

الكيمياء

الجزء الأول : حركية تفكك خماسي أوكسيد ثنائي الأزوت

1- حساب n_0 كمية المادة البدئية لـ N_2O_5 :

لدينا حسب معادلة الغازات الكاملة : $P_0.V = n_0.R.T$

$$n_0 = \frac{P_0.V}{R.T} \Rightarrow n_0 = \frac{4,639 \times 0,5 \times 10^{-3}}{8,31 \times 318} \Rightarrow n_0 \approx 8,8.10^{-3} mol$$

2- حساب التقدم الأقصى x_{max} :

ننجز جدول التقدم :

معادلة التفاعل		$2N_2O_5(g) \rightleftharpoons 4NO_2(g) + O_2(g)$		
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)		
حالة بدئية	0	n_0	0	0
خلال التحول	x	$n_0 - 2x$	$4x$	x
حالة نهائية	x_{max}	$n_0 - 2x_{max}$	$4x_{max}$	x_{max}

من خلال جدول تقدم التفاعل في الحالة النهائية :

$$n_0 - 2x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{n_0}{2} \Rightarrow x_{max} = \frac{8,8.10^{-3}}{2} \Rightarrow x_{max} = 4,4.10^{-3} mol$$

3- تعبير كمية المادة الكلية n_T للغازات :

حسب الجدول الوصفي :

$$n_T = (n_0 - 2x) + 4x + x \Rightarrow n_T = n_0 + 3x$$

4- إثبات العلاقة $\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$:

حسب معادلة الحالة للغازات الكاملة نكتب عند اللحظة $t = 0$ و عند اللحظة t :

$$n_T = n_0 + 3x \quad \text{مع} \quad \frac{P}{P_0} = \frac{n_T}{n_0} \quad \Leftarrow \quad \begin{cases} (1) & P.V = n_T.RT \\ (2) & P_0.V = n_0.RT \end{cases}$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0} \quad \Leftarrow \quad \frac{P}{P_0} = \frac{n_0 + 3x}{n_0} \quad \text{نستنتج :}$$

5- تعبير السرعة الحجمية للتفاعل :

حسب تعريف السرعة الحجمية للتفاعل : $v = \frac{1}{v} \cdot \frac{dx}{dt}$ ومن خلال العلاقة $\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$ لدينا :

$$x = \frac{n_0}{3} \cdot \left(\frac{P}{P_0} - 1 \right) \Leftrightarrow \frac{3x}{n_0} = \frac{P}{P_0} - 1$$

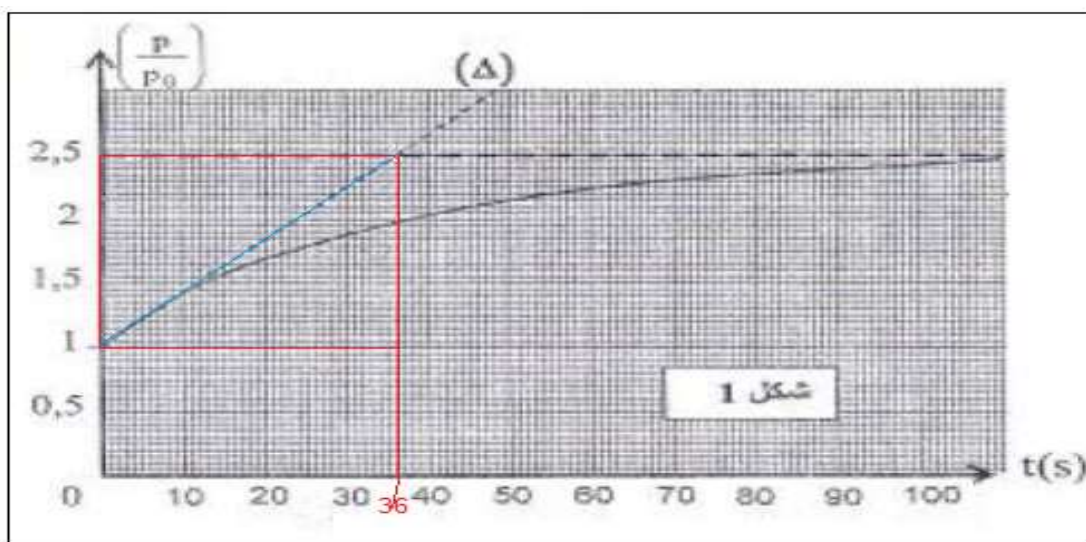
$$\frac{dx}{dt} = \frac{n_0}{3} \frac{d\left(\frac{P}{P_0}\right)}{dt} \Leftrightarrow x = \frac{n_0}{3} \cdot \frac{P}{P_0} - \frac{n_0}{3} \quad \text{أي:}$$

$$v = \frac{n_0}{3 \cdot V} \frac{d\left(\frac{P}{P_0}\right)}{dt}$$

بالتعويض يصبح تعبير السرعة الحجمية :

عند اللحظة $t = 0$ السرعة الحجمية تكتب :

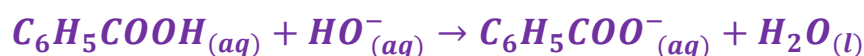
$$v(0) = \frac{n_0}{3 \cdot V} \cdot \left(\frac{\Delta\left(\frac{P}{P_0}\right)}{\Delta t} \right)_{t=0} \xrightarrow{\text{ت.ع.}} v(0) = \frac{8,8 \cdot 10^{-3}}{3 \times 0,5} \times \frac{(2,5 - 1)}{(36 - 0)} \Rightarrow v(0) = 2,44 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$



الجزء الثاني: معايرة محلول حمض البنزويك

1- معايرة محلول حمض البنزويك

1.1- معادلة تفاعل المعايرة:



2.1-أ- تحديد تركيز محلول حمض البنزويك :

$$c \cdot V = c_b \cdot V_{bE}$$

من خلال علاقة التكافؤ لدينا :

$$c = \frac{c_b \cdot V_{bE}}{V}$$

ت.ع : من خلال مبيان الشكل 2 نحصل على : $V_{bE} = 12 \text{ mL}$

$$c = \frac{2 \cdot 10^{-1} \times 12 \cdot 10^{-3}}{15,2 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow c = 0,158 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

2.1-ب- تحديد pH الخليط عند الخليط :

باستعمال طريقة المماسين للمنحنى
 $pH = f(v_b)$ نحصل على (أنظر المبيان
 جانبه) :

$$pH_E \approx 8,5$$

3.1-الكاشف الملون الملائم لهذه المعايرة هو

الفينول فتاليين لأن منطقة انعطافه تشمل
 قيمة pH_E عند التكافؤ.

$$8,2 < pH_E < 10$$

2-تحديد الثابتة pK_A

2.1-تعبير ثابتة الحمضية pK_A بدلالة τ و c :

لنكتب معادلة تفكك الحمض في الماء :



$$K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{\text{eq}} \times [H_3O^+]_{\text{eq}}}{[CH_3COOH]_{\text{eq}}}$$

ثابتة الحمضية K_A :

ومن خلال جدول تقدم التفاعل:

المعادلة الكيميائية		$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_a \cdot V$	وفير	0	0
حالة التحول	x	$C_a \cdot V - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	x_{eq}	$C_a \cdot V - x_{\text{eq}}$	وفير	x_{eq}	x_{eq}

بما أن الماء مستعمل بوفرة فإن C_6H_5COOH هو المحد $CV - x_{\text{max}} = 0 \Leftrightarrow$

$$CV = x_{\text{max}}$$

ومنه :

$$x_f = \tau \cdot C \cdot V \Leftrightarrow \tau = \frac{x_f}{C \cdot V} \quad \tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}}$$

ولدينا :

$$[CH_3COO^-]_{\text{eq}} = [H_3O^+]_{\text{eq}} = \frac{\tau \cdot C \cdot V}{V} = \tau \cdot C$$

إذن:

$$[CH_3COOH]_{\text{eq}} = \frac{C \cdot V - x_f}{V} = \frac{C \cdot V - \tau \cdot C \cdot V}{V} = C(1 - \tau)$$

و :

$$K_A = \frac{(\tau \cdot C)^2}{C(1 - \tau)} \Rightarrow K_A = \frac{\tau^2 \cdot C}{1 - \tau}$$

2.2- تحديد قيمة الثابتة pK_A :

$$\frac{\tau^2}{1-\tau} = K_A \times \frac{1}{C} \quad \Leftrightarrow \quad K_A = \frac{\tau^2 \cdot C}{1-\tau}$$

منحنى الشكل (3) الذي يمثل : $\frac{1}{C} = f(\frac{\tau^2}{1-\tau})$ عبارة عن دالة خطية معادلتها تكتب : $\frac{\tau^2}{1-\tau} = K \times \frac{1}{C}$

إذن K_A تساوي المعامل الموجه K حيث :

$$K_A = \frac{\Delta(\frac{\tau^2}{1-\tau})}{\Delta(\frac{1}{C})} = \frac{1,26 \cdot 10^{-2} - 3,15 \cdot 10^{-3}}{200 - 50} = 6,3 \cdot 10^{-5}$$

نعلم أن : $pK_A = -\log K_A$ ت.ع. $\Rightarrow pK_A = 4,2$

3- تفاعل حمض البنزويك مع أيون الإثانات

3.1- إثبات تعبير التقدم النهائي للتفاعل x_f :

حسب تعريف موصلية المحلول :

$$\sigma = \lambda_{Na^+} [Na^+] + \lambda_{C_6H_5COO^-} [C_6H_5COO^-] + \lambda_{CH_3COO^-} [CH_3COO^-]$$

$$\sigma = \lambda_1 [Na^+] + \lambda_2 [C_6H_5COO^-] + \lambda_3 [CH_3COO^-] \quad (1)$$

جدول تقدم التفاعل:

المعادلة الكيميائية		$C_6H_5COOH_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)} \rightleftharpoons C_6H_5COO^-_{(aq)} + CH_3COOH_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	n_0	n_0	0	0
حالة التحول	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
الحالة النهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

لدينا :

$$[C_6H_5COO^-] = \frac{x_f}{V} \quad \text{و} \quad [CH_3COO^-] = \frac{n_0 - x_f}{V} \quad \text{و} \quad [Na^+] = \frac{n_0}{V}$$

نعوض في العلاقة (1) :

$$\sigma = \lambda_1 \cdot \frac{n_0}{V} + \lambda_2 \cdot \frac{x_f}{V} + \lambda_3 \cdot \frac{n_0 - x_f}{V}$$

$$\sigma \cdot V = \lambda_1 \cdot n_0 + \lambda_2 \cdot x_f + \lambda_3 \cdot n_0 - \lambda_3 \cdot x_f$$

$$\sigma \cdot V = n_0(\lambda_1 + \lambda_2) + x_f(\lambda_2 - \lambda_3)$$

$$x_f(\lambda_2 - \lambda_3) = \sigma \cdot V - n_0(\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$x_f = \frac{\sigma \cdot V - n_0(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_2 - \lambda_3}$$

$$x_f = \frac{255 \cdot 10^{-3} \times 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-3} \times (5 + 4,1) \times 10^{-3}}{(3,2 - 4,1) \times 10^{-3}} \Rightarrow x_f \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

ت.ع.

3.2- تعبير ثابتة التوازن بدلالة x_f و n_0 :

تعبير ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[C_6H_5COO^-]_f \times [CH_3COOH]_f}{[C_6H_5COOH]_f \times [CH_3COO^-]_f}$$

باستعمال الجدول الوصفي :

$$K = \frac{\frac{x_f}{V} \times \frac{x_f}{V}}{\frac{n_0 - x_f}{V} \times \frac{n_0 - x_f}{V}} = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2} \Rightarrow K = \left(\frac{x_f}{n_0 - x_f} \right)^2$$

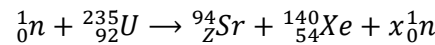
حساب K :

$$K = \left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}} \right)^2 = \left(\frac{2}{3 - 2} \right)^2 \Rightarrow K = 4$$

الفيزياء

تمرين 1 : إنتاج الطاقة النووية

1- تحديد العددين x و y :

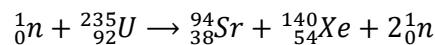


حسب معادلة التفتت النووي :

حسب قانونا صودي :

$$\checkmark \text{ انحفاظ عدد الكتلة : } 235 + 1 = 94 + 140 + x \text{ أي : } x = 236 - 234 \Rightarrow x = 2$$

$$\checkmark \text{ انحفاظ عدد الشحنة : } 92 = Z + 54 \text{ أي : } Z = 92 - 54 \Rightarrow Z = 38$$



معادلة التفتت النووي تكتب :

2- حساب $|\Delta E_0|$ الطاقة الناتجة عن انشطار $m_0 = 1g$ من ${}_{92}^{235}U$:

ليكن $|\Delta E|$ الطاقة الناتجة عن انشطار نواة واحدة من ${}_{92}^{235}U$:

$$|\Delta E| = |\Delta m| \cdot c^2 = |m({}_{38}^{94}Sr) + m({}_{54}^{140}Xe) + 2m({}_0^1n) - m({}_{92}^{235}U) - m({}_0^1n)|$$

$$|\Delta E| = |93,8945 + 139,8920 + 2 \times 1,0087 - 234,9935 - 1,0087| \cdot u \cdot c^2 = |-0,198| u \cdot c^2$$

$$|\Delta E| = 0,198 \times 931,5 MeV = 185 MeV$$

$$|\Delta E| = 185 \times 1,6 \cdot 10^{-13} = 2,96 \cdot 10^{-11} J$$

$$N_0 = \frac{m_0}{m({}_{92}^{235}U)}$$

ليكن N_0 عدد النوى الموجودة في الكتلة m_0 حيث :

استنتاج $|\Delta E_0|$ الطاقة الناتجة عن انشطار $m_0 = 1g$:

$$|\Delta E_0| = N_0 \cdot |\Delta E|$$

$$|\Delta E_0| = \frac{m_0}{m({}_{92}^{235}U)} \cdot |\Delta E| \Rightarrow |\Delta E_0| = \frac{1}{234,9935 \times 1,66 \cdot 10^{-24}} \times 2,96 \cdot 10^{-11} \Rightarrow |\Delta E_0| = 7,57 \cdot 10^{10} J$$

3- تحديد تعبير m :

$$r = \frac{W}{E} \quad \text{مردود المفاعل النووي يكتب :}$$

حيث : W الطاقة الكهربائية التي ينتجها المفاعل و E الطاقة التي يستهلكها المفاعل .

نعلم أن m هي الكتلة الأورانيوم المخصب منها $p = 3\%$ من الأورانيوم $^{235}_{92}U$ القابل للإنشطار و $p' = 97\%$ من الأورانيوم $^{238}_{92}U$ غير القابل للإنشطار .

كتلة الأورانيوم المخصب والقابل للإنشطار هي : $m' = pm$

$$|\Delta E_0| = \frac{m_0}{m(^{235}_{92}U)} \cdot |\Delta E| \quad \text{الطاقة الناتجة عن انشطار } m_0 = 1g \text{ هي :}$$

$$E = \frac{p \cdot m}{m(^{235}_{92}U)} \cdot |\Delta E| \quad \text{الطاقة النووية الناتجة عن انشطار الكتلة } m' \text{ هي :}$$

$$E = \frac{p \cdot m}{m_0} \cdot |\Delta E_0| \quad \text{نستنتج :}$$

$$m = m_0 \cdot \frac{W}{p \cdot r \cdot |\Delta E_0|} \quad \text{حسب تعبير المردود : } W = r \cdot E \quad \text{أي : } W = r \cdot \frac{p \cdot m}{m_0} \cdot |\Delta E_0| \quad \text{ومنه :}$$

$$m = 1 \times \frac{3,72 \cdot 10^{16}}{0,03 \times 0,25 \times 7,57 \cdot 10^{10}} = 6,57 \cdot 10^7 g \Rightarrow m = 6,57 \cdot 10^4 kg \quad \text{ت.ع :}$$

4- حساب قيمة النشاط الإشعاعي عند اللحظة : $t = \frac{t_{1/2}}{4}$

$$a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{حسب قانون التناقص الإشعاعي :}$$

$$a\left(\frac{t_{1/2}}{4}\right) = a_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \frac{t_{1/2}}{4}} = a_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{4}} \quad \text{عند اللحظة } t = \frac{t_{1/2}}{4} \text{ نكتب :}$$

$$a\left(\frac{t_{1/2}}{4}\right) = a_0 \cdot e^{\ln(2) \cdot \frac{1}{4}} = a_0 \cdot 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{a_0}{2^{\frac{1}{4}}}$$

$$a\left(\frac{t_{1/2}}{4}\right) = \frac{5,4 \cdot 10^8}{2^{\frac{1}{4}}} \Rightarrow a\left(\frac{t_{1/2}}{4}\right) = 4,54 \cdot 10^8 Bq \quad \text{ت.ع :}$$

تمرين 2 : الكهرباء

الجزء الأول : دراسة ثنائي القطب RL و RLC

1- دراسة ثنائي القطب RL

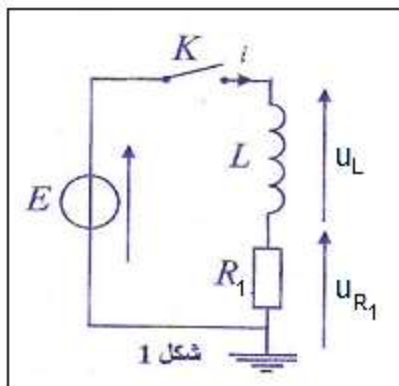
1.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

$$u_L + u_{R_1} = E \quad (1) \quad \text{حسب قانون إضافية التوترات :}$$

$$u_{R_1} = R_1 \cdot i \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \quad \text{حسب قانون أوم في اصطلاح مستقبل :}$$

$$\text{المعادلة (1) تكتب : } L \cdot \frac{di}{dt} + R_1 \cdot i = E \quad \text{المعادلة التفاضلية تكتب :}$$

$$\frac{L}{R_1} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_1}$$



1.2- تعبير الثابتة τ_1 :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i(t) = \frac{E}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$ أي : $i(t) = \frac{E}{R_1} - \frac{E}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}}$

بالاشتقاق نحصل على : $\frac{di}{dt} = \frac{E}{R_1} \cdot \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية : $L \cdot \frac{di}{dt} + R_1 \cdot i = E$

$$L \cdot \frac{E}{R_1} \cdot \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + R_1 \cdot \left(\frac{E}{R_1} - \frac{E}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) = E \Rightarrow E + E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} \left(\frac{L}{R_1 \cdot \tau_1} - 1\right) = E$$

$$E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} \left(\frac{L}{R_1 \cdot \tau_1} - 1\right) = 0 \Rightarrow \frac{L}{R_1 \cdot \tau_1} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{L}{R_1 \cdot \tau_1} = 1 \Rightarrow \tau_1 = \frac{L}{R_1}$$

1.3- تعبير ثابتة الزمن τ_2 بدلالة τ_1 :

$$\tau_1 = \frac{L}{R_1} \text{ مع } \tau_2 = \frac{L}{R_2} = \frac{L}{2R_1} \Rightarrow \tau_2 = \frac{\tau_1}{2}$$

لدينا :

كلما كانت المقاومة R كبيرة كلما كانت مدة إقامة التيار قصيرة .

2-دراسة ثنائي القطب RLC

2.1- إثبات المعادلة التي تحققها الشحنة $q(t)$

حسب قانون إضافية التوترات : (1) $u_b + u_R + u_C = 0$

حسب قانون أوم : $u_L = L \cdot \frac{di}{dt} + ri = L \cdot \frac{di}{dt}$ لأن $r = 0$

$$u_R = R \cdot i$$

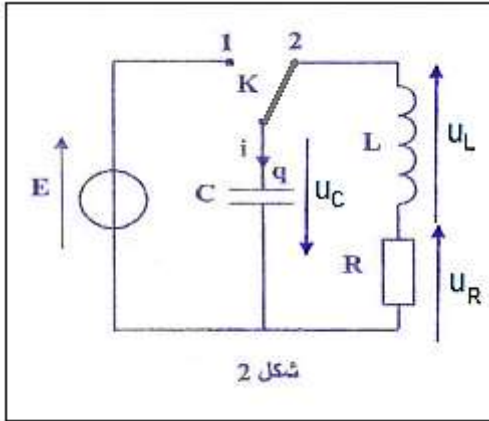
المعادلة (1) تكتب : $L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i + u_C = 0$

مع : $i = \frac{dq}{dt}$ و $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ و $q = C \cdot u_C$ أي : $u_C = \frac{q}{C}$

تكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q على الشكل :

$$L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{1}{LC} \cdot q = 0 \quad \text{أو :}$$



2.2-أ- تعبير النسبة $\frac{q(t+T)}{q(t)}$ بدلالة الدور T والثابتة λ :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $q(t) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{2\lambda}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$ ومنه $q(t+T) = q_0 \cdot e^{-\frac{t+T}{2\lambda}} \cos\left(\frac{2\pi(t+T)}{T} + \varphi\right)$

$$q(t+T) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{2\lambda} - \frac{T}{2\lambda}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi T}{T} + \varphi\right) \Rightarrow q(t+T) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{2\lambda}} \cdot e^{-\frac{T}{2\lambda}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + 2\pi + \varphi\right) \Rightarrow$$

$$q(t+T) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{2\lambda}} \cdot e^{-\frac{T}{2\lambda}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$$

$$\frac{q(t+T)}{q(t)} = \frac{q_0 \cdot e^{-\frac{t}{2\lambda}} \cdot e^{-\frac{T}{2\lambda}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)}{q_0 \cdot e^{-\frac{t}{2\lambda}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)}$$

$$\frac{q(t+T)}{q(t)} = e^{-\frac{T}{2\lambda}}$$

ب- تحديد قيمة λ :

لدينا : $\frac{q(t+T)}{q(t)} = e^{-\frac{T}{2\lambda}}$ أي $\ln\left(\frac{q(t+T)}{q(t)}\right) = -\frac{T}{2\lambda}$

ومنه : $\lambda = -\frac{T}{2\ln\left(\frac{q(t+T)}{q(t)}\right)}$

باستعمال مبيان الشكل 3 نحصل على :

$q(T) = 5,4 V$ و $q(0) = 6V$ و $T = 0,2 ms$

عند $t = 0$ العلاقة السابقة تكتب :

$$\lambda = -\frac{T}{2\ln\left(\frac{q(T)}{q(0)}\right)}$$

ت.ع : $\lambda \approx 9,5 \cdot 10^{-4} s$ أو $\lambda = -\frac{2}{2\ln\left(\frac{5,4}{6}\right)} \approx 0,95 ms$

الجزء الثاني : نقل الإشارة الصوتية

1-التضمين

1.1- إثبات تعبير توتر الخروج $u_S(t)$:

توتر الخروج يكتب : $u_S(t) = k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t) \Leftrightarrow u_S(t) = k \cdot u_1(t) \cdot [U_0 + S(t)]$

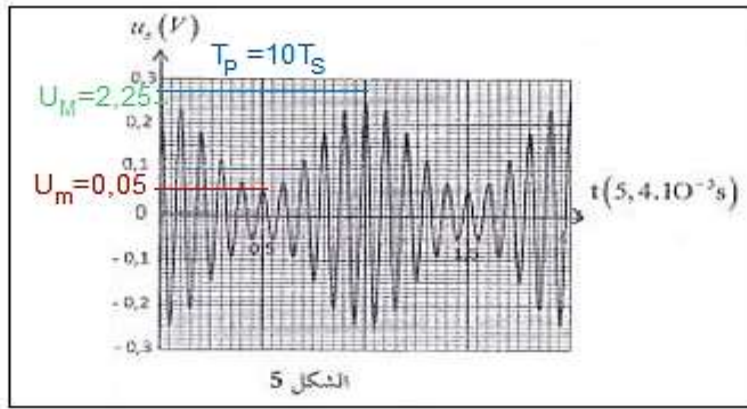
$$u_S(t) = k \cdot P_m \cdot U_0 \cdot \left[1 + \frac{S_m}{U_0} \cos\left(\frac{2\pi}{T_S} \cdot t\right)\right] \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_P} \cdot t\right) \Leftrightarrow u_S(t) = k \cdot P_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_P} \cdot t\right) \cdot \left[U_0 + S_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_S} \cdot t\right)\right]$$

نضع : $m = \frac{S_m}{U_0}$ و $A = k \cdot P_m \cdot U_0$

نستنتج التعبير :

$$u_S(t) = A \cdot \left[1 + m \cos\left(\frac{2\pi}{T_S} \cdot t\right)\right] \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_P} \cdot t\right)$$

1.2- تحديد قيمة m :



$$m = \frac{U_M - U_m}{U_M + U_m} \quad \text{نعمد على العلاقة :}$$

باستعمال مبيان الشكل 5 نحصل على :

$$U_m = 0,05 \text{ V} \text{ و } U_M = 0,25 \text{ V}$$

$$m = \frac{0,25 - 0,05}{0,25 + 0,05} \Rightarrow m \approx 0,67 \quad \text{ت.ع :}$$

بما أن : $m < 1$ نستنتج أن التضمين جيد .

2- إزالة التضمين

2.1- تحديد دور الجزء 3 في التركيب :

دور الجزء 3 هو حذف المركبة المستمرة U_0 .

2.2- تحديد قيمة الحداء $L.C$:

حسب مبيان الشكل 5 نجد $T_p = 10 T_s$ مع $T_s = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ أي : $T_p = \frac{T_s}{10} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

$$T_p = 2\pi\sqrt{L.C} \quad \text{أي :} \quad T_p^2 = 4\pi^2 L.C \quad \text{لدينا :}$$

$$L.C = \frac{T_p^2}{4\pi^2} \quad \text{ومنه :}$$

$$L.C = \frac{(5,4 \times 10^{-4})^2}{4 \times 10} \Rightarrow L.C = 7,29 \cdot 10^{-9} \text{ s}^2 \quad \text{ت.ع :}$$

2.3- إثبات المجال الذي تنتمي إليه المقاومة R :

للحصول على كشف غلاف جيد ينبغي لثابتة الزمن لثنائي القطب RC لدائرة كاشف الغلاف أن تحقق الشرط التالي :

$$\frac{T_p}{C} \ll R < \frac{T_s}{C} \quad \text{ومنه :} \quad T_p \ll RC < T_s \quad \text{أي :} \quad T_p \ll \tau < T_s$$

$$\frac{T_p}{\frac{T_p^2}{4\pi^2 L}} \ll R < \frac{T_s}{\frac{T_p^2}{4\pi^2 L}} \quad \text{المتراحة السابقة تكتب :} \quad C = \frac{T_p^2}{4\pi^2 L} \Leftrightarrow L.C = \frac{T_p^2}{4\pi^2}$$

$$\frac{4\pi^2 L}{T_p} \ll R < \frac{4\pi^2 T_s L}{T_p^2} \quad \text{نستنتج :}$$

$$111 \Omega \ll R < 1111 \Omega \quad \text{أي :} \quad \frac{4 \times 10 \times 1,5 \cdot 10^{-3}}{5,4 \cdot 10^{-4}} \ll R < \frac{4 \times 10 \times 5,4 \cdot 10^{-3} \times 1,5 \cdot 10^{-3}}{(5,4 \cdot 10^{-4})^2} \quad \text{ت.ع :}$$

تمرين 3 : الميكانيك

الجزء الأول : دراسة متذبذب توافقي

1- الدراسة التحريكية

1.1- تعبير K بدلالة m و g و $\Delta \ell_0$:

المجموعة المدروسة : الجسم (S)

جهد القوى : $\vec{P}$: وزن الجسم $\vec{F}_0$: توتر النابض عند التوازن

حسب القانون الأول لنيوتن : $\vec{P} + \vec{F}_0 = \vec{0}$

الإسقاط على المحور Oy :

$$-P + F_0 = 0 \quad \text{أي : } F_0 = P \quad \text{ومنه : } K \cdot \Delta \ell_0 = m \cdot g \quad \text{نستنتج : } K = \frac{m \cdot g}{\Delta \ell_0}$$

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الارتوب y :

يخضع الجسم (S) أثناء حركته التذبذبية الى القوى :

$\vec{P}$: وزن الجسم و $\vec{F}$: توتر النابض

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) :

$$\vec{P} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oy : $-P + F = m \cdot a_y$

$$-m \cdot g + K(\Delta \ell_0 - y) = m \cdot a_y$$

$$-m \cdot g + K \Delta \ell_0 - Ky = m \cdot \ddot{y}$$

لدينا : $K \cdot \Delta \ell_0 = m \cdot g$ ومنه : $-m \cdot g + K \cdot \Delta \ell_0 = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$m \cdot \ddot{y} + Ky = 0 \quad \text{أو} \quad \ddot{y} + \frac{K}{m} \cdot y = 0$$

1.3- تحديد قيمة كل من φ و T_0 :

عند اللحظة $t = 0$ ، لدينا : $y(0) = -d$ و $\dot{y}(0) = 0$

$$\text{حل المعادلة التفاضلية : } y(t) = y_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \Leftrightarrow \dot{y}(t) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot y_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$\begin{cases} y(0) = y_m \cos \varphi \\ \dot{y}(0) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot y_m \cdot \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_m \cos \varphi = -d \\ -\frac{2\pi}{T_0} \cdot y_m \cdot \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = -\frac{d}{y_m} \\ \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = -\frac{d}{y_m} < 0 \\ \varphi = \pi \text{ أو } \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = y_m \\ \varphi = \pi \end{cases}$$

تحديد قيمة T_0 :

تعبير الدور الخاص :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad \text{مع} \quad K \cdot \Delta \ell_0 = m \cdot g \quad \text{ومنه} \quad \frac{m}{K} = \frac{\Delta \ell_0}{g} \quad \text{وبالتالي} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta \ell_0}{g}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-2}}{9,81}} = 0,63 \text{ s} \quad \text{ت. ع.}$$

1.4- الجواب الصحيح هو $F < mg$

التعليل :

لدينا : $m \cdot \ddot{y} = -Ky$ أي : $m \cdot \ddot{y} = -Ky$ عند ما تكون $y > 0$ فإن : $\ddot{y} < 0$

نعلم أن : $-m \cdot g + F = m \cdot \ddot{y}$ بما أن : $m \cdot \ddot{y} < 0$ فإن : $F - mg < 0$ ومنه : $F < m \cdot g$

2- الدراسة الطاقة

2.1- أ- تعبير الطاقة الميكانيكية في المعلم (1) :

- الطاقة الحركية : $E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- طاقة الوضع المرنة : $E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell^2 + Cte$ الحالة المرجعية $E_{pe} = 0$ عند $\Delta \ell = 0$ ومنه : $Cte = 0$
- تعبير طاقة الوضع المرنة : $E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot z^2 + Cte$ مع $\Delta \ell = z$
- طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = m \cdot g \cdot z + Cte$ الحالة المرجعية : $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ ومنه : $Cte = 0$
- تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = mgz$
- تعبير الطاقة الميكانيكية : $E_m = E_C + E_{pe} + E_{pp}$
- نستنتج : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot z^2 + m \cdot g \cdot z$

ب- تعبير الطاقة الميكانيكية في المعلم (2) :

- الطاقة الحركية : $E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- طاقة الوضع المرنة : $E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell^2 + Cte$ الحالة المرجعية $E_{pe} = 0$ عند $\Delta \ell = 0$ ومنه : $Cte = 0$
- تعبير طاقة الوضع المرنة : $E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta \ell^2$ مع $\Delta \ell = \Delta \ell_0 - y$ أي : $E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta \ell_0 - y)^2$
- طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = m \cdot g \cdot y + Cte$ الحالة المرجعية : $E_{pp} = 0$ عند $y = 0$ ومنه : $Cte = 0$
- تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = mgy$
- تعبير الطاقة الميكانيكية : $E_m = E_C + E_{pe} + E_{pp}$
- نستنتج : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta \ell_0 - y)^2 + m \cdot g \cdot y$

ج- الطاقة الميكانيكية لا تتعلق بطاقة الوضع الثقالية في المعلم (2) .

تعليل : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta \ell_0 - y)^2 + m \cdot g \cdot y = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta \ell_0^2 - K \cdot \Delta \ell_0 \cdot y + \frac{1}{2} \cdot K \cdot y^2 + \underbrace{m \cdot g}_{=K \cdot \Delta \ell_0} \cdot y$

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} K \cdot (y^2 + \Delta \ell_0^2)$$

2.2- تعبير السرعة v_0 :

نعتبر المعلم (2)

عند $y = -d$ لدينا : $v = v_0$ نكتب : $E_m(-d) = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + \frac{1}{2} K \cdot (d^2 + \Delta \ell_0^2)$

عند $y = D$ لدينا : $v = v_0$ نكتب : $E_m(D) = 0 + \frac{1}{2} K \cdot (D^2 + \Delta \ell_0^2)$

باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب : $E_m(-d) = E_m(D)$

أي : $\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + \frac{1}{2} K \cdot (d^2 + \Delta \ell_0^2) = \frac{1}{2} K \cdot (D^2 + \Delta \ell_0^2)$ ومنه : $m \cdot v_0^2 = K(D^2 - d^2)$

$$v_0 = \sqrt{\frac{K(D^2 - d^2)}{m}} \Leftrightarrow v_0^2 = \frac{K(D^2 - d^2)}{m}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot (D^2 - d^2)}{\Delta \ell_0}}$$

نعلم أن : $\frac{K}{m} = \frac{g}{\Delta \ell_0}$ أي :

$$v_0 = \sqrt{\frac{9,81 \times [(7.10^{-2})^2 - (2.10^{-2})^2]}{10.10^{-2}}} \Rightarrow v_0 \approx 0,66 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ت.ع. :}$$

الجزء الثاني : التبادلات الطاقة بين المادة والإشعاع

1- وصف ما يحدث لذرة الهيدروجين :

عندما تتعرض ذرة في حالتها الأساسية الى فوتون ، فإنها تصبح في حالة إثارة حيث تكتسب الفوتون ذي الطاقة E_{photon} نكتب :

$$E_n = E_{\text{photon}} + E_1 \quad \text{وبالتالي : } E_{\text{photon}} = E_n - E_1$$

- بالنسبة للفوتون ذي الطاقة : $E_{\text{photon}} = 1,51 \text{ eV}$ نجد : $E_n = 1,51 + (-13,6) = 12,1 \text{ eV}$ نلاحظ أن هذه القيمة لا توجد على المخطط الطاقي ، إذن لا تمتص الذرة هذا الفوتون .

- بالنسبة للفوتون ذي الطاقة : $E_{\text{photon}} = 12,09 \text{ eV}$ نجد : $E_n = 12,09 + (-13,6) = -1,51 \text{ eV}$ نلاحظ أن هذه القيمة توجد على المخطط الطاقي ، إذن تمتص الذرة هذا الفوتون .

2- حساب طول الموجة λ للإشعاع المنبعث عند انتقال من $n = 2$ الى $n = 1$:

$$E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \text{و } E = E_2 - E_1 \quad \text{طاقة الفوتون المنبعث تحقق العلاقتين التاليتين :}$$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E_2 - E_1} \quad \text{أي : } \frac{h \cdot c}{\lambda} = E_2 - E_1 \quad \text{ومنه :}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{[-3,39 - (-13,6)] \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 122 \text{ nm} \quad \text{ت.ع. :}$$

3- تحديد m و n :

حساب طاقة الفوتون المنبعث خلال الانتقال من المستوى m الى المستوى n :

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda_{m \rightarrow n}} = E_m - E_n$$

$$E = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{489 \cdot 10^{-9}} = 2,54 \text{ eV} \quad \text{ت.ع. :}$$

الإشعاع مرئي لأن $400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$ وبالتالي فهو ينتمي الى متسلسلة ليمان وبالتالي تكتب E كالتالي :

$$E = E_m - E_2 \quad \text{مع } m \geq 3$$

$$E_m = E + E_2$$

$$E_m = 2,54 + (-3,39) = -0,85 \text{ eV} \quad \text{ت.ع. :}$$

المستوى الطاقي الموافق ل $-0,85 \text{ eV}$ حسب الخطط الطاقي هو E_4 .

إذن ينتقل الإلكترون من المستوى الطاقي $m = 4$ الى المستوى $n = 2$.

ملحوظة : يمكن استعمال الطريقة :

$$E = E_3 - E_2 = -1,52 - (-3,39) = 1,88 \text{ eV}$$

$$E = E_4 - E_2 = -0,85 - (-3,39) = 2,54 \text{ eV}$$