

# هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تصحيح امتحان الوطني للفيزياء والكيمياء الدورة العلية 2014  
العلوم الرياضية

الكيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول الامونياك والهيدروكسيلamins

1-تحضير محلول حمض الكلوريديك

1.1-تعبير كمية مادة الحمض  $n(HCl)$  وتحقق من قيمة  $C_0$  :

كمية مادة الحمض تكتب :

$$n(HCl) = \frac{m(HCl)}{M(HCl)}$$

النسبة الكتليلية  $P$  للحمض تمثل كتلة الموجودة في 100g من محلول أي :  $P \cdot m_S$

الكتلة الحجمية للمحلول تكتب :

$$\rho_S = \frac{m_S}{V} = d \cdot \rho \Rightarrow m_S = d \cdot \rho \cdot V$$

كمية مادة الحمض تكتب :

$$n(HCl) = \frac{m(HCl)}{M(HCl)} = \frac{P \cdot m_S}{M(HCl)} = \frac{P \cdot d \cdot \rho \cdot V}{M(HCl)}$$

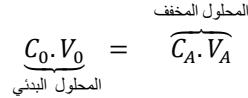
تركيز محلول التجاري ذي الحجم  $V$  هو :

$$C_0 = \frac{n(HCl)}{V} \Rightarrow C_0 = \frac{P \cdot d \cdot \rho}{M(HCl)}$$

ت.ع:

$$C_0 = \frac{0,37 \times 1,15 \times 10^3}{36,5} \approx 11,6 \text{ mol. L}^{-1}$$

2.1-حساب حجم محلول التجاري لعملية التخفيف :  
حسب علاقه التخفيف :



$$V_0 = \frac{C_A \cdot V_A}{C_0} \Rightarrow V_0 = \frac{0,015 \times 1}{11,6} \approx 1,3 \cdot 10^{-3} L = 1,3 mL$$

2-دراسة بعض خصائص قاعدة مذابة في الماء :

2.1-إثبات تعبير  $K_A$  :

الجدول الوصفي لتفاعل القاعدة  $B$  مع الماء :

المعادلة الكيميائية		$B_{(aq)}$	+	$H_2O_{(\ell)}$	$\rightleftharpoons$	$BH_{(aq)}^+$	+	$HO_{(aq)}^-$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)						
الحالة البدنية	0	CV		وغير		0		0
حالة التحول	x	$CV - x$		وغير		x		x
الحالة النهائية	$x_{eq}$	$CV - x_{eq}$		وغير		$x_{eq}$		$x_{eq}$

المتفاعل المد هو B لأن الماء مستعمل بوفرة ومنه :

$$C \cdot V - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C \cdot V$$

حسب الجدول الوصفي :

$$\left\{ \begin{array}{l} [BH^+]_{eq} = [HO^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V} \\ [B] = \frac{CV - x_{eq}}{V} = C - \frac{x_{eq}}{V} = C - [HO^-]_{eq} \end{array} \right.$$

نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} \Rightarrow \tau = \frac{[HO^-]_{eq}}{C} \Rightarrow [HO^-]_{eq} = C \cdot \tau$$

# هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

حسب تعريف ثابتة الحمضية للمزدوجة  $BH^+/B$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{eq} \cdot [B]_{eq}}{[BH^+]_{eq}} \Rightarrow K_A = \frac{[H_3O^+]_{eq} \cdot (C - [HO^-]_{eq})}{[HO^-]_{eq}}$$

$$[H_3O^+]_{eq} = \frac{K_e}{[HO^-]_{eq}}$$

$$K_A = \frac{K_e \cdot (C - [HO^-]_{eq})}{[HO^-]^2_{eq}} \Rightarrow K_A = \frac{K_e \cdot (C - C \cdot \tau)}{(C \cdot \tau)^2} \Rightarrow K_A = \frac{K_e}{C} \cdot \frac{(1 - \tau)}{\tau^2}$$

2.2- حساب  $\tau_1$  و  $\tau_2$  ل  $NH_2OH$  و  $NH_3$

تعبر نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} \Rightarrow \tau = \frac{[HO^-]_{eq}}{C}$$

$$[HO^-]_{eq} = \frac{K_e}{[H_3O^+]_{eq}} = \frac{K_e}{10^{-pH}} = K_e \cdot 10^{pH} \text{ مع :}$$

$$\tau = \frac{K_e \cdot 10^{pH}}{C}$$

$$\tau_1 = 3,98\% \quad \text{أي} \quad \tau_1 = \frac{10^{-14} \times 10^{10,6}}{1,0 \cdot 10^{-2}} = 0,0398 \quad \text{ت.ع:} \quad \tau_1 = \frac{K_e \cdot 10^{pH_1}}{C} \quad \text{بالنسبة للأمونياك :}$$

$$\tau_2 = 0,1\% \quad \text{أي} \quad \tau_2 = \frac{10^{-14} \times 10^{9,0}}{1,0 \cdot 10^{-2}} = 10^{-3} \quad \text{ت.ع:} \quad \tau_2 = \frac{K_e \cdot 10^{pH_2}}{C} \quad \text{بالنسبة للهيدروكسيلامين :}$$

2.3- حساب  $pK_{A_1}$  و  $pK_{A_2}$

$$K_{A_1} = \frac{10^{-14}}{1,0 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{(1 - 0,0398)}{(0,0398)^2} = 6,06 \cdot 10^{-10} \quad \text{ت.ع:} \quad K_{A_1} = \frac{K_e}{C} \cdot \frac{(1 - \tau_1)}{\tau_1^2} \quad \text{بالنسبة للأمونياك :}$$

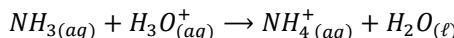
$$\text{ومنه } pK_{A_1} = -\log K_{A_1} = 9,2$$

$$K_{A_2} = \frac{10^{-14}}{1,0 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{(1 - 10^{-3})}{(10^{-3})^2} = 1,0 \cdot 10^{-6} \quad \text{ت.ع:} \quad K_{A_2} = \frac{K_e}{C} \cdot \frac{(1 - \tau_2)}{\tau_2^2} \quad \text{بالنسبة للهيدروكسيلامين :}$$

$$\text{ومنه } pK_{A_2} = -\log K_{A_2} = 6$$

3- المعايرة حمض قاعدة لمحلول مخفف للأمونياك :

3.1- معادلة تفاعل المعايرة :



3.2- حساب نسبة التقدم النهائي بالنسبة للحجم  $: V_A = 5mL$

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$NH_{3(aq)} + H_3O_{(aq)}^+ \rightarrow NH_{4(aq)}^+ + H_2O_{(\ell)}$				
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البدنية	0	$C_B \cdot V$	$C_A \cdot V_A$	0	وقير	
التوازن	$x_{eq}$	$C_B \cdot V - x_{eq}$	$C_A \cdot V_A - x_{eq}$	$x_{eq}$	وقير	

لدينا باستعمال المبيان عند الحجم  $V_A = 5 \text{ mL}$   $pH = 9,6$  نجد : قبل التكافؤ يكون المتفاعل المحد هو  $H_3O^+$  نكتب :

$$C_A \cdot V_A - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_A \cdot V_A$$

من جدول التقدم نكتب :

$$[H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH} = \frac{C_A \cdot V_A - x_{eq}}{V_A + V} \Rightarrow C_A \cdot V_A - x_{eq} = 10^{-pH} \cdot (V_A + V)$$

$$\Rightarrow x_{eq} = C_A \cdot V_A - 10^{-pH} \cdot (V_A + V)$$

نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{C_A \cdot V_A - 10^{-pH} \cdot (V_A + V)}{C_A \cdot V_A} = 1 - \frac{10^{-pH} \cdot (V_A + V)}{C_A \cdot V_A}$$

ت.ع:

$$\tau = 1 - \frac{10^{-9,6} \cdot (5 + 20)}{0,015 \times 5} \approx 1 = 100\%$$

3.3- باستعمال طريقة المماسات نجد :

$$V_{AE} \approx 14,2 \text{ mL} \quad , \quad pH_E \approx 5,7$$

$$\text{علاقة التكافؤ : } C' = \frac{C_A \cdot V_{AE}}{V} \text{ أي: } C' \cdot V = C_A \cdot V_{AE}$$

$$C' = \frac{0,015 \times 14,2}{20} = 1,06 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

حسب علاقه التخفيف :  $C_B = 1000C' = 1000 \times 1,06 \cdot 10^{-2} = 10,6 \text{ mol. L}^{-1}$

3.4- الكاشف الملون الملائم لهذه المعايرة هو الذي منطقه انعطافه تضم نقطه التكافؤ .

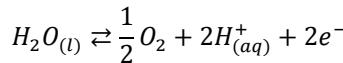
الكاشف الملون المناسب هو أحمر الكلوروفينول .  $pH_E = 5,7 < 6,8$

الجزء الثاني : تحضير فاز بالتحليل الكهربائي

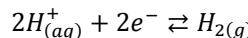
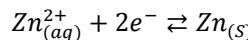
1- دراسة التحول الكيميائي

1.1- معادلات التفاعل الممكن أن تحدث عند كل إلكترود :

- بجوار الانود تحدث أكسدة أنيودية للمختزل  $O_2$  :  $H_2O$



- بجوار الكاثود يحدث اختزال للموكسان :  $Zn^{2+}$  و  $Zn^{2+}$  :



2.1- العلاقة بين  $Q$  كمية الكهرباء و  $x$  تقدم التحليل :

المعادلة الكيميائية		$Zn_{(aq)}^{2+} + 2H_2O_{(l)} \rightleftharpoons Zn_{(s)} + 2H_{(aq)}^+ + \frac{1}{2} O_2(g)$					كمية مادة $e^-$ المتباعدة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)					
الحالة البدنية	0	$n_0(Zn^{2+})$	وغير	0	$n_0(H^+)$	0	$n(e^-) = 0$
خلال التحول	$x$	$n_0(Zn^{2+}) - x$	وغير	$x$	$n_0(H^+) - x$	$\frac{1}{2}x$	$n(e^-) = 2x$

# هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

باستعمال الجدول الوصفي نكتب :

$$n(e^-) = 2x$$

$$Q = n(e^-).F \Rightarrow Q = 2x.F \quad (*) \quad \text{كمية الكهرباء } Q :$$

2-استغلال التحول الكيميائي :

2.1-حساب كتلة الزنك المتوضعة :

$$n(Zn) = \frac{m}{M(Zn)} \quad \text{مع } n(Zn) = x \quad \text{حسب الجدول الوصفي :}$$

$$x = \frac{Q}{2F} = \frac{I.\Delta t}{2F} \quad \text{العلاقة (*) تكتب :}$$

$$m = \frac{I.\Delta t.M(Zn)}{2F} \quad \text{أي :} \quad \frac{m}{M(Zn)} = \frac{I.\Delta t}{2F} = x \quad \text{نستنتج :}$$

$$m = \frac{80.10^3 \times 48 \times 3600 \times 65,4}{2 \times 96500} \approx 4,68.10^6 g = 4,68.10^3 kg \quad \text{تطبيق عددي :}$$

2.2-حساب  $V$  حجم ثاني الاوكسجين :

$$x = \frac{2V_{th}}{V_m} \quad \text{أي :} \quad n(O_2) = \frac{V_{th}}{V_m} \quad \text{مع :} \quad n(O_2) = \frac{x}{2} \quad \text{حسب الجدول الوصفي :}$$

$$V_{th} = \frac{I.\Delta t.V_m}{4F} \quad \text{أي :} \quad x = \frac{I.\Delta t}{2F} = \frac{2V_{th}}{V_m} \quad \text{العلاقة (*) تكتب :}$$

$$V_{exp} = r.V_{th} = r.\frac{I.\Delta t.V_m}{4F} \quad \text{ومنه :} \quad r = \frac{V_{exp}}{V_{th}} \quad \text{مردود التفاعل يكتب :}$$

$$V_{exp} = 0,8 \times \frac{80.10^3 \times 48 \times 3600 \times 24}{4 \times 96500} = 687,6.10^3 L = 687,6 m^3 \quad \text{تطبيق عددي :}$$

الفيزياء

تمرين 1 : الفيزياء النووية في المجال الطبي

1.1- النشاط الاشعاعي لنويدة الفوسفور  $P_{15}^{32}$  :



$$32 = A + 0 \rightarrow A = 32 \quad \text{قوانين الانحفاظ :}$$

$$15 = Z - 1 \rightarrow Z = 16$$

1.2- الطاقة المحررة عند تفتق نويدة واحدة من الفوسفور  $P_{15}^{32}$

$$E_{libérée} = |m(Y) + m(e^-) - m(P)| = |[31,9822 + 5,485.10^{-4} - 31,9840]u.c^2|$$

$$E_{libérée} = 1,2515.10^{-3} \times 931,5 MeV.c^{-2}.c^2 = 1,1658 MeV$$

2- حقن الوريدي بالفوسفور  $P_{15}^{32}$  :

2.1- النشاط الاشعاعي  $1Bq$  هو تفتق واحد في الثانية .

2.2- أ-حساب  $\Delta t$  المدة الزمنية اللازمة ليصبح  $a_2 = 20\% a_1$  قانون التناقص الاشعاعي :

$$a = a_0 e^{-\lambda t} \quad \text{لدينا :}$$

$$\begin{cases} a_1 = a_0 e^{-\lambda t_1} \\ a_2 = a_0 e^{-\lambda t_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{e^{-\lambda t_1}}{e^{-\lambda t_2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = \ln e^{\lambda(t_2-t_1)} = \lambda \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{a_1}{0,20a_1}\right) \Rightarrow \Delta t = \frac{14,3}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{1}{0,2}\right) = 33,2 \text{ jours}$$

ب- عدد النويات المتفتتة خلال المدة  $\Delta t$  :  
قانون التناقص الاشعاعي :

$$\begin{cases} a_1 = \lambda \cdot N_1 \\ a_2 = \lambda \cdot N_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = \frac{a_1}{\lambda} \\ N_2 = \frac{a_2}{\lambda} \end{cases} \Rightarrow N_2 - N_1 = \frac{a_1}{\lambda} - \frac{a_2}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}(a_1 - a_2) \Rightarrow N_2 - N_1 = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}(a_1 - 0,20a_1)$$

نستنتج :

$$N_2 - N_1 = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot 0,8 a_1$$

ج- الطاقة المحررة خلال هذه المدة :

$$E'_{libérée} = N \cdot E_{libérée}$$

حيث :  $N = N_2 - N_1$  عدد النويات المتفتتة  
 $E_{libérée}$  الطاقة المحررة عند تفتق نويدة واحدة من  $^{32}_{15}P$

العلاقة تصبح:

$$E'_{libérée} = (N_2 - N_1) E_{libérée} \Rightarrow E'_{libérée} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot 0,8 a_1 \cdot E_{libérée}$$

تطبيق عددي :

$$E'_{libérée} = \frac{14,3 \times 24 \times 3600}{\ln 2} \times 0,8 \times 2,5 \cdot 10^5 \times 1,1658 = 4,156 \cdot 10^{15} MeV$$

$$E'_{libérée} = 4,156 \cdot 10^{15} \times 1,6 \cdot 10^{-13} = 664,96 J$$

تمرين 2 : دراسة شحن وتفرغ مكثف :

1- دراسة شحن وتفرغ مكثف :

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تتحققها شدة التيار  $i$  :

حسب قانون إضافية التوترات :  $E = u_R + u_C$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \quad \text{بالاشتقاق نحصل على : } Ri + \frac{q}{C} = E$$

$$RC \cdot \frac{di}{dt} + i = 0 \quad R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

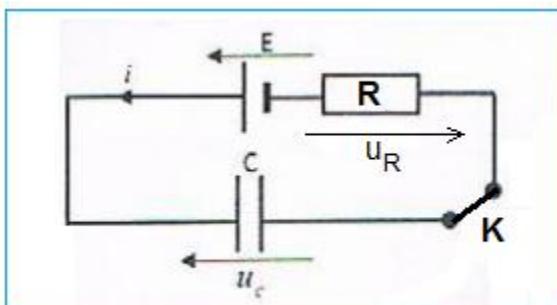
1.2- حل المعادلة التفاضلية يكتب :  $i = Ae^{-t/\tau}$  بالاشتقاق نحصل على :  $i = Ae^{-t/\tau}$   
 نعرض في المعادلة التفاضلية فنحصل على :

$$\tau = RC \Leftarrow 1 - \frac{RC}{\tau} = 0 \Leftarrow Ae^{-t/\tau} \left(1 - \frac{RC}{\tau}\right) = 0 \Leftarrow RC \cdot \left(-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}\right) + Ae^{-t/\tau} = 0$$

حسب الشروط البدنية وباستعمال قانون إضافية التوترات :  $E = R \cdot i(0) + u_C(0)$  لدينا المكثف غير مشحون ( $u_C = 0$ )

$$A = I_0 \Leftarrow i(0) = I_0 = Ae^0 \quad \text{يمكن حل المعادلة التفاضلية عند } t=0 \text{ يكتب :}$$

$$\text{ومنه : } i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$



1.3- التعبير الحرفي لـ  $u_C$  :

$$\Leftrightarrow u_C = E - R \cdot \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \Leftrightarrow u_C = E - Ri \Leftrightarrow E = Ri + u_C \quad \text{حسب قانون إضافية التوترات :}$$

$$u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$$

4-تحديد  $\tau$  واستنتاج C :

$$\text{عند اللحظة } \tau \text{ لدينا : } i(\tau) = I_0 e^{-\tau/\tau} = 0,37 I_0 \quad \text{أي : } t = \tau$$

$$\tau = 0,1 \text{ ms} = 1.10^{-4} \text{ s}$$

$$\text{لدينا : } \tau = RC \quad \text{أي : } C = \frac{\tau}{R} = \frac{1.10^{-4}}{100} = 10^{-6} \text{ F} = 1 \mu\text{F}$$

5-إثبات العلاقة :

-عند نهاية الشحن نحصل النظام الدائم ويكون  $u_C = E$  وتكون الطاقة المخزونة في المكثف في النظام

$$E_e = \frac{1}{2} C E^2$$

-عند اللحظة  $\tau$  يكون التوتر  $u_C(\tau) = E(1 - e^{-\tau/\tau}) = E(1 - e^{-1})$  والطاقة المخزونة في المكثف هي :

$$E_e(\tau) = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-1})^2$$

$$\frac{E_e(\tau)}{E_e} = \frac{\frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-1})^2}{\frac{1}{2} C E^2} = (1 - e^{-1})^2 \Rightarrow \frac{E_e(\tau)}{E_e} = \left(1 - \frac{1}{e}\right)^2 = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2 = 0,40 = 40\%$$

$$J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(m_1 + m_2)g \cdot d}{N_0^2}$$

2-مقاومة الوشيعة مهملة :

أ-إثبات المعادلة التفاضلية :

حسب قانون إضافية التوترات :  $L \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$  أي  $u_L + u_C = 0$

$$\text{ومنه : } \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i = 0$$

ب-تحديد قيمة كل من  $I_m$  و  $\varphi$  :

$$\text{حل المعادلة التفاضلية : } \frac{di}{dt} = I_m \cos(2\pi N_0 t + \varphi) \quad \text{ومنه : } \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i = 0 \quad -2\pi N_0 \cdot I_m \sin(2\pi N_0 t + \varphi)$$

$$\text{حسب قانون إضافية التوترات : } u_C = -u_L = -L \frac{di}{dt} = 2\pi N_0 \cdot L \cdot I_m \sin(2\pi N_0 t + \varphi)$$

$$\text{حسب الشروط البدنية لدينا المكثف مشحون كليا نكتب : } i(0) = 0 \quad \text{و } u_C(0) = E$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{أو } \varphi = \frac{\pi}{2} \Leftarrow i(0) = I_m \cos \varphi = 0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{ومنه : } \sin \varphi > 0 \Leftarrow u_C(0) = 2\pi N_0 \cdot L \cdot I_m \sin \varphi = E$$

$$I_m = \frac{E}{L} \quad \text{مع : } 2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{ومنه : } I_m = \frac{E}{2\pi N_0 L \sin(\frac{\pi}{2})} \Leftarrow 2\pi N_0 \cdot L \cdot I_m \sin \varphi = E \quad \text{لدينا :}$$

$$I_m = E \sqrt{\frac{C}{L}} = 6 \sqrt{\frac{10^{-6}}{0,2}} \Rightarrow I_m = 1,34 \cdot 10^{-2} A$$

$$2.2-\text{حساب } E' \text{ طاقة المتذبذب عند اللحظة } t' = \frac{7}{4} T \text{ واستنتاج التغير}$$

# هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

عند اللحظة  $t'$  تكون شدة التيار قصوية وتساوي  $i = 10mA$  في حين يكون التوتر  $u_C$  منعدما

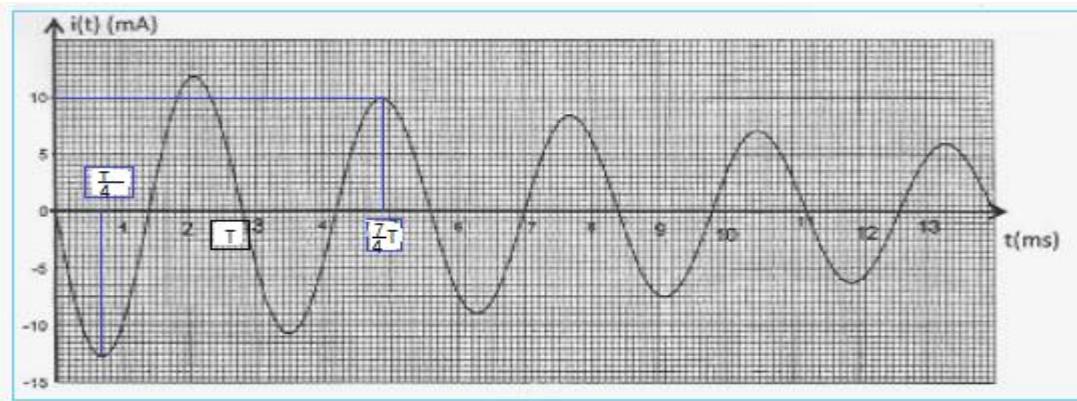
$$E' = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 0,01^2 = 10^{-5} A \quad \text{ت.ع.} \quad E' = E_e + E_m = \frac{1}{2} L i^2$$

$$E = E_e = \frac{1}{2} C E^2 \quad \text{لدينا} \quad u_C(0) = E(0) \quad \text{الطاقة الكلية تساوي :}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 6^2 = 1,8 \cdot 10^{-5} J \quad \text{ت.ع. :}$$

$$\Delta E = 10^{-5} - 1,8 \cdot 10^{-5} = -8 \cdot 10^{-6} J \quad \text{استنتاج التغير} \quad E - E' = \Delta E$$

يعزى هذا التغير الى وجود مقاومة الوشيعة التي تؤدي الى تبدد الطاقة بمفعول جول .



2.3- أتبين أن الطاقة الكلية للمتذبذب عند اللحظة  $t = nT$  يمكن على الشكل  $E_n = E_0(1 - p)^n$

نقبل أن الطاقة الكلية تتناقص بنسبة  $p = 27,5\%$  خلال كل شبه دورة .

عند اللحظة  $t = nT$  الطاقة الكلية للمتذبذب  $E_1 = E_0 - pE_0 = E_0(1 - p)$

عند اللحظة  $t = 2T$  الكافية الكلية للمتذبذب  $E_2 = E_1 - pE_1 = E_1(1 - p) = E_0(1 - p)^2$

نعتبر ان العلاقة  $E_n = E_0(1 - p)^n$  صحيحة بالنسبة للحظة  $t = nT$  وتبين أنها تتحقق بالنسبة للحظة  $t = (n+1)T$

$$E_{n+1} = E_n - pE_n = E_n(1 - p) = E_0(1 - p)^n(1 - p) \Rightarrow E_{n+1} = E_0(1 - p)^{n+1}$$

ب- حساب  $n$  عندما تتناقص الطاقة الكلية ب 96% من قيمتها البدنية :

$$\text{عند اللحظة } t = nT \text{ يكون } E_n = (1 - 0,96)E_0 = 0,04E_0$$

$$E_n = E_0(1 - p)^n \Rightarrow \frac{E_n}{E_0} = (1 - p)^n \Rightarrow n \cdot \ln(1 - p) = \ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right) \Rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right)}{\ln(1 - p)} = \frac{\ln\left(\frac{0,04E_0}{E_0}\right)}{\ln(1 - 0,275)} = 10$$

## التمرين 3

الجزء الاول : دراسة حركة متزلج

1- دراسة القوى المطبقة على المتزلج بين A و B :

1.1- تعبير معامل الاحتكاك بدلالة a و g و  $\alpha$  :

يُخضع المتزلج لقوىتين :  $\vec{P}$  وزنه و  $\vec{R}$  تأثير السطح المائل

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

الاسقاط على المحور OX :

$$f = mgsin\alpha - ma$$

أي :  $R_N = mgcos\alpha$  أي  $mgcos\alpha - R_N = 0$  على المحور OY :

$$\tan\varphi = \tan\alpha - \frac{a}{g \cdot cos\alpha} \text{ نستنتج } \tan\varphi = \frac{f}{R_N} = \frac{mgsin\alpha - ma}{m \cdot gcos\alpha}$$

1.2- حساب التسارع a :

$$a = \frac{v_B}{t_B} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m.s}^{-2} \text{ أي : } v_B = at_B \text{ عند النقطة B السرعة تكتب : } v_0 = 0 \text{ مع } v = at + v_0$$

$$\tan\varphi = \tan(20^\circ) - \frac{2}{9,8 \times \cos(20^\circ)} = 0,15$$

1.3- تعبير شدة القوة  $\vec{R}$

$$R = mgcos\alpha \sqrt{1 + \tan^2\varphi} : \text{ نستنتج } R = \sqrt{f^2 + R_N^2} = \sqrt{R_N^2 \left(1 + \frac{f^2}{R_N^2}\right)} = R_N \sqrt{1 + \left(\frac{f}{R_N}\right)^2} \text{ أي : } \vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_N$$

$$R = 80 \times 9,8 \times \cos(20^\circ) \sqrt{1 + (0,147)^2} \approx 744,6 \text{ N}$$

2- مرحلة الفوز :

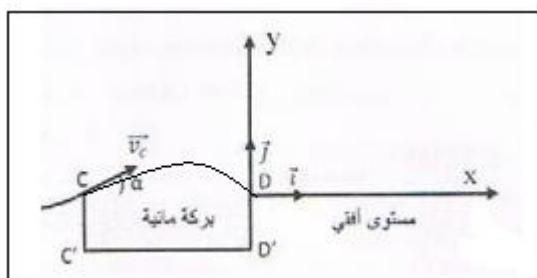
2.1- تحديد إحداثيات قمة المسار M

$$\begin{cases} v_x = v_C \cdot \cos\alpha \cdot t \\ v_y = -g \cdot t + v_C \cdot \sin\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(t) = v_C \cdot \cos\alpha \cdot t - 15 \\ y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_C \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases} \text{ لدينا : المعادلتان الزمنيتان :}$$

عند قمة المسار تكون  $y = 0$  أي  $v_y = 0$  نعرض في المعادلتين الزمنيتين :

$$\begin{cases} x_S = \frac{(16,27)^2 \times \sin(2 \times 20)}{2 \times 9,8} - 15 = -6,32 \text{ m} \\ y_S = \frac{(16,27)^2 \times \sin^2(20)}{2 \times 9,8} = 1,58 \text{ m} \end{cases} \text{ ت.ع: } \begin{cases} x_S = v_C \cdot \cos\alpha \cdot \frac{v_S \cdot \sin\alpha}{g} - 15 = \frac{v_S^2 \cdot \sin 2\alpha}{2g} \\ y_S = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_S \cdot \sin\alpha}{g}\right)^2 + v_C \cdot \sin\alpha \cdot \frac{v_S \cdot \sin\alpha}{g} = \frac{v_C^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} \end{cases}$$

2.2- الشرط الذي يجب أن تتحققه السرعة  $v_C$  لكي لا يسقط المتزلج في البركة المائية ويسقط على المستوى الأفقي عند النقطة P هو :  $x_P \geq 0$  و  $y_P = 0$



$$y_P = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_P^2 + v_C \cdot \sin\alpha \cdot t_P = 0 : \text{ الشرط } y_P = 0 \text{ يعني } t_P = 0$$

$$\text{أي : } t_P = 0 \text{ غير مرغوب فيه } t_P \left(v_C \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2} \cdot t_P\right) = 0$$

$$\text{والحل } 0 = \frac{2v_C \cdot \sin\alpha}{g} \text{ أي } v_C \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2} \cdot t_P = 0 \text{ هو الحل المطلوب}$$

$$v_C \cdot \cos\alpha \cdot t_P \cdot \frac{2v_C \cdot \sin\alpha}{g} - 15 \geq 0 \text{ أي } v_C \cdot \cos\alpha \cdot t_P - 15 \geq 0 \text{ الشرط } x_P \geq 0 \text{ يوافق}$$

$$\frac{v_C^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} - 15 \geq 0 \Leftarrow$$

$$v_C \geq \sqrt{\frac{15g}{\sin 2\alpha}}$$

تطبيق عددي :  $v_{C \min} = 15,12 \text{ m.s}^{-1}$  القيمة الدنيا للسرعة هي :  $v_C \geq \sqrt{\frac{15 \times 9,8}{\sin(2 \times 20)}} = 15,12 \text{ m.s}^{-1}$

الجزء الثاني : الدراسة الطافية للتوازن

1- تحديد موضع مركز القصور  $G$  للمجموعة :

1.1- تعبير الطاقة الميكانيكية في حالة التذبذبات الصغيرة :

$$E_m = E_C + E_{PP} \quad (*)$$

$$\text{حيث } E_{PP} = (m_1 + m_2)gz + Cte$$

الحالة المرجعية  $E_{PP} = 0$  عند  $z = 0$   $E_{PP} = (m_1 + m_2)gz$  يصبح  $E_{PP} = 0$  ومنه  $Cte = 0$   $z = d$  باعتبار التذبذبات صغيرة نكتب :

$$\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad \text{أي: } z = d \left(1 - 1 + \frac{\theta^2}{2}\right) = d \cdot \frac{\theta^2}{2}$$

$$\text{تعبير } E_{PP} = (m_1 + m_2) \cdot gd \frac{\theta^2}{2}$$

باعتبار الاحتكاكات مهملاً فإن الطاقة الميكانيكية تحفظ نكتب :  $E_m = E_{PP \ max}$  حيث  $\theta = \theta_m$  و  $E_m = E_{PP \ max}$

$$E_m = (m_1 + m_2) \cdot gd \frac{\theta_m^2}{2}$$

1.2- استنتاج قيمة  $d$  بالاعتماد على المبيان :

الدالة  $E_c = f(\theta^2)$  عبارة عن دالة تالية معادلتها تكتب

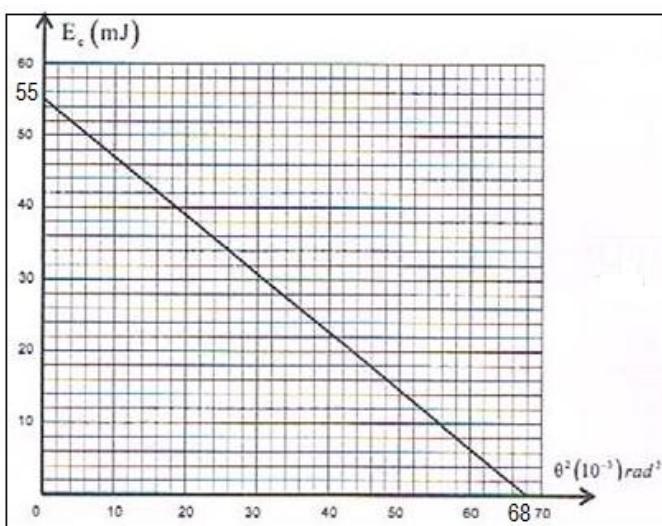
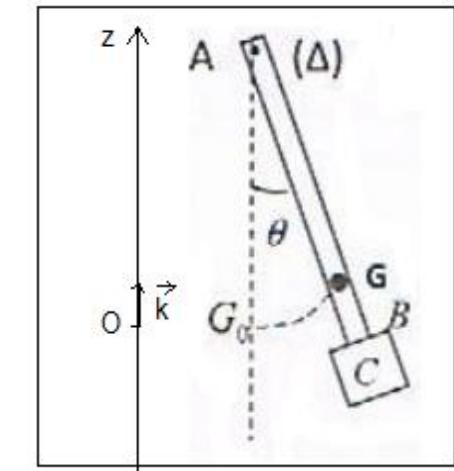
$$a = \frac{\Delta E_c}{\Delta \theta^2} = \frac{55 \cdot 10^{-3} - 0}{0 - 68 \cdot 10^{-3}} = \frac{55 \cdot 10^{-3}}{-68 \cdot 10^{-3}} = -0,8 J$$

العلاقة (\*) تكتب :

$$E_c = E_m - E_{PP} = E_m - (m_1 + m_2) \cdot gd \frac{\theta^2}{2}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع معادلة المنحنى نجد :

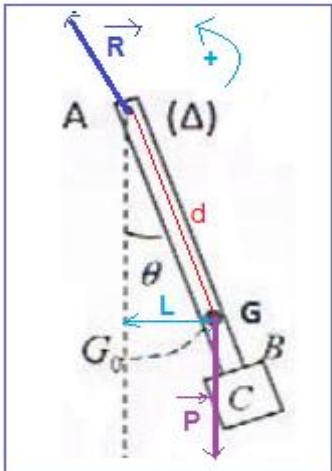
$$d = \frac{2a}{(m_1 + m_2)g} = \frac{2 \times 0,8}{(0,1 + 0,3) \times 9,8} = \frac{1,6}{3,2 \times 9,8} = 0,4 m$$



2- تحديد عزم القصور  $J_\Delta$

## 2.1-المعادلة التفاضلية للحركة :

يُخضع النواس الوازن خلال حركته لقوى التالية :  $\vec{P}$  وزن النواس و  $\vec{R}$  تأثير محور الدوران ( $\Delta$ )



تطبيق العلاقة الأساسية للديناميك :  $M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta \ddot{\theta}$

$$-(m_1 + m_2)g \cdot d \cdot \sin\theta = J_\Delta \ddot{\theta} \quad \text{أي: } -(m_1 + m_2)gL = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\sin\theta \approx \theta \quad \text{في حالة التذبذبات الصغيرة يكون: } \theta \approx \frac{-(m_1 + m_2)g \cdot d}{J_\Delta} \sin\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{(m_1 + m_2)g \cdot d}{J_\Delta} \cdot \theta = 0$$

## 2.2-إيجاد تعبير التردد الخاص : $N_0$

$$\text{حل المعادلة التفاضلية هو: } \theta(t) = \theta_m \cos(2\pi N_0 t + \varphi) \quad \text{الاشتقاق الأول: } \dot{\theta}(t) = -2\pi N_0 \theta_m \sin(2\pi N_0 t + \varphi)$$

$$\text{الاشتقاق الثاني: } \ddot{\theta}(t) = -(2\pi N_0)^2 \theta_m \cos(2\pi N_0 t + \varphi) = -(2\pi N_0)^2 \theta(t)$$

$$(2\pi N_0)^2 = \frac{(m_1 + m_2)}{J_\Delta} g \cdot d \quad \text{أي: } -(2\pi N_0)^2 \theta(t) + \frac{(m_1 + m_2)g \cdot d}{J_\Delta} \cdot \theta(t) = 0$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g \cdot d}{J_\Delta}} \quad \text{ومنه: } 2\pi N_0 = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)}{J_\Delta} g \cdot d}$$

## 2.3-حساب: $J_\Delta$

$$J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(m_1 + m_2)g \cdot d}{N_0^2} \Leftarrow N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(m_1 + m_2)g \cdot d}{J_\Delta} \Leftarrow N_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g \cdot d}{J_\Delta}} \quad \text{لدينا:}$$

$$J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(0,1+0,3) \times 9,8 \times 0,4}{1^2} = 3,97 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$