

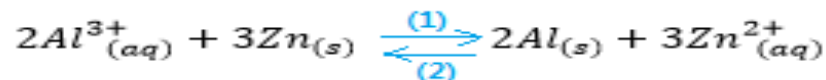
بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة الاستدراكية 2016 علوم رياضية (أ) و (ب)

الكيمياء

الجزء الأول : دراسة العمود ألومنيوم- زنك

1- حساب خارج التفاعل $Q_{r,i}$ في الحالة البدئية :



$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]_0^3}{[Al^{3+}]_0^2} = \frac{C_2^3}{C_1^2} = \frac{(4,5 \cdot 10^{-2})^3}{(4,5 \cdot 10^{-2})^2} = 4,5 \cdot 10^{-2}$$

ثابتة التوازن المقرونة بهذا لتفاعل هي $K = 10^{-90}$

نلاحظ أن : $Q_{r,i} > K$ ، إذن تنتقل المجموعة الكيميائية تلقائيا في المنحى (2) (المنحى غير المباشر أي منحى تكون Zn و أيونات Al^{3+}).

2- التبيانة الإصطلاحية للعمود :

بما ان فلز الالومنيوم يتأكسد خلال اشتغال العمود حسب نصف المعادلة : $Al_{(s)} \rightleftharpoons Al^{3+}_{(aq)} + 3e^-$ فهو يمثل الأنود أي القطب السالب للعمود ومنه فالتبيانة الاصطلاحية هي :



3- عندما يستهلك العمود كليا :

3-1- تركيز أيونات الألومنيوم :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$2Al_{(s)} + 3Zn^{3+}_{(aq)} \rightarrow 2Al^{3+}_{(aq)} + 3Zn_{(s)}$				كمية مادة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول				e^- المنتقلة
الحالة البدئية	0	$n_0(Al)$	$C_2 \cdot V$	$C_1 \cdot V$	$n_0(Zn)$	$n(e^-) = 0$
خلال التحول	x	$n_0(Al) - 2x$	$C_2 \cdot V - 3x$	$C_1 \cdot V + 2x$	$n_0(Zn) + 3x$	$n(e^-) = 6x$
الحالة النهائية	x_{max}	$n_0(Al) - 2x_{max}$	$C_2 \cdot V - 3x_{max}$	$C_1 \cdot V + 2x_{max}$	$n_0(Zn) + 3x_{max}$	$n(e^-) = 6x_{max}$

تحديد التقدم الأقصى :

$$x_{max1} = \frac{n_0(Al)}{2} = \frac{m_0}{2M(Al)} = \frac{1,35}{2 \times 27} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \quad \text{أي} \quad n_0(Al) - 2x_{max} = 0 \quad \text{متفاعل } Al \text{ محد نكتب :}$$

$$x_{max2} = \frac{C_2 \cdot V}{3} = \frac{4,5 \cdot 10^{-2} \times 0,1}{3} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{أي} \quad C_2 \cdot V - 3x_{max} = 0 \quad \text{متفاعل } Zn^{2+} \text{ محد نكتب :}$$

وبالتالي التقدم الأقصى هو : $x_{max} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$

حسب الجدول الوصفي تركيز أيونات الألومنيوم :

$$[Al^{3+}]_f = \frac{C_1 \cdot V + 2x_{max}}{V} \Rightarrow [Al^{3+}]_f = \frac{4,5 \cdot 10^{-2} \times 0,1 + 2 \times 1,5 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

3-2- المدة الزمنية Δt لاشتغال العمود :

$$\begin{cases} n(e^-) = 6x_{max} \\ n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \end{cases} \Rightarrow \frac{I \cdot \Delta t}{F} = 6x_{max} \Rightarrow \Delta t = \frac{6x_{max} \cdot F}{I} \Rightarrow \Delta t = \frac{6 \times 1,5 \cdot 10^{-3} \times 9,65 \cdot 10^4}{10 \cdot 10^{-3}} = 86850 \text{ s}$$

$$\Delta t = 24 \text{ h } 7 \text{ h } 30 \text{ min}$$

الجزء الثاني : تصنيع و تفاعل بنزوات الصوديوم مع حمض

1- دراسة تصنيع إستر

1-1- تحليل اختيار التسخين بالارتداد :

التسخين يسرع التفاعل والإرتداد يحافظ على كمية مادة المتفاعلات والنواتج .

1-2- معادلة التفاعل :



1-3

1-3-1- اختيار الإقتراح الصحيح :

السرعة الحجمية لتفاعل الأسترة :

أ- منعدمة عند بداية التفاعل . خطأ

ب- قصوية عند التوازن . خطأ

ج- قصوية عند بداية التفاعل . صحيح

د- تتناقص كلما ازداد تركيز أحد المتفاعلات. خطأ

هـ- تتناقص عند إضافة حفاز إلى الخليط التفاعل . خطأ

1-3-2- تعريف زمن نصف التفاعل :

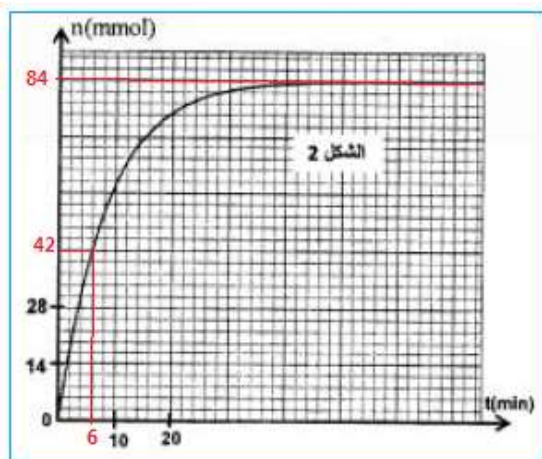
زمن نصف التفاعل $t_{t/2}$ هو المدة الزمنية التي يصل فيها تقدم التفاعل إلى نصف قيمته النهائية . $x(t_{t/2}) = \frac{x_f}{2}$

تحديد قيمة $t_{t/2}$ مبيانيا :

$$x_f = n_f = 84 \text{ mmol}$$

حسب مبيان الشكل 2 لدينا :

$$x(t_{t/2}) = \frac{84}{2} = 42 \text{ mmol} \quad \text{أفصول } x(t_{t/2}) \text{ هو :} \quad t_{t/2} = 6 \text{ min}$$



3-3-1- مردود التفاعل :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$C_6H_5COOH + CH_3OH \rightleftharpoons C_6H_5COOCH_3 + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول			
الحالة البدئية	0	n_1	n_2	0	0
خلال التحول	x	$n_1 - x$	$n_2 - x$	x	x
الحالة النهائية	x_{max}	$n_1 - x_f$	$n_2 - x_f$	x_f	x_f

تحديد التقدم الأقصى x_{max} :

الحمض متفاعل محد : $n_1 - x_{max1} = 0$

$$n_1 = n_i(C_6H_5COOH) = x_{max1} = \frac{m}{M(C_6H_5COOH)} = \frac{12,2}{122} \Rightarrow x_{max1} = 0,1 \text{ mol} \quad \text{أي :}$$

الكحول متفاعل محد : $n_2 - x_{max2} = 0$

$$n_2 = n_i(CH_3OH) = x_{max2} = \frac{m'}{M(CH_3OH)} = \frac{\rho.V}{M(CH_3OH)} = \frac{0,8 \times 8}{32} \Rightarrow x_{max2} = 0,2 \text{ mol} \quad \text{أي :}$$

التقدم الأقصى هو : $x_{max} = 0,1 \text{ mol}$ والتقدم النهائي هو : $x_f = 84 \text{ mmol}$

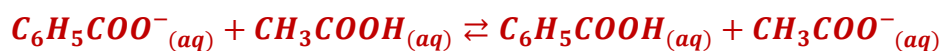
تعبير مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$r = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{84 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 8,4 \cdot 10^{-1} \Rightarrow r = 84\%$$

2- دراسة تفاعل بنزوات الصوديوم مع الحمض :

2-1- معادلة التفاعل :



2-2- التوصل إلى قيمة K :

$$K = \frac{[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3COOH]_{\acute{e}q}} \cdot \frac{[H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[H_3O^+]_{\acute{e}q}} = \frac{K_{A2}}{K_{A1}} = \frac{10^{-pK_{A2}}}{10^{-pK_{A1}}} \Rightarrow K = 10^{pK_{A1} - pK_{A2}}$$

$$K = 10^{4,2 - 4,8} = 0,25$$

2-3- التعبير عن τ بدلالة K :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$C_6H_5COO^-_{(aq)} + CH_3COOH_{(aq)} \rightleftharpoons C_6H_5COOH_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول			
الحالة البدئية	0	$C_1 \cdot V_1$	$C_1 \cdot V_1$	0	0
خلال التحول	x	$C_1 \cdot V_1 - x$	$C_1 \cdot V_1 - x$	x	x
الحالة النهائية	x_{max}	$C_1 \cdot V_1 - x_f$	$C_1 \cdot V_1 - x_f$	x_f	x_f

التقدم الأقصى : $x_{max} = C_1 \cdot V_1$

نسبة التقدم النهائي : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{C_1 \cdot V_1}$ ومنه التقدم النهائي : $x_f = C_1 \cdot V_1 \cdot \tau$

$$[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q} = [CH_3COO^-]_{\acute{e}q} = \frac{x_f}{2V_1} = \frac{C_1 \cdot V_1 \cdot \tau}{2V_1} = \frac{C_1 \cdot \tau}{2}$$

$$[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q} = [CH_3COOH]_{\acute{e}q} = \frac{C_1 \cdot V_1 - x_f}{2V_1} = \frac{C_1 \cdot V_1 - C_1 \cdot V_1 \cdot \tau}{2V_1} = \frac{C_1 \cdot (1 - \tau)}{2}$$

$$K = \frac{[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3COOH]_{\acute{e}q}} = \left(\frac{[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q}} \right)^2 = \left(\frac{\frac{C_1 \cdot \tau}{2}}{\frac{C_1 \cdot (1 - \tau)}{2}} \right)^2 = \left(\frac{\tau}{1 - \tau} \right)^2$$

$$\frac{\tau}{1 - \tau} = \sqrt{K} \Rightarrow \tau = \sqrt{K} - \tau\sqrt{K} \Rightarrow \tau(1 + \sqrt{K}) = \sqrt{K} \Rightarrow \tau = \frac{\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

2-4- تعبير pH بدلالة pK_{A1} و τ :

$$pH = pK_{A1} + \log \frac{[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q}} \quad \text{لدينا :}$$

$$\begin{cases} [C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q} = \frac{C_1 \cdot (1 - \tau)}{2} \\ [C_6H_5COOH]_{\acute{e}q} = \frac{C_1 \cdot \tau}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q}} = \frac{\frac{C_1 \cdot (1 - \tau)}{2}}{\frac{C_1 \cdot \tau}{2}} = \frac{1 - \tau}{\tau}$$

$$pH = pK_{A1} + \log \frac{[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q}} \Rightarrow pH = pK_{A1} + \log\left(\frac{1 - \tau}{\tau}\right) \Rightarrow pH = pK_{A1} - \frac{1}{2} \log K \quad \text{لدينا :}$$

$$pH = pK_{A1} + \log \sqrt{K} \quad \text{أي :} \quad \frac{1 - \tau}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{K}} \quad \text{ومنه :} \quad \frac{\tau}{1 - \tau} = \sqrt{K} \quad \text{نعلم أن :}$$

تطبيق عددي :

$$pH = 4,2 - \frac{1}{2} \log(0,25) = 4,5$$

الفيزياء

الموجات : انتشار موجة فوق صوتية

1- تحديد سرعة انتشار موجة فوق صوتية في الهواء

1-1- اختيار الإقتراح الصحيح :

أ- الموجات فوق الصوتية موجات كهرومغناطيسية. خطأ

ب- لا تنتشر الموجات فوق الصوتية في الفراغ. صحيح

ج- لا يمكن الحصول على ظاهرة الحيود بواسطة الموجات فوق الصوتية. خطأ

د- تنتشر الموجات فوق الصوتية في الهواء بسرعة انتشار الضوء. خطأ

1-2- تحديد تردد الموجة فوق الصوتية :

حسب مبيان الشكل 2 : دور الموجة T :

$$2T = 5 \text{ div} \cdot 10 \mu\text{s} \cdot \text{div}^{-1} = 50 \mu\text{s} \Rightarrow T = 25 \mu\text{s}$$

$$N = \frac{1}{T} \Rightarrow N = \frac{1}{25 \cdot 10^{-5}} = 4 \cdot 10^4 \text{ Hz} \Rightarrow N = 40 \text{ kHz}$$

1-3- التحقق من سرعة انتشار الموجة في الهواء :

$$v_a = \lambda \cdot N$$

$$\text{لدينا : } \lambda = \frac{d}{4} \Rightarrow d = 4\lambda \text{ و منه : } v_a = \frac{d}{4} \cdot N$$

$$v_a = \frac{3,4 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 4 \cdot 10^4 = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

ت.ع :

2- تحديد سرعة سرعة انتشار الموجة فوق الصوتية في ماء البحر

2-1- التعبير عن Δt بدلالة ℓ و v_a و v_e :

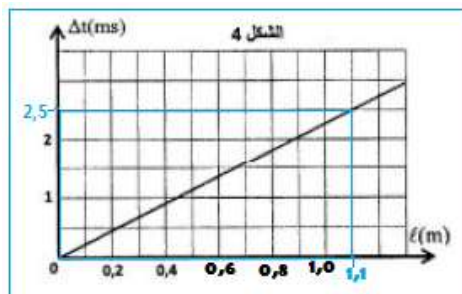
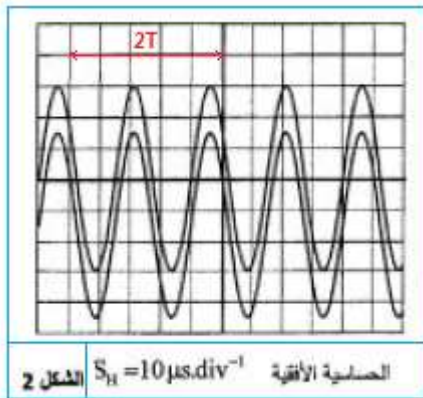
$$\begin{cases} v_a = \frac{\ell}{t_2} \\ v_e = \frac{\ell}{t_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{\ell}{v_a} \\ t_1 = \frac{\ell}{v_e} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\ell}{v_a} - \frac{\ell}{v_e} \Rightarrow \Delta t = \ell \left(\frac{1}{v_a} - \frac{1}{v_e} \right)$$

2-2- تحديد قيمة v_e :

$$\Delta t = f(\ell) \text{ خطية معادلتها تكتب : } \Delta t = k \cdot \ell$$

k يمثل المعامل الموجة :

$$k = \frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta \ell} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} - 0}{1,1} = 2,27 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot \text{m}^{-1}$$



لدينا :

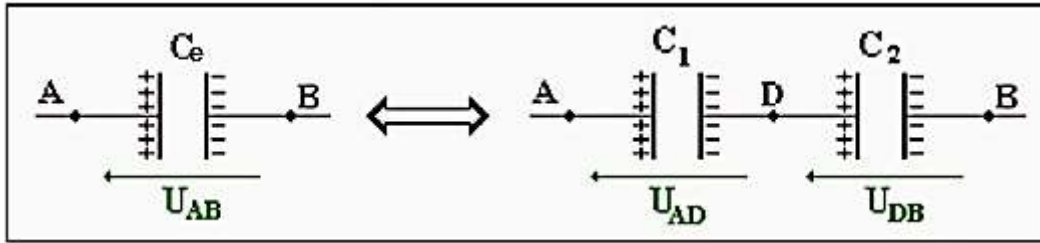
$$\begin{cases} \Delta t = k \cdot \ell \\ \Delta t = \ell \left(\frac{1}{v_a} - \frac{1}{v_e} \right) \Rightarrow \frac{1}{v_a} - \frac{1}{v_e} = k \Rightarrow \frac{1}{v_e} = \frac{1}{v_a} - k \end{cases}$$

$$v_e = \frac{1}{\frac{1}{v_a} - k} \Rightarrow v_e = \frac{1}{\frac{1}{340} - 2,27 \cdot 10^{-3}} \approx 1490 \text{ m.s}^{-1}$$

الجزء الأول : دراسة ثنائي القطب RC والدارة LC

1- دراسة ثنائي القطب RL

1-1- التوصل إلى تعبير C_e :



المكثفين مركبين على التوالي و بالتالي لهما نفس الشحنة : $q_1 = q_2 = q$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB} = u_{AD} + u_{DB}$$

$$u_{DB} = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{C_2} \quad \text{و} \quad u_{AD} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q}{C_1} \quad \text{و} \quad u_{AB} = \frac{q}{C_e} \quad \text{مع :}$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \quad \text{أو :} \quad \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{أي :} \quad \frac{q}{C_e} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} \quad \text{ومنه :}$$

$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{نستنتج التعبير :}$$

1-2- إثبات المعادلة التفاضلية :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_1(t) + u_2(t) + u_R(t) = E$

$$u_R = R \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot \frac{d(C_2 \cdot u_2)}{dt} = R \cdot C_2 \cdot \frac{du_2}{dt} \quad ; \quad q_1 = q_2 \Rightarrow C_1 \cdot u_1 = C_2 \cdot u_2 \Rightarrow u_1 = \frac{C_2}{C_1} \cdot u_2$$

$$u_1 + u_2 + u_R = E \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} \cdot u_2 + u_2 + R \cdot C_2 \cdot \frac{du_2}{dt} = E \Rightarrow u_2 \cdot \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) + R \cdot C_2 \cdot \frac{du_2}{dt} = E$$

$$u_2 \cdot C_2 \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{C_2 \cdot C_1} \right) + R \cdot C_2 \cdot \frac{du_2}{dt} = E \Rightarrow u_2 \cdot C_2 \cdot \frac{1}{C_e} + R \cdot C_2 \cdot \frac{du_2}{dt} = E$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{du_2(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C_e} u_2(t) = \frac{E}{R \cdot C_2}$$

1-3- تعبير الثابتين A و α :

حل المعادلة التفاضلية : $u_2(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$ ومنه فإن : $\frac{du_2}{dt} = A \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$A \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t} + \frac{1}{R \cdot C_e} \cdot A(1 - e^{-\alpha t}) = \frac{E}{R \cdot C_2} \Rightarrow A \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t} + \frac{1}{R \cdot C_e} \cdot A - \frac{1}{R \cdot C_e} \cdot A \cdot e^{-\alpha t} = \frac{E}{R \cdot C_2}$$

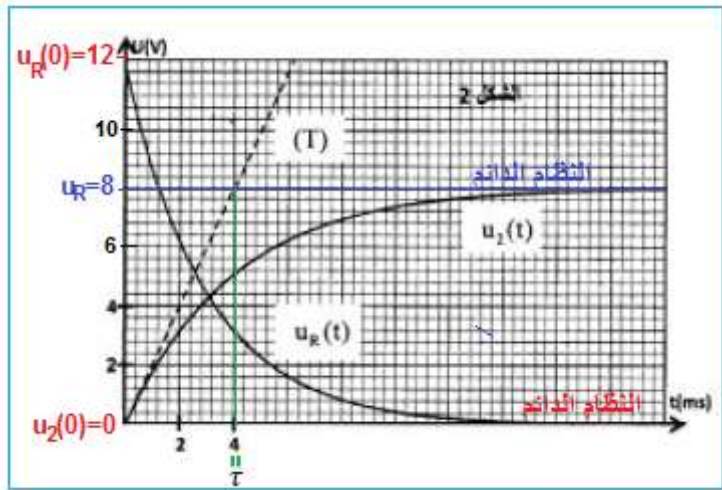
$$A \cdot e^{-\alpha t} \left(\alpha - \frac{1}{R \cdot C_e} \right) + \frac{1}{R \cdot C_e} \cdot A - \frac{E}{R \cdot C_2} = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \frac{1}{R \cdot C_e} \\ \frac{1}{R \cdot C_e} \cdot A - \frac{E}{R \cdot C_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{R \cdot C_e} \\ A = \frac{C_e}{C_2} \cdot E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{C_1 + C_2}{R \cdot C_1 \cdot C_2} \\ A = \frac{C_1}{C_2 + C_1} \cdot E \end{cases}$$

1-4

1-4-1- تحديد قيمة :

E - أ



عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا $u_R(0) = 12V$ و $u_2(0) = 0$

بما ان : $u_{1(0)} = \frac{C_2}{C_1} \cdot u_2(0) = 0$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_1(0) + u_2(0) + u_R(0) = E$$

$$E = u_R(0) = 12V \quad \text{أي:}$$

ب- قيمة $u_1(t)$ و $u_2(t)$ في النظام الدائم :

مبيانيا حسب الشكل 2 نجد : $u_2 = 8V$

لحساب u_1 نستعمل قانون إضافية التوترات :

$$u_1 + u_2 + u_R = E \Rightarrow u_1 = E - u_2 - u_R \Rightarrow u_1 = 12 - 8 - 0 = 4V$$

1-4-2- التوصل إلى قيمة C_1 :

في النظام الدائم العلاقة تكتب :

$$C_1 \cdot u_1 = C_2 \cdot u_2 \Rightarrow C_1 = \frac{u_2}{u_1} \cdot C_2 \Rightarrow C_1 = \frac{8}{4} \times 2 = 4\mu F$$

ملحوظة : يمكن استعمال العلاقة :

$$\tau = 4ms$$

ثابتة الزمن لثنائي القطب RC نحددها مبيانيا :

$$\frac{1}{C_e} = \frac{R}{\tau}$$

لدينا : $\tau = R \cdot C_e$ أي: $C_e = \frac{\tau}{R}$ وكذلك :

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_e} - \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\frac{1}{C_e} - \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{R}{\tau} - \frac{1}{C_2}}$$

$$C_1 = \frac{1}{\frac{3 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}}} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow C_1 = 4 \mu\text{F}$$

2- دراسة التذبذبات الكهربائية في الدارة LC

2-1- التوصل إلى المعادلة التفاضلية :

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} \frac{dq}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} \frac{d(C_2 \cdot u_2)}{dt} = L \cdot C_2 \cdot \frac{d^2 u_2}{dt^2}$$

$$u_L + u_2 = 0$$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$L \cdot C_2 \cdot \frac{d^2 u_2}{dt^2} + u_2 = 0 \Rightarrow \frac{d^2 u_2(t)}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C_2} \cdot u_2(t) = 0$$

$u_L + u_2 = 0$ أي : $u_2 = -u_L$ نعوض في المعادلة التفاضلية أعلاه ونحصل على :

$$\frac{d^2 u_L(t)}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C_2} \cdot u_L(t) = 0$$

2-2

2-2-1 تحديد الطاقة الكلية للدارة :

$$E_T = E_e + E_m = E_{e \max} = E_{m \max}$$

$$E_T = \frac{1}{2} C_2 \cdot u_{2 \max}^2 \Rightarrow E_T = \frac{1}{2} C_2 \cdot u_{L \max}^2$$

$$u_{L \max} = -u_{2 \max} = -8V \quad \text{مبيانيا نجد :}$$

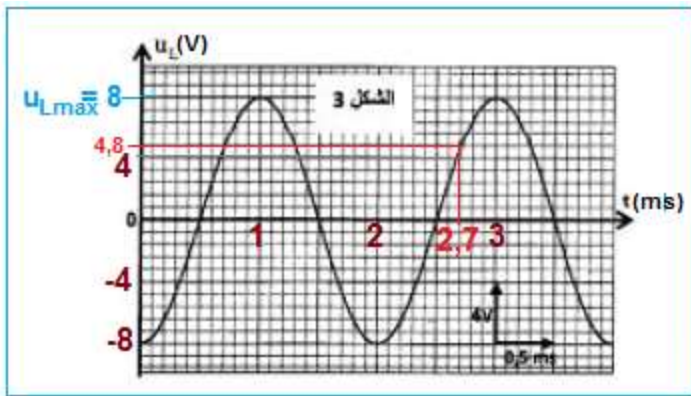
ت.ع :

$$E_T = \frac{1}{2} \times 2 \cdot 10^{-6} \times (-8)^2 = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

2-2-2 حساب الطاقة المغناطيسية عند اللحظة

$$: t = 2,7 \text{ ms}$$

عند اللحظة $t = 2,7 \text{ ms}$ نجد مبيانيا : $u_L = 4V$



$$E_T = E_e + E_m \Rightarrow E_m = E_T - E_e$$

$$E_m = E_T - \frac{1}{2} C_2 \cdot u_{2 \max}^2 = E_T - \frac{1}{2} C_2 \cdot u_{L \max}^2$$

ت.ع :

$$E_m = 6,4 \cdot 10^{-5} - \frac{1}{2} \times 2 \cdot 10^{-6} \times (-4,1)^2 \approx 4,1 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

الجزء الثاني : دراسة جودة تضمين الوسع

1- إيجاد تعبير نسبة التضمين m :

تعبير التوتر المضمّن :

$$u(t) = A. \left[\frac{m}{S_m} \cdot s(t) + 1 \right] \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t) = A. \left[\frac{m}{S_m} \cdot S_m \cdot \cos(2\pi f_s \cdot t) + 1 \right] \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t)$$

$$u(t) = A. [m \cdot \cos(2\pi f_s \cdot t) + 1] \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t) = U_m(t) \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t)$$

وسع التوتر المضمّن $U_m(t) = A. [m \cdot \cos(2\pi f_s \cdot t) + 1]$ يتراوح بين قيمتين حديتين : قيمة قصوى

U_{max} و قيمة دنوية U_{min} حيث :

$$\begin{cases} U_{max} = A. (m + 1) \\ U_{min} = A. (-m + 1) \end{cases} \Rightarrow \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{A. (m + 1)}{A. (-m + 1)} \Rightarrow$$

$$-m \cdot U_{max} + U_{max} = m \cdot U_{min} + U_{min}$$

$$m \cdot (U_{max} + U_{min}) = U_{max} - U_{min} \Rightarrow m = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}}$$

2- تحديد f_s و f_p :

ليكن T_s دور التوتر المضمّن حسب الشكل 3 :

$$f_s = \frac{1}{T_s} \Rightarrow f_s = \frac{1}{5div \times 20\mu s \cdot div^{-1}} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} s}$$

$$f_s = 10^4 Hz \Rightarrow f_s = 10 kHz$$

ليكن T_p دور التوتر المضمّن حسب الشكل 3 :

$$T_s = 16T_p \Rightarrow \frac{1}{f_s} = \frac{16}{f_p} \Rightarrow f_p = 16f_s \Rightarrow$$

$$f_p = 1,6 \cdot 10^5 Hz \Rightarrow f_p = 160 kHz$$

تحديد نسبة التضمين :

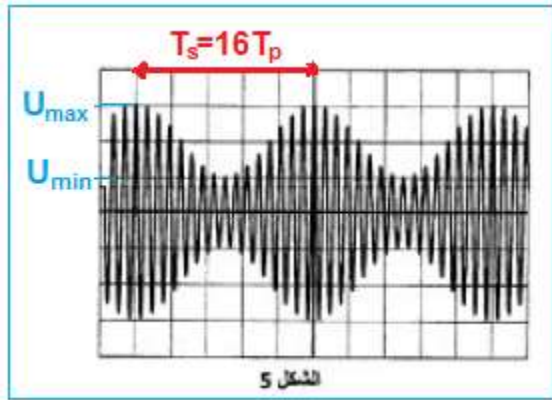
حسب الشكل 3 :

$$\begin{cases} U_{max} = 3div \times 1V \cdot div^{-1} = 3V \\ U_{min} = 1div \times 1V \cdot div^{-1} = 1V \end{cases} \Rightarrow m = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}} = \frac{3 - 1}{3 + 1} \Rightarrow m = 0,5$$

استنتاج :

التضمين جيد لأن :

$$\begin{cases} m = 0,5 \Rightarrow m < 1 \\ f_p = 16f_s \Rightarrow f_p \geq 10f_s \end{cases}$$



الميكانيك

الجزء الأول : دراسة تأثير مجال كهرساكن ومجال مغنطيسي على حزمة إلكترونات

1- التجربة الأولى

1-1- التوصل إلى معادلة المسار :

المجموعة المدروسة : {الالكترونات}

جهد القوى : (بعد إهمال وزن الالكترون امام شدة القوة الكهرساكنة)

\vec{F} : القوة الكهر ساكنة

نعتبر المرجع الأرضي مرجعا غاليليا ، نطبق القانون

الثاني لنيوتن : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

متجهة التسارع : $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m} \cdot \vec{E}$

نسقط العلاقة في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

حسب الشروط البدئية :

$$\vec{v}_0 \begin{Bmatrix} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{ و } \overrightarrow{OM}_0 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

متجهة التسارع \vec{a} و متجهة السرعة \vec{v} و متجهة الموضع \overrightarrow{OM} :

$$\vec{a} \begin{Bmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{q}{m} E \\ a_z = 0 \end{Bmatrix} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{v} \begin{Bmatrix} v_x = v_0 \\ v_y = -\frac{q}{m} E t \\ v_z = 0 \end{Bmatrix} \xrightarrow{\text{تكامل}} \overrightarrow{OM} \begin{Bmatrix} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{q}{m} E t^2 \\ z = 0 \end{Bmatrix}$$

لدينا : $q = -e$ و $E = \frac{U}{\ell}$

باقصاء الزمن من المعادلتين الزمنيتين نحصل على معادلة المسار :

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U}{m \ell} t^2 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U}{m \ell} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 \Rightarrow y = \frac{e \cdot U}{2 \ell m v_0^2} \cdot x^2$$

1-2- التوصل إلى تعبير $O'M$:

عند النقطة S نقطة مغادرة الحزمة المجال الكهرساكن : حيث $x_s = d$ و $d = v_0 t_s$ أي : $t_s = \frac{d}{v_0}$

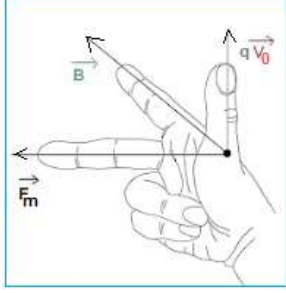
متجهة السرعة عند النقطة S (أنظر الشكل 1) تكتب :

$$\vec{v}_s \begin{cases} v_{sx}=v_0 \\ v_{sy}=\frac{e \cdot U}{m\ell} \cdot t_s \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_s \begin{cases} v_{sx}=v_0 \\ v_{sy}=\frac{e \cdot U d}{m\ell v_0} \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{v_{sy}}{v_{sx}} = \frac{e \cdot U d}{m\ell v_0^2}$$

الانحراف D_e الكهربائي يمثل المسافة بين النقطة O' نقطة الإصطدام في غياب المجال الكهرساكن و النقطة M بوجوده.

$$\tan \alpha = \frac{O'M}{D} = \frac{D_e}{D} \Rightarrow D_e = D \cdot \tan \alpha = \frac{e D d U}{m\ell v_0^2}$$

$$O'M = \frac{e D d U}{m\ell v_0^2}$$



2- التجربة الثانية :

2-1- تحديد منحى متجهة المجال المغنطيسي \vec{B} :

لكي تكون للحزمة الإلكترونية حركة مستقيمة منتظمة يجب أن تكون القوتين \vec{F}_e و \vec{F}_m متقابلتين.

$$\text{أي : } \vec{F}_m = -\vec{F}_e = -F_m \vec{j}$$

$$\vec{B} : \text{عمودية على المتجهتين } \vec{v}_0 = v_0 \vec{i} \text{ و } \vec{F}_m = -F_m \vec{j} \text{ : إذن } \vec{B} = \pm B \vec{k}$$

باستعمال قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى يتم تحديد منحى \vec{B} نحصل على :

$$\vec{B} = -B \cdot \vec{k}$$

2-2- التعبير عن سرعة الإلكترونات v_0 بدلالة E و B :

يخضع الإلكترون لقوتين \vec{F}_e و \vec{F}_m متقابلتين حسب مبدأ القصور نكتب :

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \vec{F}_m = q \vec{v}_0 \wedge \vec{B} \\ \vec{F}_e = q \cdot \vec{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_m = e \cdot v_0 B \\ F_e = e \cdot E \end{cases} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow e \cdot v_0 B = e E \Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$$

3- تعبير $\frac{e}{m}$:

$$\begin{cases} O'M = \frac{e \cdot D \cdot d \cdot U}{m \cdot \ell \cdot v_0^2} \\ v_0 = \frac{E}{B} \end{cases} \Rightarrow O'M = \frac{e \cdot D \cdot d \cdot U \cdot B^2}{m \cdot \ell \cdot E^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{O'M \cdot \ell \cdot E^2}{U \cdot d \cdot D \cdot B^2} \xrightarrow{E = \frac{U}{\ell}}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{5,4 \cdot 10^{-2} \times 1200}{6 \cdot 10^{-2} \times 30 \cdot 10^{-2} \times 2 \cdot 10^{-2} \times (1,01 \cdot 10^{-3})^2} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg} \quad \text{ت.ع.}$$

الجزء الثاني : دراسة حركة نواس مرن

1- الاحتكاكات مهملة

1-1- تعبير الإطالة $\Delta \ell_0$ عند التوازن :

المجموعة المدروسة : الجسم (S)

يخضع الجسم عند التوازن إلى قوتين : (أنظر الشكل 2)

\vec{P} : وزنه

\vec{T}_0 : توتر النابض

حسب مبدأ القصور : $\vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$ أي : $P = T_0$ ومنه : $m.g = K.\Delta \ell_0$ إذن : $\Delta \ell_0 = \frac{m.g}{K}$

1-2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الأنسوب z لمركز القصور G :

يخضع الجسم أثناء حركته إلى قوتين : (أنظر الشكل 2)

\vec{P} : وزنه

\vec{T} : توتر النابض

نعتبر المعلم المرتبط بالأرض معلما غاليليا ونطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oz :

$$P_z + T_z = m.a_z$$

$$mg - K(\Delta \ell_0 + z) = m.a_z \Rightarrow mg - K\Delta \ell_0 - Kz = m.\ddot{z}$$

$$\underbrace{mg - K\Delta \ell_0}_{=0} - Kz = m.\ddot{z} \quad \text{حسب العلاقة : } m.g = K.\Delta \ell_0 \quad \text{نحصل على : } mg - K\Delta \ell_0 - Kz = m.\ddot{z}$$

$$\ddot{z} + \frac{K}{m}.z = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية تكتب :}$$

1-3- تحديد قيمة K :

حسب تعبير الدور الخاص T_0 :

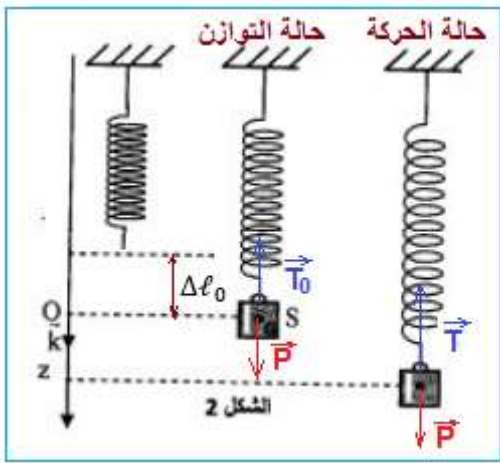
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2\frac{m}{K} \Rightarrow K = 4\pi^2\frac{m}{T_0^2}$$

مبيانيا الدور الخاص هو : $T_0 = 0,4 \text{ s}$

$$K = 4 \times 10 \times \frac{0,2}{0,4^2} = 50 \text{ N.m}^{-1}$$

تحديد V_{0z} :

$$z = z_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right) \quad \text{حسب حل المعادلة التفاضلية :}$$



الاشتقاق يعطي : $v_z = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot z_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ عند $t = 0$ السرعة هي : $v_{0z} = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot z_0 \sin\varphi$

حسب الشكل 3 : $z_0 = 4\text{ cm}$

عند $t = 0$ لدينا : $z(0) = z_0 \cos\varphi$

$$\begin{cases} z(0) = z_0 \cos\varphi \\ z(0) = \frac{z_0}{2} \end{cases} \Rightarrow z_0 \cos\varphi = \frac{z_0}{2} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$v_{0z} = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot z_0 \sin\varphi < 0 \xrightarrow{\varphi = \frac{\pi}{3}} v_{0z} = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot z_0 \sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow v_{0z} = -\frac{2\pi}{0,4} \times 4 \cdot 10^{-2} \times \sin\frac{\pi}{3}$$

$$v_{0z} = -0,54 \text{ m.s}^{-1}$$

2- الاحتكاكات غير مهمة

2-1- إقران المنحنى بنظام الخمود :

المنحنى (1) ← يوافق النظام شبه دوري

المنحنى (2) ← يوافق النظام لا دوري

-2-2

2-2-1- تعبير طاقة الوضع E_p :

طاقة الوضع تساوي مجموع طاقة الوضع الثقالية ($E_{pp} = -mgz + C$) و طاقة الوضع المرنة

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} \quad : (E_{pe} = \frac{1}{2}K \cdot (\Delta\ell_0 + z)^2 + C')$$

نختار المستوية الافقي المار من أصل المعلم مرجعا لطاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = -mgz \quad \text{إذن} \quad C = 0 \Leftarrow E_{pp} = 0 \Rightarrow z = 0$$

نختار الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة : $E_{pe} = 0 \Rightarrow z = -\Delta\ell_0$

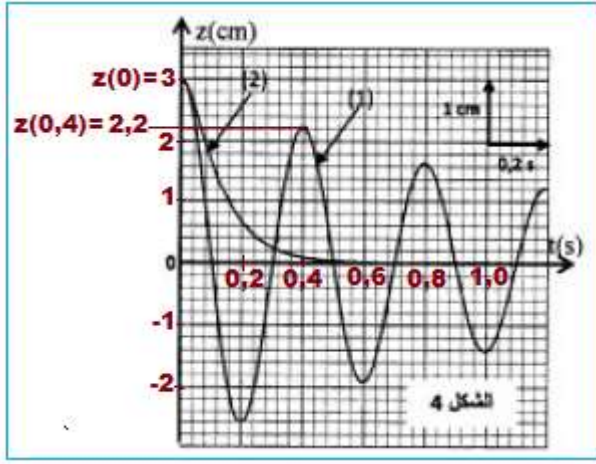
$$E_{pe} = \frac{1}{2}K \cdot (\Delta\ell_0 + z)^2 \Leftarrow C' = 0 \quad \text{أي} \quad (E_{pe} = \frac{1}{2}K \cdot (\Delta\ell_0 - \Delta\ell_0)^2 + C' = 0$$

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} = -mgz + \frac{1}{2}K \cdot (\Delta\ell_0 + z)^2 = -mgz + \frac{1}{2}K \cdot \Delta\ell_0^2 + K \cdot z \cdot \Delta\ell_0 + \frac{1}{2}K \cdot z^2$$

بما أن : $mg = K \cdot \Delta\ell_0$

$$E_p = -K \cdot \Delta\ell_0 z + \frac{1}{2}K \cdot \Delta\ell_0^2 + K \cdot z \cdot \Delta\ell_0 + \frac{1}{2}K \cdot z^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}K(z^2 + \Delta\ell_0^2)$$

ملحوظة : منحى Oz نحو الاسفل لذلك تعبير طاقة الوضع الثقالية هو $E_{pp} = -mgz$.



2-2-2- حساب تغير الطاقة الميكانيكية للمتذبذب بين اللحظيتين :

$$t_1 = 0 \text{ و } t_2 = 0$$

$$\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_c$$

عندما تكون طاقة الوضع قصوى تكون الطاقة الحركية منعدمة والعكس صحيح .

عند اللحظة $t_1 = 0$ لدينا :

$$v_z(0) = 0 \text{ و } z(0) = 3 \text{ cm}$$

عند اللحظة $t_2 = 0,4 \text{ s}$ لدينا :

$$v_z(t_2) = 0 \text{ و } z(t_2) = 2,2 \text{ cm}$$

$$\Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_c = E_{pp2} - E_{pp1} + \underbrace{E_{c2}}_{=0} - \underbrace{E_{c1}}_{=0}$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} K [z^2(t_2) + \Delta \ell_0^2] - \frac{1}{2} K [z^2(t_1) + \Delta \ell_0^2]$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} K [z^2(t_2) + \Delta \ell_0^2 - z^2(t_1) - \Delta \ell_0^2] \Rightarrow \Delta E_m = \frac{1}{2} K [z^2(t_2) - z^2(t_1)]$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \times 50 \times [(2,2 \cdot 10^{-2})^2 - (3 \cdot 10^{-2})^2] \Rightarrow \Delta E_m = 1,04 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$