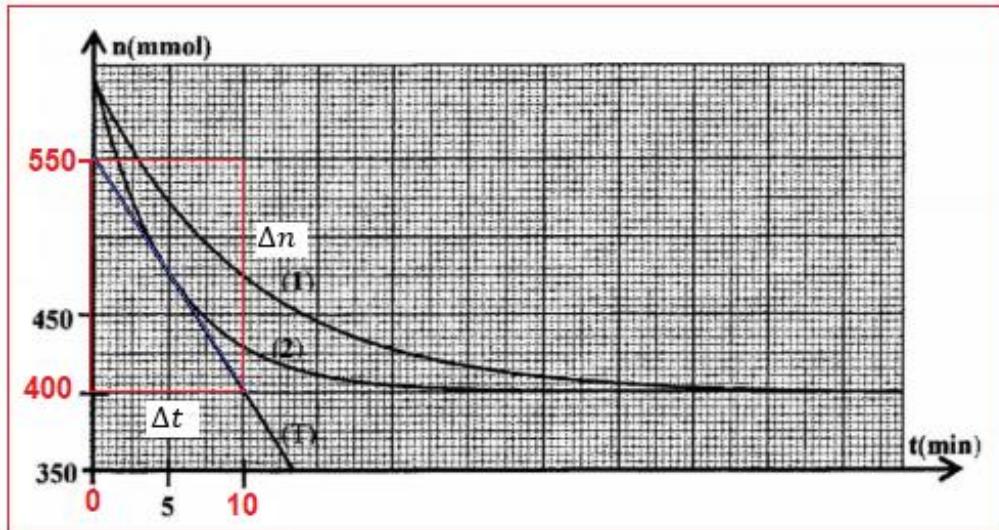
لتعبر عن سرعة التفاعل بدلالة  $n$  كمية مادة الأستر المتبقى، حسب الجدول الوصفي:

$$x = n_0 - n(E) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 0 - \frac{dn}{dt}$$

$$v(t) = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{dn}{dt}$$

$$v(t_1) = -\frac{1}{V_0} \cdot \left( \frac{\Delta n}{\Delta t} \right)_{t_1}$$

$$v(t_1) = -\frac{1}{71 \cdot 10^{-3} L} \times \left[ \frac{(550 - 400) \times 10^{-3} \text{ mol}}{0 - 10 \text{ min}} \right] \Rightarrow v(t_1) \approx 0,21 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$



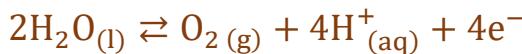
### 3- التحليل الكهربائي للماء

3-1- عدد الاقتراحات الصحيحة هي 3 (أ-ب-د)

- أ-الإلكترود المرتبط بالقطب الموجب للمولد هو الأنود.  
 ب- التحول القسري تفاعل يتم في المنحى المعاكس للتحول التلقائي.  
 ج- خلال اشتغال محلل الكهربائي، يحدث اختزال عند الأنود.  
 د- يخرج التيار الكهربائي من محلل الكهربائي من الكاتود.

3-2- كتابة معادلة التفاعل الذي يحدث عند الأنود:

بجوار هذا الإلكترود تحدث أكسدة لجزيئه الماء فيتكون غاز  $O_2$  ، حسب المعادلة:



3-3- تعبير حجم غاز  $O_2$  بدلالة  $I$  و  $V_m$  و  $N_A$  و  $e$  و  $t$  :

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		كمية مادة الألكترونات المنتقلة				
الحالات المجموعة	القدم	كميات المادة ب (mol)				
البدئية	0	بوفرة	0	بوفرة	----	$n(e^-) = 0$
عند اللحظة $t$	$x$	بوفرة	$x$	بوفرة	----	$n(e^-) = 4x$

$$n(O_2) = x \text{ و } n(e^-) = 4x$$

حسب الجدول الوصفي لدينا:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = n(e^-) \cdot F \\ Q = I \cdot t \end{array} \right. \Rightarrow n(e^-) \cdot F = I \cdot t \Rightarrow 4x \cdot F = I \cdot t \Rightarrow x = \frac{I \cdot t}{4F}$$

$$V(O_2) = V_m \cdot x = \frac{I \cdot t \cdot V_m}{4F} \quad \text{أي: } n(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m}$$

يمثل الفارادي القيمة المطلقة لشحنة مول واحد من الإلكترونات نكتب:  
نستنتج العلاقة:

$$V(O_2) = \frac{I \cdot t \cdot V_m}{4N_A \cdot e}$$

$$V(O_2) = \frac{0,2 \times 8 \times 60 \times 24}{4 \times 6,02 \cdot 10^{-23} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,98 \cdot 10^{-3} \text{ L} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ L}$$

$$V(O_2) \approx 6 \text{ mL}$$

## الفيزياء

### التمرين 1: التحولات النووية

#### 1- النشاط الإشعاعي $\alpha$ للراديوم

##### 1-1-تعريف طاقة الربط لنواة:

هي الطاقة التي يجب إعطاؤها لنواة في حالة سكون لفصل نوياتها وتبقى في سكون.

1-2- اختيار الاقتراح الصحيح:  
الاقتراح الصحيح هو ج.

خطأ (ليس لهما نفس عدد البروتونات)

أ- الراديوم والرادون نظيران.

خطأ (تحتوي نواة الراديوم على 138 نوترون و

88 بروتون).

ج- بعد مرور المدة  $3t_{1/2}$  يتبقى 12,5 % من نوى الراديوم البدئية.

$$N(3t_{1/2}) = 12,5\% N_0 \quad \text{إذن: } \frac{N(3t_{1/2})}{N_0} = e^{-\frac{3t_{1/2} \cdot \ln 2}{t_{1/2}}} = e^{\ln 2 \cdot -3} = \frac{1}{2^3} = 0,125 = 12,5\%$$

د- العلاقة بين عمر النصف  $t_{1/2}$  و ثابتة النشاط الإشعاعي هي:  $t_{1/2} = \lambda \cdot \ln 2$ . خطأ

#### 1-3- إثبات $1\text{Ci} \approx 3,73 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

لنحدد نشاط عينة من الراديوم 226 كتلتها غرام واحد:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{\lambda \cdot N}{m} \\ N = \frac{m}{M} \cdot N_A \end{array} \right. \Rightarrow a = \frac{\lambda \cdot m \cdot N_A}{M}$$

$$a = \frac{1,4 \cdot 10^{-11} \times 1 \times 6,02 \cdot 10^{23}}{226} \Rightarrow a = 3,73 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

ت.ع: 1-4- تحديد نشاط عينة من الراديوم كتلتها 1g عند يونيو 2018

$$a = a_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

ت.ع:

$$a = 3,73 \cdot 10^{10} \times e^{-1,4 \cdot 10^{-11} \times (218 - 1898) \times 365,25 \times 24 \times 3600} = 3,537 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

$$a \approx 3,54 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

1-5-حساب الطاقة الناتجة عن تفتق نواة واحدة من الراديوم:

معادلة التفتق تكتب:



تعبير الطاقة الناتجة:  $|\Delta E| = |E_l(^{226}_{88}\text{Ra}) - E_l(^{222}_{86}\text{Rn}) - ^4_2\text{He}|$

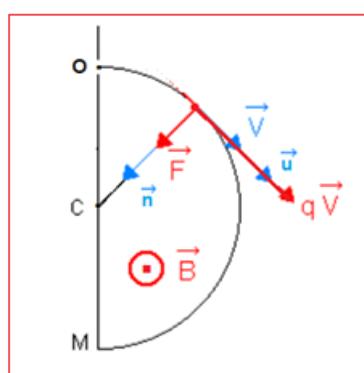
ت.ع:  $|\Delta E| = |1,7311 \cdot 10^3 - 1,7074 \cdot 10^3 - 28,4| = |-4,7\text{MeV}|$

$$|\Delta E| = 4,7 \text{ MeV}$$

## 2-حركة الدقيقة $\alpha$ في مجال مغناطيسي منتظم

2-1-طبيعة حركة الدقيقة  $\alpha$ :

المجموعة المدرسة:  $\{\alpha\}$  الدقيقة



جرد القوى: تخضع الدقيقة بعد إهمال وزنها إلى قوة لورنتز  $\vec{F}$  حيث:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$q = +2e \quad \text{مع:} \quad m \cdot \vec{a} = q \vec{V} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{a} = \frac{2e}{m} \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$

$$a = \frac{2e}{m} \cdot V \cdot B \cdot \sin(90^\circ) = \frac{2e}{m} \cdot V \cdot B \quad (1)$$

$$\begin{cases} a_T = \frac{dV}{dt} \\ a_N = \frac{V^2}{\rho} \end{cases} \quad \text{إحداثيات متوجهة التسارع} \vec{a} \text{ في أساس فريني هما:}$$

لدينا:  $\vec{V} \perp \vec{a}$  في أساس فريني  $(\vec{V}, \vec{n}, \vec{u})$   $M$  متوجهة السرعة تكتب:  $\vec{u} = V \cdot \vec{u}$  ومنه فإن  $\vec{u} \perp \vec{a}$

أي أن:  $a_T = 0$  إذن:  $V = V_0 = \text{cte}$  السرعة ثابتة ← الحركة منتظمة

تسارع الدقيقة منظمي أي:  $a = a_N = \frac{V^2}{\rho}$  باستعمال العلاقة (1)

$$\frac{V_0^2}{\rho} = \frac{2e}{m} \cdot V_0 \cdot B \Rightarrow \rho = \frac{V_0 \cdot m}{2e \cdot B} = \text{cte}$$

$\rho = \text{cte}$  الشعاع ثابت ← المسار دائري

نستنتج ان حركة الدقيقة دائرية منتظمة.

2-2-تعبير المسافة:  $OM$

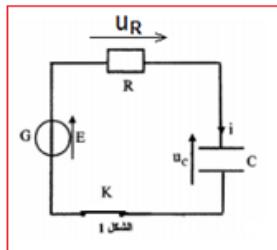
$$OM = 2R = \frac{2V_0 \cdot m(\alpha)}{2e \cdot B} = \frac{V_0 \cdot m(\alpha)}{e \cdot B}$$

لدينا:

$$OM = \frac{1,5 \cdot 10^7 \times 6,6447 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,5} = 0,415 \text{ m}$$

$$OM = 41,5 \text{ cm}$$

التمرين 2: الكهرباء



I-استجابة ثنائي القطب  $RC$  لرتبة توتر

إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_C$ :

حسب قانون إضافية التوترات:  $E = u_R + u_C$

حسب قانون اوم:  $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$  مع:  $u_R = R \cdot i$

$$RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

2-تحديد  $E$ :

يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات  $u_C$  بدلالة  $\frac{du_C}{dt}$ .

المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C + \frac{E}{R \cdot C} \quad (2)$$

المنحنى عبارة عن دالة تآلفية معادلتها تكتب:  $\frac{du_C}{dt} = au_C + b$

المعامل الموجه للمنحنى:  $a = -\frac{1}{R \cdot C}$

$$a = \frac{\Delta \frac{du_C}{dt}}{\Delta u_C} = \frac{6 \times 5.10^4 - 0}{0 - 6} = -5.10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$a = -\frac{1}{R \cdot C} \Rightarrow R \cdot C = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{(-5.10^4)} = 2.10^{-5} \text{ s}$$

3-الأرتب  $b = \frac{E}{R \cdot C}$  عند الأصل:

عند  $u_C = 0$  لدينا مبيانا:  $\frac{du_C}{dt}(0) = 6 \times 5.10^4 = 3.10^3 \text{ V.s}^{-1}$

المعادلة (2) تكتب:  $E = R \cdot C \cdot b$  أي:  $\frac{du_C}{dt}(0) = b = \frac{E}{R \cdot C}$

$$E = 2.10^{-5} \text{ s} \times 3.10^5 \text{ V.s}^{-1} = 6 \text{ V}$$

التحقق من قيمة  $C$ :

لدينا:  $C = \frac{2.10^{-5}}{3.10^3} = 10.10^{-9} \text{ F}$  أي:  $R \cdot C = 2.10^{-5} \text{ s}$

$$C = 10 \text{ nF}$$

3-تحديد قيمة  $\rho$  المردود الطاقي لعملية الشحن:

لدينا:  $\rho = \frac{E_e}{E_g}$

مع:  $E_e = \frac{1}{2} C \cdot E^2$  في النظام الدائم:  $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$  ومنه:  $u_C = E$

$$E_g = C \cdot E^2$$

$$\rho = \frac{\frac{1}{2} C \cdot E^2}{C \cdot E^2} = 0,5$$

$$\rho = 50 \%$$

II- استجابة ثنائي القطب  $RL$  لرتبة توتر:

1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تتحققها  $i(t)$ :

حسب قانون إضافية التوترات:  $E = u_b + u_{R_1}$

حسب قانون اوم:  $u_{R_1} = R_1 \cdot i$  و  $u_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$

$$E = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R_1 \cdot i \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + (R_1 + r) \cdot i = E$$

$$\frac{L}{R_1 + r} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_1 + r}$$

2- تحديد قيمة  $R_1$ :

في النظام الدائم المعادلة التفاضلية تكتب:  $R_1 + r = \frac{E}{I_0}$  ومنه:  $I_0 = i = \frac{E}{R_1 + r}$

وبالتالي:  $R_1 = \frac{E}{I_0} - r$

مبيانيا نجد:  $I_0 = 50 \text{ mA}$

$$R_1 = \frac{6}{50 \cdot 10^{-3}} - 20 = 100 \Omega$$

التحقق من قيمة  $L$ :

حسب تعريف ثابتة الزمن لثنائي القطب  $RL$ :

$$\tau = \frac{L}{R_1 + r} \Rightarrow L = \tau(R_1 + r)$$

مبيانيا نجد:  $\tau = 2,5 \text{ ms}$

$$L = 2,5 \cdot 10^{-3} \times (100 + 20) = 0,3 \text{ H}$$

3- حساب التوتر بين مربعي الوشيعة في النظام الدائم:

$u_b = r \cdot I_0$  في النظام الدائم يكون:  $u_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$  وبالتالي:  $\frac{di}{dt} = 0$  ومنه:  $i = I_0 = \text{cte}$

$$u_b = 20 \times 50 \cdot 10^{-3} = 1 \text{ V}$$

4- قيمة شدة التيار مباشرة بعد فتح قاطع التيار  $K$ :

بما ان شدة التيار دالة متصلة، فإن لشدة التيار  $i(t)$  نفس القيمة بعد فتح قاطع التيار مباشرة أى:

$$i(0) = I_0 = 50 \text{ mA}$$

2- قيمة  $\frac{di(t)}{dt}$  عند اللحظة  $0$ :

نجد المعادلة التفاضلية التي تتحققها شدة التيار:

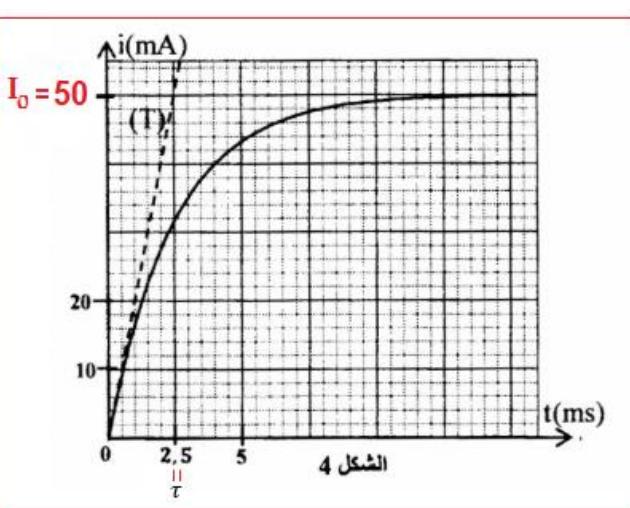
حسب قانون إضافية التوترات:  $u_b + u_{R_1} + u_{R_2} + u_D = 0$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + 0 = 0$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (r + R_1 + R_2) \cdot i = 0 \Rightarrow \frac{L}{R_1 + R_2 + r} \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0$$

$$\frac{di(t)}{dt} = - \frac{R_1 + R_2 + r}{L} \cdot i(t)$$

عند  $t = 0$  لدينا:  $i(0) = I_0 = 50 \text{ mA}$  ومنه:



$$\frac{di(0)}{dt} = -\frac{R_1 + R_2 + r}{L} \cdot i(0) = -\frac{100 + 2.10^3 + 20}{0,3} \times 50.10^{-3} = -353,3 \text{ A.s}^{-1}$$

قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند فتح الدارة (أي عند  $t = 0$ )

$$u_b + u_{R_1} + u_{R_2} + u_D = 0 \Rightarrow u_b = -(u_{R_1} + u_{R_2} + u_D)$$

$$u_b(t) = -(R_1 + R_2) \cdot i(t)$$

$$u_b(0) = -(R_1 + R_2) \cdot i(0)$$

عند  $t = 0$

$$u_b(0) = -(100 + 2.10^3) \times 50.10^{-3} = -105 \text{ V}$$

### III- المتذبذب RLC في النظام القسري

1- قيمة التردد عند الرنين:

عند الرنين تكون الممانعة دنوية.

مثباً نجد:  $N_0 = 500 \text{ Hz}$  أي:  $N = N_0 = 0,5 \text{ kHz}$

2- حساب  $C_1$  سعة المكثف:

$$C_1 = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 \cdot L} \quad \text{أي: ومنه: } L\omega = \frac{1}{C_1 \cdot \omega}$$

$$C_1 = \frac{1}{4 \times 10 \times 500^2 \times 0,3} = 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

$$C_1 \approx 0,33 \mu\text{F}$$

3- استنتاج عرض المنطقة الممقرة  $\Delta N$  :

لدينا:  $U = Z \cdot I \quad (1)$

عند الرنين يكون:  $I_0 = I\sqrt{2}$  مع:  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$  أي:  $U = (R_3 + r) \cdot I_0$

$$U = (R_3 + r) \cdot I\sqrt{2} \quad (2)$$

بمقارنة العلاقتين (1) و (2) نكتب:

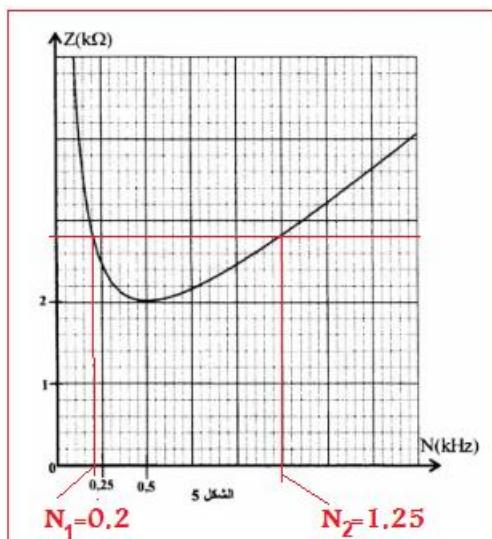
$$Z = (R_3 + r)\sqrt{2} \quad \text{ت.ع:}$$

$$Z \approx 2,8 \text{ k}\Omega$$

باستعمال مثباً نجد  $Z = 2,8 \text{ k}\Omega$  (أنظر الشكل جانبه) عند  $r = 20 \text{ }\Omega$  قيمتين للتردد هما:

$$N_2 = 1,25 \text{ Hz} \quad \text{و} \quad N_1 = 0,2 \text{ kHz}$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = 1,25 - 0,2 = 1,05 \text{ kHz} \quad \text{وبالتالي:}$$



### التمرين 3: الميكانيك

الجزء I: دراسة حركة جسم صلب في الهواء وفي سائل

1- دراسة حركة مركز القصور G في الهواء

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تتحققها السرعة  $v_z$  لمركز القصور G:

المجموعة المدروسة: {الجسم الصلب (S)}

السباح في سقوط حر فهو يخضع لقوة واحدة، وزنه

جرد القوى:  $\vec{P}$  وزن السباح

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:  $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$  أي:

$$\vec{a}_G = \vec{g}$$

الإسقاط على المحور  $z$ :  $a_z = g \Rightarrow \frac{dv_z}{dt} = g$

1- تحديد  $t_e$  مدة السقوط:

حركة  $G$  مستقيمية متغيرة بانتظام:

معادلة السرعة:  $V_z = g \cdot t + V_0$  مع:  $V_0 = 0$  (السباح سقط بدون سرعة بدئية)

المعادلة الزمنية:  $z_0 = \frac{1}{2}g \cdot t^2 + z_0$  مع:  $z_0 = 0$  (أنسوب  $G$  منطبق مع أصل المعلم عند  $0$ )

نحصل على:  $z = \frac{1}{2}g \cdot t^2$  عندما يصل  $G$  إلى سطح الماء نكتب:  $h = \frac{1}{2}g \cdot t_e^2$  ومنه:

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

ت.ع:

$$t_e = \sqrt{\frac{2 \times 10}{10}} = 1,4 \text{ s}$$

استنتاج سرعة وصول  $G$  إلى سطح الماء:

لدينا تعبير السرعة هو:  $V_e = g \cdot t_e$  عند سطح الماء يصبح تعبير السرعة:

$$V_e = 10 \times 1,4 = 14 \text{ m.s}^{-1}$$

2- دراسة الحركة الرئيسية لمركز القصور  $G$  في الماء

2-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة  $V_z$  لـ  $G$ :

يخضع السباح بالإضافة للقوى التالية:

$\vec{P}$ : وزنه

$\vec{f}$ : قوة الاحتكاك المائي

$\vec{F}$ : دافعة أرخميدس

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:  $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$

$$m \cdot \vec{g} - \lambda \cdot \vec{v} - \frac{m}{d} \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور  $z$ :

$$m \cdot g - \lambda \cdot v - \frac{m}{d} \cdot g = m \cdot a_z$$

$$m \frac{dV_z}{dt} + \lambda \cdot V_z = m \cdot g \left(1 - \frac{1}{d}\right) \Rightarrow \frac{dV_z}{dt} + \frac{\lambda}{m} \cdot V_z = g \left(1 - \frac{1}{d}\right)$$

نضع:  $\frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau}$  أي:  $\frac{m}{\lambda} = \tau$

$$\frac{dV_z}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot V_z = g \left(1 - \frac{1}{d}\right) \quad (3)$$

2-استنتاج تعبير السرعة الحدية  $V_{l_z}$  بدلالة  $\tau$  و  $g$  و  $d$ :

عند ما تصل سرعة  $G$  إلى القيمة الحدية نكتب:  $V_z = V_{l_z} = \text{cte}$  و بالتالي:

$$\frac{dV_z}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau} \cdot V_{l_z} = g \left(1 - \frac{1}{d}\right)$$

$$V_{l_z} = g \cdot \tau \left(1 - \frac{1}{d}\right) \Rightarrow V_{l_z} = \frac{m \cdot g}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{d}\right)$$

ت.ع:

$$V_{l_z} = \frac{80 \times 10}{250} \left(1 - \frac{1}{0,9}\right) = -0,35 \text{ m.s}^{-1}$$

3-تعبير  $A$  بدلالة  $V_{l_z}$  و تعبير  $B$  بدلالة  $V_e$  :

حل المعادلة التفاضلية يكتب:

$$\frac{dV_z}{dt} = -\frac{1}{\tau} \cdot B e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعرض في المعادلة التفاضلية (3):

$$-\frac{1}{\tau} \cdot B e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot (A + B e^{-\frac{t}{\tau}}) = g \left(1 - \frac{1}{d}\right) \Rightarrow \frac{1}{\tau} \cdot B e^{-\frac{t}{\tau}} (-1 + 1) + \frac{A}{\tau} - g \left(1 - \frac{1}{d}\right) = 0$$

$$\frac{A}{\tau} - g \left(1 - \frac{1}{d}\right) = 0 \Rightarrow A = V_{l_z} = \tau \cdot g \left(1 - \frac{1}{d}\right) \Rightarrow A = V_{l_z}$$

عند اللحظة  $t = 0$  ادینا:  $V_z = V_e$  نعرض في حل المعادلة التفاضلية:

$$V_z(0) = A + B e^0 \Rightarrow V_e = V_{l_z} + B \Rightarrow B = V_e - V_{l_z}$$

4-اللحظة  $t_r$  التي يتغير عندها منحى حركة السباح:

عند  $t = t_r$  تتعذر سرعة السباح نكتب:

$$e^{-\frac{t_r}{\tau}} = -\frac{A}{B} \Rightarrow -\frac{t_r}{\tau} = \ln \left(-\frac{A}{B}\right) \Rightarrow t_r = \tau \cdot \ln \left(-\frac{B}{A}\right) \Rightarrow t_r = \tau \cdot \ln \left(\frac{V_{l_z} - V_e}{V_{l_z}}\right)$$

$$t_r = \frac{m}{\lambda} \cdot \ln \left(\frac{V_{l_z} - V_e}{V_{l_z}}\right)$$

$$t_r = \frac{80}{250} \times \ln \left(\frac{-0,35 - 14}{-0,35}\right) \approx 1,18 \text{ s}$$

الجزء II: دراسة حركة نواس مرن

1-التعبير عن طول النابض عند التوازن بدلالة  $I_0$  و  $m$  و  $K$  و  $\alpha$  و  $g$ :

المجموعة المدروسة: { الجسم الصلب (S) }

جرد القوى:  $\vec{P}$ : وزن الجسم

$\vec{T}$ : توتر النابض  $\vec{R}$ : تأثير الساق

تطبيق القانون الأول لنيوتن (الجسم (S) في توازن) :

الاسقاط على المحور  $x$ :

$$P_x + R_x + T_x = 0$$

$$P \cdot \cos \alpha + 0 - K \cdot \Delta l = 0$$

$$K(l_e - l_0) = m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow l_e = \frac{m \cdot g \cdot \cos \alpha}{K} + l_0$$

2-1-المعادلة التفاضلية:

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}_G$$

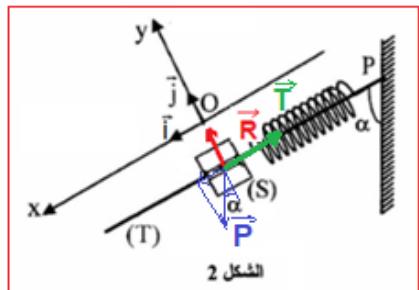
الاسقاط على المحور  $0x$ :

$$P_x + R_x + T_x = m \cdot a_x$$

$$P \cdot \cos \alpha + 0 - K(\Delta l + x) = m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$+ m \cdot g \cdot \cos \alpha - K \Delta l - Kx = m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + Kx = 0 \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{m}{K} \cdot x = 0$$



الشكل 2

2-2-التعبير العددي ل  $x(t)$ :

حل المعادلة التفاضلية يكتب:  $x(t) = X_m \cos(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi)$

-تحديد الوضع  $X_m$ :

حسب الشكل 3 (أنظر الشكل جانبه) وسع الحركة  $X_m$  هو :

معادلة المنحنى  $a_x$  بدلالة  $x$  هي:

$$\beta = \frac{\Delta a_x}{\Delta x} = \frac{3 \times 1,25 - 0}{-3 \times 0,5 \times 10^{-2} - 0} = -2,5 \cdot 10^2 \text{ rad.s}^{-2}$$

المعادلة التفاضلية تكتب:  $a_x = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot x$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = 2,5 \cdot 10^2 \text{ rad.s}^{-2}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{2,5 \cdot 10^2} = 15,81 \text{ rad.s}^{-2}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{250}} = 0,397 \approx 0,4 \text{ s} \quad : T_0$$

-تحديد الدور الخاص  $t = 0$ :

-تحديد الطور عند  $t = 0$ :

عند  $t = 0$  لدينا  $x(0) = X_m$  ومنه:  $\cos \varphi = 1$  أي:  $\varphi = 0$

-استنتاج التعبير العددي ل  $x(t)$  هو:

$$x(t) = 1,5 \cdot 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{0,4} t\right) \Rightarrow x(t) = 1,5 \cdot 10^{-2} \cos(5\pi t)$$

3-تعبير طاقة الوضع للمتذبذب بدلالة  $x$  و  $K$ :

تساوي طاقة الوضع مجموع طاقة الوضع الثقالية وطاقة الوضع المرنة:

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} \quad \text{إذن: } E_{pp} = mgz + cte$$

$$E_{pp} = -m \cdot g \cdot x \cdot \cos \alpha \quad \text{أي: } z = -x \cdot \cos \alpha$$

$$cte = -\frac{1}{2} K \cdot \Delta l^2 \quad \text{أي: } E_{pe}(x = 0) = 0 \quad \text{بما أن: } E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot (x + \Delta l)^2 + cte$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot x^2 + Kx \cdot \Delta l \quad \text{نحصل على: } E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot (x + \Delta l)^2 - \frac{1}{2} K \cdot \Delta l^2 \quad \text{إذن:}$$

نستنتج:

$$E_p = -m \cdot g \cdot x \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2} K \cdot x^2 + Kx \cdot \Delta l$$

عند التوازن لدينا:  $E_p = m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot K \Delta l$

$$E_p = -Kx \cdot \Delta l + \frac{1}{2} K \cdot x^2 + Kx \cdot \Delta l \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

3-2- صلابة النابض:  $K$

بما ان الاحتكاكات مهملة، فإن الطاقة الميكانيكية تتحفظ نكتب:

$$E_m = E_p + E_c$$

$$E_p \max = E_c \max \Rightarrow E_p \max = \frac{2E_p \max}{x_m^2} \Rightarrow K = \frac{2E_p \max}{x_m^2}$$

مبيانيا نجد:  $x_m = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  و  $E_c \max = 9 \text{ mJ}$

$$K = \frac{2 \times 9 \cdot 10^{-3}}{(1,5 \cdot 10^{-2})^2} = 80 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

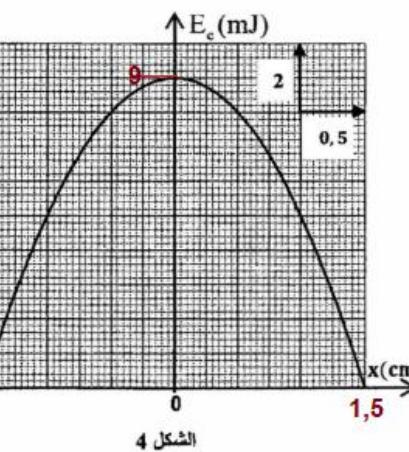
استنتاج الكتلة:  $m$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{K} \Rightarrow m = T_0^2 \cdot K \Rightarrow m = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$m = \frac{T_0^2 \cdot K}{4\pi^2}$$

$$m = \frac{0,4^2 \times 80}{4 \times 10} = 0,32 \text{ kg}$$

$$m = 320 \text{ g}$$



الشكل 4