تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء الدورة الاستدراكية 2014
علوم رياضية

الكيمياء

الجزء الاول : دراسة تفاعل حمض البنزويك

1-دراسة تفاعل حمض البنزويك مع الماء :

1-1-حساب الكتلة m :

لدينا :

$$\begin{cases} n = \dfrac{m}{M} \\ C = \dfrac{n}{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = n.V \\ n = C.V \end{cases} \Rightarrow n = C.V.M$$

ت.ع:

$$n = 1.10^{-3} \times 0,2 \times 122 = 0,244\ g$$

1-2-الجدول الوصفي :

المعادلة الكيميائية		$C_6H_5COOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows C_6H_5COO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	CV	وفير	0	0
حالة التحول	x	$C.V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$C.V - x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

حسب الجدول الوصفي :

$$[H_3O^+]_{éq} = \frac{n_f(H_3O^+)}{V} = \frac{x_{éq}}{V} \Rightarrow x_{éq} = [H_3O^+]_{éq}.V$$

الماء مستعمل بوفرة المتفاعل المحد هو الحمض نكتب :

$$C.V - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C.V$$

نسبة التقدم النهائي تكتب :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_{éq}.V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C}$$

حسب تعريف موصلية المحلول :

$$\sigma = [H_3O^+].\lambda_1 + [C_6H_5COO^-].\lambda_2$$

حسب الجدول الوصف :

$$[H_3O^+]_{éq} = [C_6H_5COO^-]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$$

نعوض في الموصلية :

$$\sigma = [H_3O^+].\lambda_1 + [H_3O^+].\lambda_2 = [H_3O^+](\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$[H_3O^+] = \frac{\sigma}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

تعبير نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C} \Longrightarrow \tau = \frac{\sigma}{(\lambda_1 + \lambda_2).C}$$

ت.ع:

$$\tau = \frac{29.10^{-3}}{(35.10^{-3} + 3,25.10^{-3}) \times 1.0^{-2} \times 10^3} \approx 7,6.10^{-2} = 7,6\%$$

1-3-تعبير pH بدلالة C و τ :

نعلم أن :

$$pH = -log[H_3O^+]$$

كما أن :
$$\tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C}$$

أي:

ومنه : $[H_3O^+] = C.\tau$
$$pH = -\log(C.\tau)$$

ت.ع:
$$pH = -\log(1.10^{-2} \times 7,6.10^{-2}) = 3,12$$

1-4-استنتاج ثابتة الحمضية K_A :

حسب تعريف K_A نكتب :
$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{éq}.[C_6H_5COO^-]_{éq}}{[C_6H_5COOH]_{éq}}$$

حسب الجدول الوصفي :
$$[H_3O^+]_{éq} = [C_6H_5COO^-]_{éq} = 10^{-pH}$$
$$[C_6H_5COOH]_{éq} = \frac{C.V - x_{éq}}{V} = C - \frac{x_{éq}}{V} = C - 10^{-pH}$$

نعوض في ثابتة الحمضية :
$$K_A = \frac{10^{-pH}.10^{-pH}}{C - 10^{-pH}} \Rightarrow K_A = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

ت.ع:
$$K_A = \frac{10^{-2\times 3,12}}{1.10^{-2} - 10^{-3,12}} \approx 6,25.10^{-5}$$

2-المعايرة حمض قاعدة :

2-1-تعبير $n(HO^-)$ في الحالة النهائية :

جدول التقدم للتفاعل الحاصل خلال المعايرة :

المعادلة الكيميائية		$C_6H_5COOH_{(aq)}$	$HO^-_{(aq)}$ →	$C_6H_5COO^-_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	n_0	$C_B.V_B$	0	0
حالة التحول	x	$n_0 - x$	$C_B.V_B - x$	x	x
الحالة النهائية	x_E	$n_0 - x_E$	$C_B.V_B - x_E$	x_E	x_E

بما أن الايونات HO^- المعايرة توجد بوفرة ، فإن المتفاعل المحد هو حمض البنزويك ومنه :
$$n_0 - x_{max} = 0 \Rightarrow n_0 = x_{max}$$

عند نهاية التفاعل يكون التقدم النهائي يساوي التقدم الاقصى لأن تفاعل المعايرة تفاعل كلي وبالتالي كمية مادة أيونات HO^- المتبقية تكتب :
$$n(HO^-) = C_B.V_B - x_{max} = C_B.V_B - n_0$$

2-2-تعبير n_0 بدلالة x_E و C_B و V_B :

جدول تقدم تفاعل معايرة الفائض من HO^- بواسطة أيونات H_3O^+ :

معادلة التفاعل		$H_3O^+_{(aq)}$ +	$HO^-_{(aq)}$ →	$H_2O_{(l)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول		
البدئية	0	C_AV_A	$n(HO^-)$	وفير
الوسيطية	x	$C_AV_A - x$	$n(HO^-) - x$	وفير
التكافؤ حالة	x_E	$C_AV_A - x_E$	$n(HO^-) - x_E$	وفير

عند التكافؤ يستهلك المتفاعلان كليا نكتب :

$$\begin{cases} C_A V_A - x_E = 0 \\ n(HO^-) - x_E = 0 \end{cases} \Rightarrow n(HO^-) = C_A V_A = x_E$$

نعلم أن :

$$n(HO^-) = C_B.V_B - n_0$$

ومنه :

$$\Rightarrow n(HO^-) = C_A V_A = C_B.V_B - n_0 \Rightarrow n_0 = C_B.V_B - C_A.V_A$$

ت.ع:

$$n_0 = 1 \times 20.10^{-3} - 1 \times 12.10^{-3} = 8.10^{-3}\ mol$$

4-2-استنتاج النسبة الكتلية p لحمض البنزويك الخالص في المسحوق :

لدينا:

$$p = \frac{m_0}{m'}$$

مع m_0 كتلة حمض البنزويك الخالصة المتواجدة في المسحوق :

$$m_0 = n_0.M(C_6H_5COOH)$$

$$p = \frac{n_0.M(C_6H_5COOH)}{m'}$$

ت.ع:

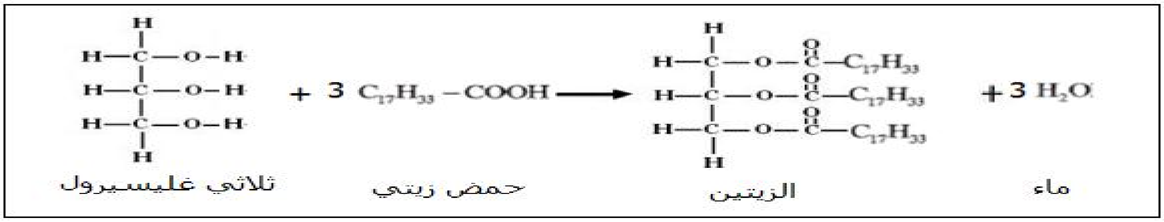
$$p = \frac{8.10^{-3} \times 122}{1} = 0,976 = 97,6\%$$

الجزء الثاني : دراسة تفاعل التصبن

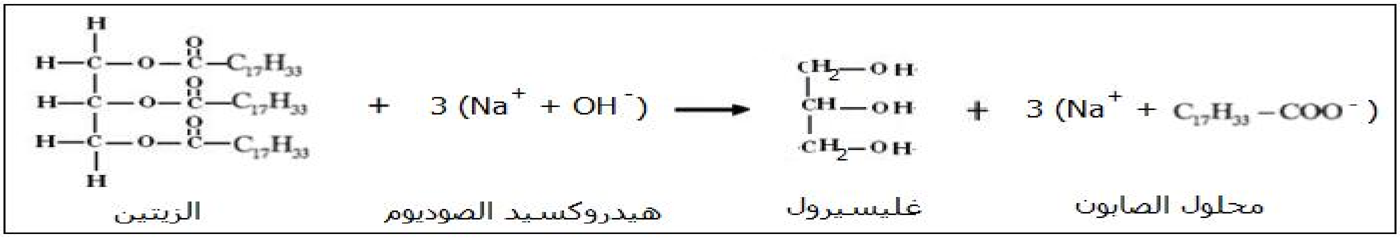
1-يتم صب الخليط التفاعلي في محلول مشبع لكلورور الصوديوم

لأن الصابون قليل الذوبان في الماء المالح الشيء الذي يساعد على فصله بعملية الترشيح عن الانواع الاخرى .

2-معادلة تفاعل الغليسيرول وحمض الزيتي :



3-معادلة تفاعل التصبن :



الصيغة الكيميائية للصابون هي :

$$C_{17}H_{33}COONa$$

الجزء الهيدروفيلي للصابون هو :

$$-COO^{-}$$

4-تعبير مردود تفاعل التصبن :

الجدول الوصفي للتقدم :

المعادلة الكيميائية		$Oléine + 3(Na^{+} + HO^{-}) \rightarrow glycérole + 3C_{17}H_{33}COO^{-} + Na^{+})$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	n_0	$C.V$	0	0
حالة التحول	x	$n_0 - x$	$C.V - 3x$	$3x$	x
الحالة النهائية	x_{max}	$n_0 - x_{max}$	$C.V - 3x_{max}$	$3x_{max}$	x_{max}

تحديد المتفاعل المحد :

لنقارن النسبتين : $\frac{n_i(Oléine)}{1} = n_0$ و $\frac{n_i(HO^{-})}{3} = \frac{C.V}{3}$

$$n_0 = \frac{m}{M(O)} = \frac{10}{884} = 1,13.10^{-3}\,mol$$

و $\frac{C.V}{3} = \frac{7,5\times0,02}{3} = 5.10^{-2}mol$

المتفاعل المحد هو الزيتين والتقدم الاقصى هو : $x_{max} = 1,13.10^{-3}mol$

مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{exp}(S)}{n_{th}(S)}$$

مع : $n_{exp}(S) = \frac{m'}{M(S)}$ و $n_{th}(S) = 3x_{max} = 3\frac{m}{M(O)}$

ومنه :

$$r = \frac{m'}{M(S)}\frac{M(O)}{3m} \Rightarrow r = \frac{8}{304} \times \frac{884}{3\times10} \approx 77,5\%$$

الفيزياء

تمرين 1 : الموجات فوق الصوتية

1-الموجة فوق الصوتية تقطع المسافة $2D$ أثناء انتقالها في الماء انطلاقا من الباعث الى المستقبل وبعد انعكاسها على السطح العاكس بسرعة انتشار v حيث :

$v = \frac{2D}{t_R}$ ومنه : $t_R = \frac{2D}{V}$ (1)

2-في غياب صفيحة البليكسيكلاص اللحظة t_R التي تم عندها التقاط الموجة المنعكسة أكبر من اللحظة التي تم عندها التقاط الموجة في وجود البليكسيكلاص .

بما أن الموجة قطعت نفس المسافة $2D$ في مدد مختلفة حيث : $t_R > t'_R$ وبالتالي سرعة انتشار الصوت في صفيحة البليكسيكلاص أكبر من سرعة انتشار الصوت في الماء (نعلم كذلك أن سرعة انتشار الصوت تتزايد مع تزايد كثافة الوسط).

2-2- تقطع الموجة الصوتية المسافة $2D$ خلال المدة t'_R حيث :
المسافة $2(D-e)$ في الماء بالسرعة v والمسافة $2e$ في البليكسيكلاص بسرعة انتشار v' نكتب :

$$\begin{cases} v = \dfrac{2(D-e)}{t} \\ v' = \dfrac{2e}{t'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{2(D-e)}{v} \\ t' = \dfrac{2e}{v} \end{cases} \Rightarrow t'_R = t + t' \Rightarrow t'_R = \frac{2(D-e)}{v} + \frac{2e}{v} \quad (2)$$

3-2-تعبير السمك e :
تقطع الموجة المسافة 2e في البليكسيكلاص بسرعة v' خلال المدة $t_B - t_A$ حيث :

$$t_B - t_A = \frac{2D}{v'} \quad (3)$$

العلاقة (1) تكتب :
$$t_R = \frac{2D}{V}$$

العلاقة (2) تكتب :
$$t_R = \frac{2(D-e)}{v} + \frac{2e}{v} = \frac{2D}{v} - \frac{2e}{v} + \frac{2e}{v'}$$

نعوض العلاقتين (1) و (3) في العلاقة (2) نحصل على :

$$t'_R = t_R - \frac{2e}{v} + t_B - t_A \quad \Rightarrow \quad \frac{2e}{v} = t_R - t'_R + t_B - t_A$$

نستنتج :

$$e = \frac{v}{2}(t_R - t'_R + t_B - t_A)$$

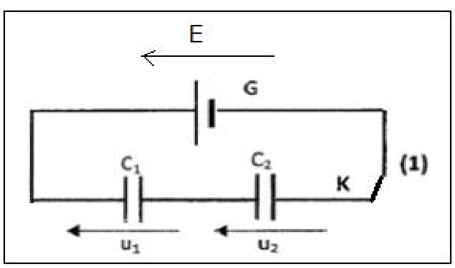
تطبيق عددي :

$$e = \frac{1,42.10^3}{2}(140 - 116 + 60 - 64) \times 10^{-6} = 1,42.10^{-2}\ m = 1,42\ cm$$

تمرين 2: الكهرباء

الجزء الاول : دراسة دارة متذبذبة LC

1-1-حساب U_1 و U_2 :



المكثفان مركبان على التوالي وبالتالي يعبرهما نفس التيار فهما يحملان نفس الشحنة الكهربائية نكتب :

$C_1U_1 = C_2U_2 = q$ ومنه : $q = q_1 = q_2$
حسب قانون إضافية التوترات :

$$U_1 + U_2 = E \Rightarrow E = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = q\left(\frac{C_1 + C_2}{C_1.C_2}\right)$$

ومنه : $q = E.\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$
تعبير U_1 و U_2 يكتب :

$$\begin{cases} U_1 = \dfrac{q}{C_1} = \dfrac{1}{C_1}.E.\dfrac{C_1.C_2}{C_1+C_2} = E.\dfrac{C_2}{C_1+C_2} \\ U_2 = \dfrac{q}{C_2} = \dfrac{1}{C_2}.E.\dfrac{C_1.C_2}{C_1+C_2} = E.\dfrac{C_1}{C_1+C_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \dfrac{12 \times 0,5C_1}{C_1 + 0,5C_1} = \dfrac{6}{1,5} = 4V \\ U_2 = E - U_1 = 12 - 4 = 8V \end{cases}$$

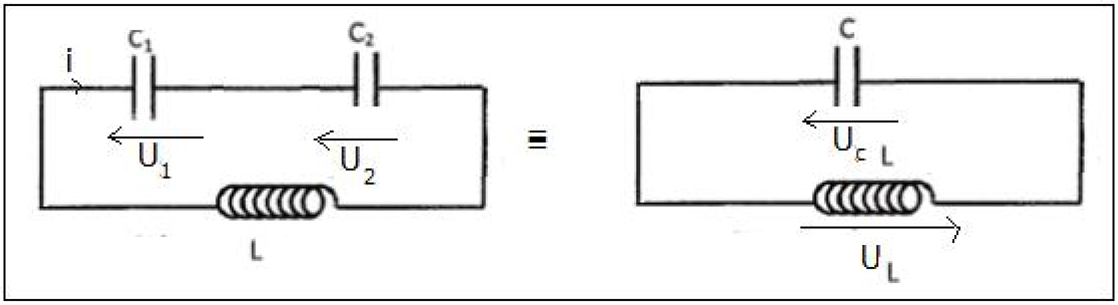
1-2-الطاقة المخزونة في C_1 :
لدينا :

$$E_1 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C_1}$$

الطاقة المخزونة في C_2 :
لدينا :

$$E_2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C_2} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{(0,5C_1)} = \frac{1}{0,5}\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C_1}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C_1}\right) \Longrightarrow E_2 = 2E_1$$

1-2-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها u_C بين مربطي المكثف :



سعة المكثف المكافئ لتجميع مكثفين على التوالي :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{C_1 + C_2}{C_1.C_2} = \frac{C_1 + 0,5C_1}{C_1(0,5C_1)} = \frac{1,5}{0,5C_1} \Longrightarrow \frac{1}{C} = \frac{3}{C_1}$$

ومنه: $C = \frac{C_1}{3}$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0$$

حسب قانون أوم :

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d^2q}{dt^2} = L.C\frac{d^2u_C}{dt^2} = \frac{1}{3}L.C_1\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{1}{3}L.C_1\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{3}{L.C_1}u_C = 0$$

2-2-تعبير الدور الخاص T_0 :

نقوم باشتقاق حل المعادلة التفاضلية $u_C = E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ مرتين ونعوض في المعادلة التفاضلية حيث :

$$\begin{cases} u_C = E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \\ \frac{du_C}{dt} = -E.\frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \\ \frac{d^2u_C}{dt^2} = -E.\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \end{cases} \Rightarrow -E.\frac{4\pi^2}{T_0^2}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \frac{3}{L.C_1}E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0$$

$$\underbrace{E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)}_{\neq 0}\left[-\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{3}{L.C_1}\right] = 0 \Rightarrow -\frac{4\pi^2}{T_0^2} + \frac{3}{L.C_1} = 0 \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{3}{L.C_1} \Rightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2 L.C_1}{3}$$

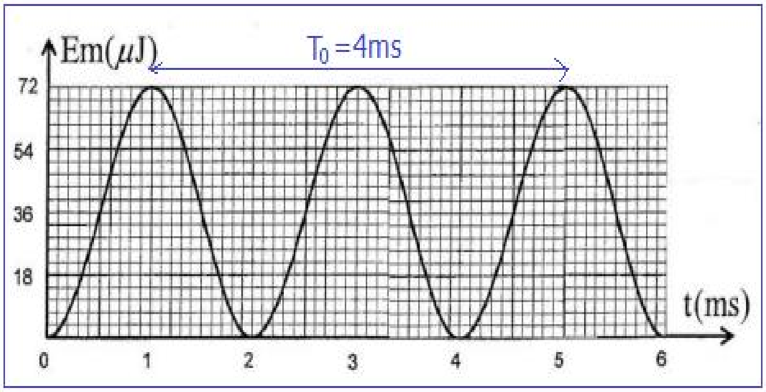
تعبير الدور الخاص هو :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L.C_1}{3}}$$

-استنتاج قيمة معامل التحريض :

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 L.C_1}{3} \Rightarrow L = \frac{3T_0^2}{4\pi^2 C_1}$$

مبيانا قيمة الدور الخاص هي: $T_0 = 4ms$



ت.ع:

$$L = \frac{3(4.10^{-3})^2}{4\times 10\times 3.10^{-6}} = 0,4\ H$$

2-3-إثبات أن الطاقة الكلية للدارة ثابتة خلال الزمن :

تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف :

$$E_e = \frac{1}{2}C.u_C^2 = \frac{1}{2}CE^2 cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

تعبير الطاقة المغنطيسية المخزونة في الوشيعة :

$$E_m = \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{dq}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}LC^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}L.C^2E^2.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

مع: $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{L.C}$

$$E_m = \frac{1}{2}L.C^2E^2.\frac{1}{L.C}\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) = \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

تعبير الطاقة الكلية :

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2}CE^2cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) = \frac{1}{2}CE^2\underbrace{\left[cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)+\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)\right]}_{=1}$$

$$E = \frac{1}{2}CE^2 = Cte$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{C_1}{3}E^2 = \frac{1}{6}C_1E^2$$

ت.ع:

$$E = \frac{1}{6}\times 3.10^{-6}\times 12^2 = 7,2.10^{-5}\ J$$

الطاقة المخزونة في المكثف عند اللحظة $t = 2ms$:

حسب المنحنى أعلاه الممثل للطاقة المغناطيسية لدينا عند اللحظة t قيمة $E_m = 0$ ومنه :

$$E(t) = E_e(t) + \underbrace{E_m(t)}_{=0} \Rightarrow E_e(t) = E(t) = 7,2.10^{-5}\ J$$

الجزء الثاني : دراسة ثنائي القطب RLC :

1-حساب R :

عند الرنين الكهربائي تكون مقاومة الدارة R حسب قانون أوم نكتب :

$$U = RI_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U}{R}$$

ت.ع:

$$I_0 = \frac{30}{0,3} = 100\ \Omega$$

2-حساب قيمة التردد الخاص N_0 :

عند الرنين لدينا :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$$

مع :

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

ت.ع:

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,32 \times 5.10^{-6}}} = 125,8\ Hz$$

3-مقارنة القدرتين P و P_0 :

تعبير P القدرة عند حدي المنطقة الممررة :

$$P = U.Icos\varphi = U.Icos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}U.I$$

تعبير القدرة المتوسطة P_0 :

$$P_0 = U.I_0cos0 = UI\sqrt{2}$$

نستنتج أن :

$$P = \frac{P_0}{2}$$

4-مقارنة P_{ext} و P :

عند حدي المنطقة الممررة تكون القدرة : $P = \frac{P_0}{2}$ حيث P_0 القدرة عند الرنين .

داخل المنطقة الممررة تكون : $P_{ext} > \frac{P_0}{2}$

خارجها يكون : $P_{ext} < \frac{P_0}{2}$ التعليل :

خارج المنطقة الممررة تكتب القدرة المتوسطة : $P_{ext} = U.I.cos\varphi$

مع : $cos\varphi < 1$ و $I < \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

ومنه : $P_{ext} < U.\frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{P_0}{\sqrt{2}} = \frac{2P}{\sqrt{2}} = P\sqrt{2}$

نستنتج أن :

$$P_{ext} < P\sqrt{2}$$

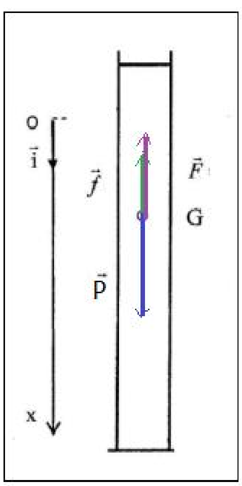
تمرين 3: الميكانيك

الجزء الاول : دراسة حركة كرية داخل سائل

1-تعيين قيمةالسرعة الحدية مبيانيا :

من خلال المنحنى الشكل 2 نلاحظ ان السرعة تتزايد الى ان تأخذ قيمة ثابتة وتسمى السرعة الحدية مبيانيا نجد :

$$v_{lim} = 0,59\ m.s^{-1}$$



تمثيل متجهات القوى المطبقة على الكرية أثناء حركتها :

تخضع الكرية أثناء سقوطها الى :

$\vec{P}$: وزن الكرية

$\vec{F}$: دافعة أرخميدس

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك المائع

3-المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v(t) :

نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m\vec{a}_G$

$$\rho_a.V.\vec{g}-\rho_S.V.\vec{g}-h.v.\vec{\imath}=m.a_x.\vec{\imath}\ \Rightarrow \rho_a.V.g-\rho_S.V.g-h.v=m.\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{h}{m}.v+\left(1-\frac{\rho_s}{\rho_a}\right)\frac{\rho_a.V}{m}.g\ \Rightarrow \frac{dv}{dt}=-\frac{h}{m}.v+\left(1-\frac{\rho_s}{\rho_a}\right)g$$

تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل :

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{h}{m}.v+\alpha.g$$

مع : $\alpha=1-\frac{\rho_s}{\rho_a}$

4-التحقق من حل المعادلة التفاضلية :

لدينا : $v(t)=\alpha.g.\frac{m}{h}\left[1-e^{-\frac{h}{m}t}\right]=\alpha.g.\frac{m}{h}-\alpha.g.\frac{m}{h}e^{-\frac{h}{m}t}$ ومنه : $\frac{dv}{dt}=-\alpha.g.\frac{m}{h}.\frac{h}{m}e^{-\frac{h}{m}t}=-\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{h}{m}.v+\alpha.g\ \Rightarrow -\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}t}=-\frac{h}{m}\left[\alpha.g.\frac{m}{h}-\alpha.g.\frac{m}{h}e^{-\frac{h}{m}t}\right]+\alpha.g$$

$$-\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}t}=-\frac{h}{m}\alpha.g.\frac{m}{h}-\alpha.g.\frac{m}{h}.\frac{h}{m}e^{-\frac{h}{m}t}+\alpha.g\ \Rightarrow -\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}t}=-\alpha.g-\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}t}+\alpha.g$$

أي: $-\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}t}=-\alpha.g.e^{-\frac{h}{m}t}$

وبالتالي فإن : $v(t)=\alpha.g.\frac{m}{h}\left[1-e^{-\frac{h}{m}t}\right]$ حل للمعادلة التفاضلية .

5-إبراز وجود سرعة حدية وحساب قيمتها :

في النظام الدائم تكون الحركة منتظمة أي السرعة ثابتة ومنه $v=v_{lim}=cte$ وبالتالي : $\frac{dv}{dt}=0$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$0=-\frac{h}{m}.v_{lim}+\alpha.g\ \Rightarrow v_{lim}=\frac{\alpha.m.g}{h}$$

ت.ع: $v_{lim}=\frac{0{,}92\times5.10^{-3}\times9{,}81}{7{,}60.10^{-2}}=0{,}59\ m.s^{-1}$

6-استعمال التحليل البعدي ل $\frac{m}{h}$ لتحديد وحدته وقيمته مبانيا :

تعبير قوة الاحتكاك : $f=hv$ باستعمال معادلة الابعاد نكتب : $[h]=\frac{[F]}{[v]}=[F].[v]^{-1}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\sum\vec{F}=m\vec{a}$ ومنه : $[F]=[M].[a]=[M]\frac{[v]}{[T]}$ أي : $[M]=\frac{[F].[T]}{[v]}$

بعد المقدار $\left[\frac{m}{h}\right]$:

$$\frac{[m]}{[h]}=\frac{[F].[T]}{[V]}.\frac{[v]}{[F]}=[T]$$

وحدة المقدار $\frac{m}{h}$ هي الثانية s .

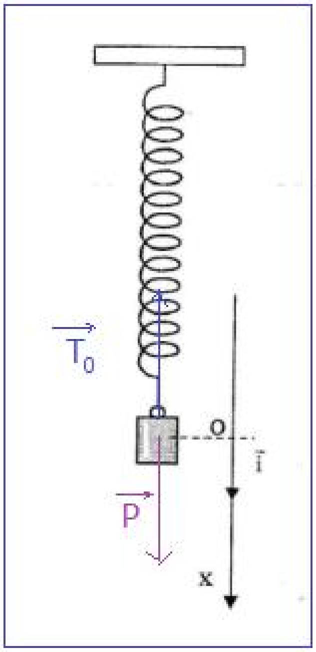
تحديد قيمة $\frac{m}{h}$ مبيانيا :

لدينا : $v_{lim}=\frac{\alpha.m.g}{h}$ مبيانيا : $v_{lim}=0,59\ m/s$ ومنه : $\frac{m}{h}=\frac{v_{lim}}{\alpha.g}=\frac{0,59}{0,92\times9,81}\approx65,4.10^{-3}\ s^{-1}$

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية لمتذبذب مخمد

1-التذبذبات الحرة غير المخمدة

1-1-قيمة إطالة النابض عند التوازن Δl_e :



الجسم (S) يخضع لوزنه $\vec{P}$ و لتأثير النابض $\vec{T_0}$ عند التوازن نكتب : $\vec{P}+\vec{T}_0=\vec{0}$ أي:
$T_0=P$

$$K\Delta l_0=mg$$

$$\Delta l_0=\frac{mg}{K}$$

ت.ع: $\Delta l_0=\frac{0,2\times9,81}{20}=9,81\,.10^{-2}m=9,81\ cm$

1-2-المعادلة التفاضلية التي يحققها الافصول x :

جرد القوى المطبقة على الجسم الصلب (S) :

$\vec{P}$: وزنه و$\vec{T}$ توتر النابض

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(O,\vec{\imath})$ الذي نعتبره غاليليا :

$$\sum\vec{F}=m.\vec{a}_G\Rightarrow\vec{P}+\vec{T}=m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور Ox :

$$P-T=m.a_x\Rightarrow mg-K(\Delta l_0+x)=m.\ddot{x}\ \Longrightarrow\underbrace{mg-K\Delta l_e}_{=0}-Kx=m.\ddot{x}$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\ddot{x}+\frac{K}{m}x=0\ \text{ أو }\ m.\ddot{x}+Kx=0$$

تحديد قيمة كل من الثابتتين φ و x_m :

تحديد φ :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $x(t)=x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ عند $t=0$ لدينا $x(0)=0$ ومنه : $x(0)=x_m cos\varphi=0$

أي : $cos\varphi=0$ و $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$

و $\dot{x}(t) = -\frac{2\pi}{T_0}x_m.\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ عند $t=0$ لدينا : $\dot{x}(0) = -\frac{2\pi}{T_0}x_m.sin\varphi = v_0 > 0$ أي $sin\varphi < 0$ نستنتج : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

تحديد x_m :

نعوض $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ في العلاقة $-\frac{2\pi}{T_0}x_m.sin\varphi = v_0$ نجد : $x_m = \frac{v_0.T_0}{2\pi}$

مع : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}}$

ت.ع: $x_m = v_0\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,5\times\sqrt{\frac{0,2}{20}} = 5.10^{-2}\,m = 5cm$

2-طاقة المتذبذب

2-1-تعبير طاقة الوضع للمتذبذب :

طاقة الوضع المرنة

$$E_{pe} = \frac{1}{2}K(x+\Delta l_0)^2 + Cte$$

باعتبار الحالة المرجعية يكون $Cte = 0$ وبالتالي تعبير طاقة الوضع المرنة : $E_{pe} = \frac{1}{2}K(x+\Delta l_0)^2$

طاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = -mgx + cte$$

باعتبارالحالة المرجعية $E_{pp} = 0$ عند $x = 0$ ومنه : $cte = 0$ وبالتالي تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = -mgx$

طاقة وضع المتذبذب تكتب : $E_p = E_{pe} + E_{pp} = \frac{1}{2}K(x+\Delta l_0)^2 - mgx$

2-2-تعبير سرعة مركز قصور G عند مروره من موضع التوازن في المنحى الموجب :

تعبير الطاقة الميكانيكية : $E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2}K(x+\Delta l_0)^2 - mgx + \frac{1}{2}mv^2$

بما أن الاحتكاكات مهملة ، فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ نكتب :

$$E_m(x=0) = E_m(x=x_m) \Rightarrow \frac{1}{2}K\Delta l_0^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}K(x_m+\Delta l_0)^2 - mgx_m$$

$$\frac{1}{2}K\Delta l_0^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Kx_m^2 + \frac{1}{2}K\Delta l_0^2 + \underbrace{K\Delta l_0.x_m - mgx_m}_{=0}$$

$$\frac{1}{2}K\Delta l_0^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Kx_m^2 + \frac{1}{2}K\Delta l_0^2 \Rightarrow mv^2 = Kx_m^2 \Rightarrow v^2 = \frac{K}{m}x_m^2 \Rightarrow v = x_m\sqrt{\frac{K}{m}}$$

3-التذبذبات الحرة المخمدة

3-1-يرجع تناقص وسع الذبذبات الى وجود الاحتكاكات .

3-2-تحديد معامل الخمود μ :

لدينا : $T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\left[\frac{\mu T_0}{4\pi.m}\right]^2}}$ ومنه : $T^2 = \frac{T_0^2}{1-\left[\frac{\mu T_0}{4\pi.m}\right]^2}$ أي: $1 - \left[\frac{\mu.T_0}{4\pi.m}\right]^2 = \frac{T_0^2}{T^2}$

$$\left[\frac{\mu.T_0}{4\pi.m}\right]^2 = 1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \quad \Rightarrow \frac{\mu.T_0}{4\pi.m} = \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} \quad \Rightarrow \mu = \frac{4\pi.m}{T_0}\sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2}$$

حساب T_0 لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0;2}{20}} = 0,628\ s$

نحدد شبه الدور من المبيان : $T = 0,64\ s$

ت.ع:

$$\mu = \frac{4\pi \times 0,2}{0,628}\sqrt{1 - \left(\frac{0,628}{0,64}\right)^2} = 0,77\ kg/s$$