

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

الكيمياء

الجزء الأول التعرف على محلولين حمضين عن طريق المعايرة - تصنيع الإستر

التعرف على محلولين حمضين عن طريق المعايرة

1-1. معادلة تفاعل كل حمض مع الماء

- تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء تفاعل غير كلي معادلته
$$S_1 \quad RCOOH + H_2O \rightleftharpoons RCOO^- + H_3O^+$$
- تفاعل حمض بيركلوريك مع الماء تفاعل كلي لأن $\tau = 1$ معادلة تفاعل :
$$S_2 \quad HClO_4 + H_2O \rightarrow ClO_4^- + H_3O^+$$

1-2. معادلة تفاعل المعايرة بالنسبة لكل حمض

- تفاعل المعايرة بالنسبة للحمض الكربوكسيلي $RCOOH$
$$RCOOH + HO^- \rightarrow RCOO^- + H_2O$$
 - تفاعل المعايرة بالنسبة للحمض بيركلوريك
- حمض بيركلوريك يتفاعل كلياً مع الماء ليعطي أيونات H_3O^+ ومنه فإن تفاعل المعايرة يحدث في هذه الحالة بين أيونات H_3O^+ وأيونات HO^- حسب المعادلة التالية
- $$H_3O^+ + HO^- \rightarrow 2H_2O$$

1-3. تحديد pH التكافؤ بالنسبة لكل خليط

الطريقة المتبعة هي طريقة المماسات (انظر الدرس)

• بالنسبة للمنحنى A $pH_{EA} = 7$

• بالنسبة للمنحنى B $pH_{EB} = 8,5$

هام تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء تفاعل غير كلي (حمض ضعيف) وهذا يعني أن $pH_E > 7$ وذلك لأننا نحصل عند التكافؤ أثناء معايرة حمض ضعيف بواسطة قاعدة قوية على محلول قاعدي ($pH_E > 7$)، ومنه فإن

المنحنى B يوافق معايرة المحلول S_1

1-4. تركيز المحلولين S_1 و S_2

نحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم V_{bE} من محلول هيدروكسيد الصوديوم :

• بالنسبة لمعايرة المحلول S_1 بتطبيق $V_{bE1} = 16mL$ علاقة التكافؤ $C_1 = \frac{C_b \cdot V_{bE1}}{V} = 1,6 \cdot 10^{-1} mol/L$

• بالنسبة لمعايرة المحلول S_2 بتطبيق $V_{bE2} = 10mL$ علاقة التكافؤ $C_2 = \frac{C_b \cdot V_{bE2}}{V} = 1 \cdot 10^{-1} mol/L$

1-5. تحديد قيمة pK_A للمزدوجة $RCOOH/RCOO^-$

الجدول الوصفي

$RCOOH + H_2O \rightleftharpoons RCOO^- + H_3O^+$					
كميات المتفاعلات والمعادلة بالمول					تقدم التفاعل
$n_0(RCOOH)$	بوفرة	0	0	0	ح البدئية
$n_0(RCOOH) - x$	بوفرة	x	x	x	ح الوسطية
$n_0(RCOOH) - x_f$	بوفرة	x_f	x_f	x_f	ح النهائية

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

$$K_A = \frac{[RCOO^-]_{\text{eq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{eq}}}{[RCOOH]_{\text{eq}}} \quad \text{تعبير ثابتة الحمضية}$$

من خلال الجدول الوصفي

لدينا $[RCOO^-]_{\text{eq}} = [H_3O^+]_{\text{eq}}$ و $n_{\text{eq}}(RCOO^-) = x_f$ و $n_{\text{eq}}(H_3O^+) = x_f$ و $n_r(RCOOH) = n_0(RCOOH) - x_f$ (كمية المادة المتبقية من الحمض الكربوكسيلي)
التركيز المولي الفعلي للكمية المتبقية هو: $[RCOOH]_{\text{eq}} = C_1 - [H_3O^+]_{\text{eq}}$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{\text{eq}}^2}{C_1 - [H_3O^+]_{\text{eq}}} \quad \text{يصبح تعبير ثابتة الحمضية كالتالي:}$$

هام

تركيز أيونات H_3O^+ يتم تحديدها من pH المحلول S_1 ، أي قيمة pH الموافقة للحجم $V_b = 0 \text{ mL}$ بالنسبة للمنحنى B إذن $pH_0 \approx 2,5$

$$pK_A = -\log K_A = -\log \left(\frac{[H_3O^+]_{\text{eq}}^2}{C_1 - [H_3O^+]_{\text{eq}}} \right)$$

$$pK_A = -\log \left(\frac{10^{-5}}{1,6 \cdot 10^{-1} - 10^{-2,5}} \right) = 4,2 \quad \text{ت ع}$$

تصنيع الإستر

2. تصنيع إستر انطلاقا من الحمض الكربوكسيلي السابق

2-1. انطلاقا من الإستر الناتج، نستنتج أن الحمض الكربوكسيلي هو حمض البنزويك صيغته الكيميائية هي: C_6H_5COOH

2-2. كمية مادة الإستر المتكون

يمكن الاستعانة بجدول وصفي فنجد:

$$n_r(RCOOH) = n_0(RCOOH) - x_f \quad \text{(كمية مادة حمض البنزويك المتبقية)}$$

$$x_f = n_f(\text{الإستر}) = \text{كمية مادة الإستر المتكون و منه فان:}$$

$$n_f(\text{الإستر}) = n_0(RCOOH) - n_r(RCOOH)$$

$$n_f(\text{الإستر}) = 8,2 \cdot 10^{-3} - 2,4 \cdot 10^{-3} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{ت ع}$$

2-3. مردود التصنيع

$$r = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{th}}} = \frac{n_f(\text{الإستر})}{n_{\text{max}}(\text{الإستر})} = \frac{5,8 \cdot 10^{-3}}{8,2 \cdot 10^{-3}} = 0,71 = 71\% \quad \text{نعلم أن}$$

الجزء الثاني عمود كهربائي بالتركيز

هام

- عمود التركيز لا ينتج تيار كهربائي إلا إذا كان اختلاف في تركيز بين الكأسين حيث تنتقل الإلكترونات من الكأس ذات التركيز الصغير إلى الكأس ذات التركيز الكبير
- عندما يصبح نفس التركيز في الكأسين فإن التيار الكهربائي ينعدم فنقول أن المجموعة في حالة توازن، و منه فإن تحديد ثابتة التوازن يعتمد على معطيات التجربة b

1. ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل

$$K = \frac{[Cu^{2+}_2]}{[Cu^{2+}_1]} = \frac{C_2}{C_1} = 1 \quad \text{إذن: } I = 0 \quad \text{المجموعة في حالة توازن كيميائي أي}$$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرجيلي

-2

2-1. تحديد قطبية العمود

$$Q_{r,i} = \frac{[Cu^{2+}_2]_i}{[Cu^{2+}_1]_i} = \frac{0,1}{0,01} = 10$$

نلاحظ أن: $Q_{r,i} > K$ ، إذن المجموعة ستتطور في المنحى المعاكس أي منحى تكون أيونات Cu^{2+}_1 في

الكأس 1 ، وهكذا فنصف المعادلة التي تحدث في الكأس 1 هي : $Cu_{1(s)} \rightleftharpoons Cu^{2+}_{1(aq)} + 2e^-$

و هكذا فإن الإلكترونات تنتقل عبر الدارة الخارجية من الصفيحة L_1 نحو الصفيحة L_2 و من ثم فالصفيحة

L_1 تمثل القطب السالب و الصفيحة L_2 تمثل القطب الموجب.

2-2. تعبير التقدم x للتفاعل بدلالة الزمن

لدينا $Q = n(e^-) \cdot F = I \cdot \Delta t$ ومنه $n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F}$ نضع $\Delta t = t$ مدة الاشتغال و $I = I_1$ من خلال نصف المعادلة $Cu_{1(s)} \rightleftharpoons Cu^{2+}_{1(aq)} + 2e^-$ و الجدول الوصفي نجد $n(e^-) = 2x$ ومنه

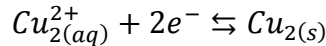
$$x = \frac{n(e^-)}{2} = \frac{I_1 \cdot t}{2F}$$

$$x = \frac{0,140}{2 \cdot 96500} t = 7,25 \cdot 10^{-7} \cdot t$$

انتباه حساب نسبة التقدم τ وليس تقدم التفاعل فقط

$$\tau = \frac{x}{x_{max}}$$

لتحديد x_{max} ينبغي اعتماد نصف المعادلة الكيميائية التي تحدث في الكأس 2 ، حيث أن المتفاعل المحد هو $Cu^{2+}_{2(aq)}$:



$$x_{max} = C_2 \cdot V_2$$

$$\tau = \frac{I_1 \cdot t}{2F \cdot C_2 \cdot V_2} \text{ و } x(t = 30min) = \frac{I_1 \cdot t}{2F}$$

$$\tau = \frac{0,140 \cdot 30 \cdot 60}{2 \cdot 96500 \cdot 0,1 \cdot 0,05} = 0,26 = 26\%$$

2-3. تحديد قيمة التركيزين

الجدول الوصفي

$Cu_1 + Cu^{2+}_2 \rightleftharpoons Cu_2 + Cu^{2+}_1$					
كميات المادة بالمول				تقدم التفاعل	
$n_0(Cu_1)$	$C_2 V_2$	$n_0(Cu_2)$	$C_1 V_1$	0	ح البدئية
$n_0(Cu_1) - x$	$C_2 V_2 - x$	$n_0(Cu_2) + x$	$C_1 V_1 + x$	x	ح الوسطية
$n_0(Cu_1) - x_f$	$C_2 V_2 - x_f$	$n_0(Cu_2) + x_f$	$C_1 V_1 + x_f$	x_f	ح النهائية

$$K' = \frac{1}{K} = \frac{[Cu^{2+}_1]_{\acute{e}q}}{[Cu^{2+}_2]_{\acute{e}q}} = 1 \text{ ، بحيث : } K'$$

من خلال الجدول الوصفي نجد:

$$[Cu^{2+}_2]_{\acute{e}q} = \frac{C_2 V_2 - x_f}{V_2}$$

$$[Cu^{2+}_1]_{\acute{e}q} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1}$$

عند التوازن (عند استهلاك العمود) يتحقق لدينا $[Cu^{2+}_2]_{\acute{e}q} = [Cu^{2+}_1]_{\acute{e}q}$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين

الأستاذ : محمد شرجيلي

و منه: $\frac{C_2 V_2 - x_f}{V_2} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1}$ وبما أن $V_2 = V_1$

إذن: $C_2 V_2 - x_f = C_1 V_1 + x_f$

أي: $\frac{x_f}{V_1} = \frac{(C_2 - C_1)}{2}$ (لأن $V_2 = V_1$)

و منه: $[Cu^{2+}]_{\text{éq}} = \frac{C_1 V_1 + x_f}{V_1} = C_1 + \frac{(C_2 - C_1)}{2} = \frac{C_2 + C_1}{2}$

ت ع: $[Cu^{2+}]_{\text{éq}} = \frac{0,1 + 0,01}{2} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$

لدينا: $[Cu^{2+}]_{\text{éq}} = [Cu^{2+}]_{\text{éq}} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$

الفيزياء النووية

التأريخ بالكربون

1-1. معادلة التفتت الكربون 14 : $^{14}_6C \rightarrow ^4_2Y + ^{10}_4e$

- انحفاظ العدد الإجمالي للنويات: $A = 14 - 0 = 14$

- انحفاظ الشحنة الكهربائية: $Z = 6 + 1 = 7$

إذن النواة المتولدة 4_2Y هي $^{14}_7N$

و منه: $^{14}_6C \rightarrow ^{14}_7N + ^{10}_4e$

1-2. معادلة التفتت الكربون 11 : $^{11}_6C \rightarrow ^4_2B + ^7_4X$

حسب مخطط سيغري نجد أن $Z'=5$ و منه نجد: $Z=6-5=1$ (انحفاظ الشحنة الكهربائية)

و بالتالي فالإشعاع الناتج عن هذا التحول هو β^+ : (^0_1e)

و منه نجد $A'=11-0=11$

و هكذا نكتب معادلة التحول كالتالي: $^{11}_6C \rightarrow ^{11}_5B + ^0_1e$

2. استغلال مخطط الطاقة :

1-2. طاقة الربط بالنسبة لنواة الكربون 14

$E = \frac{E_L(^{14}_6C)}{A} = \frac{13146,2 - 13047,2}{14}$

ت ع $E = 7,08 \approx 7,1 \text{ Mev/nucleon}$

2-2. القيمة المطلقة للطاقة الناتجة عن تفتت الكربون 14

انطلاقاً من مخطط الطاقة نستنتج أن القيمة المطلقة الناتجة عن تفتت نواة الكربون 14 هي:

$E = 13047,1 - 13044,3 = 2,8 \text{ Mev}$

3. تحديد عمر قطعة خشب

3-1 تحديد عدد نوى الكربون الموجودة في القطعة ذات الكتلة $m = 0,295 \text{ g}$

نعبر عن عدد نوى الكربون بالعلاقة التالية $N(C) = \frac{m(C) \cdot N_A}{M(C)}$ حيث $m(C) = \frac{51,2m}{100}$ تمثل كتلة الكربون

الموجودة في الكتلة $m = 0,295 \text{ g}$ و منه فإن $N(C) = \frac{51,2 \cdot m \cdot N_A}{100 M(C)}$

ت ع $N(C) = \frac{51,2 \cdot 0,295 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{100 M(C)} = 7,58 \cdot 10^{21}$

تحديد عدد نوى الكربون 14 الموجودة في القطعة ذات الكتلة $m = 0,295 \text{ g}$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

$$N(^{14}_6C)_0 = 1,2 \cdot 10^{-12} \cdot N(C) \text{ و تبقى ثابتة ومنه فإن } \frac{N(^{14}_6C)_0}{N(C)} = 1,2 \cdot 10^{-12}$$

$$N(^{14}_6C)_0 = 9,1 \cdot 10^9 \quad \text{ت ع}$$

3-2 عمر قطعة الخشب

بتطبيق قانون التناقص الإشعاعي نجد $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t}$ عند اللحظة t التي تمثل عمر الخشب القديم لدينا: $a(t) = \frac{14}{60} Bq$ (عدد التفتتات في الثانية الخاصة بالكربون 14)

$$a_0 = \lambda \cdot N(^{14}_6C)_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N(^{14}_6C)_0$$

$$a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda \cdot N(^{14}_6C)_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \text{ومنه:}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda \cdot N(^{14}_6C)_0}{a(t)} = e^{\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{\lambda \cdot N(^{14}_6C)_0}{a(t)} \right) = \lambda t$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{\lambda \cdot N(^{14}_6C)_0}{a(t)} \right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \left(\frac{\ln 2 \cdot N(^{14}_6C)_0}{t_{1/2} \cdot a(t)} \right)$$

$$t = \frac{5730}{\ln 2} \cdot \ln \left[\frac{\ln 2 \cdot 9,1 \cdot 10^9 \cdot 60}{5730 \cdot 3,15 \cdot 10^7 \cdot 1,4} \right] = 3340 \text{ans} \quad \text{ت ع:}$$

الكهرباء

1. التذبذبات الكهربائية في حالة مقاومة الوشيعة مهملة

1-1. بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد: $u_L + u_C = 0$

$$L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$(1) \quad L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

نقوم باشتقاق العلاقة 1 بالنسبة للزمن فنجد:

$$\frac{d}{dt} \left(L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right) = 0 \Rightarrow L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} \frac{d(q)}{dt} = 0$$

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0 \quad \text{ومنه:}$$

وبالتالي: فإن $\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0$ هي المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي

1-2. استغلال الشكلين 1 و 2 (مقاومة الوشيعة مهملة)

أ. الطاقة الكلية الدارة عند اللحظة هي: $E_T = E_m + E_e$

عند اللحظة $t = \frac{0,01}{2}$ تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة قصوى و الطاقة المخزونة في المكثف منعدمة ومنه

$$E_T = E_m = 5,8 \cdot 10^{-7} J \quad \text{فإن:}$$

الطاقة المخزونة في الدارة تتحفظ فإن $E_T = E_m + E_e = E_{m,max} = E_{e,max}$ ومنه فإن

$$E_T = E_{e,max} = \frac{1}{2} C U_0^2 \Rightarrow U_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_T}{C}}$$

$$U_0 = 12V \quad \text{ت ع}$$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرجيلي

ب. قيمة L معامل تحريض الوشيعية
بما أن الطاقة المخزونة في الدارة تتحفظ فإن $E_T = E_{m,max}$ و منه فإن

$$E_T = \frac{1}{2} L I_{max}^2 \Rightarrow L = \frac{2E_T}{I_{max}^2}$$

لدينا $I_{max} = 30mA$ من خلال منحنى الشكل 2

$$L = \frac{2 \cdot 5,8 \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^{-4}} = 1,29 \cdot 10^{-3} \approx 1,3 \cdot 10^{-3} H \quad \text{ت ع}$$

2. استجابة وشيعة ذات مقاومة مهملة لرتبة توتر

2-1. المعادلة التفاضلية في المجال $0 \leq t \leq \frac{T}{2}$

بتطبيق قانون اضافية التوترات نجد $u_R + u_L = E$

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E \quad \text{و منه}$$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{E}{L} \quad \text{و بالتالي:}$$

2-2. المنحنى الموافق لكل توتر

أ. من خلال حل المعادلة التفاضلية $i(t) = I_p(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ نلاحظ $i(0) = 0$ و بالتالي فإن $u_R(0) = R \cdot i(0) = 0$

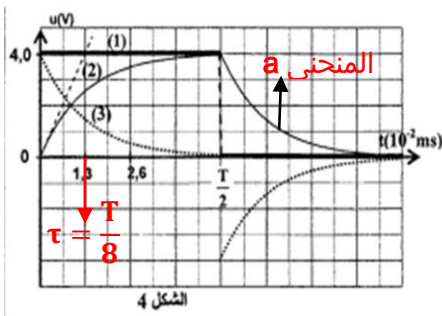
إذن المنحنى 2 يوافق التوتر u_R

وبما أن $u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{I_p}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ و منه فإن

$$u_L(0) = L \frac{I_p}{\tau} \neq 0 \quad \text{إذن المنحنى 3 يوافق التوتر } u_L$$

ب. نعلم أن $\tau = \frac{L}{R}$ و بالتالي فإن

$$I_p = \frac{E}{R} \quad \text{ت ع} \quad I_p = 4 \cdot 10^{-2} A \quad u_L(0) = R \cdot I_p = E$$



الشكل 4

2-3. تعبير شدة التيار الكهربائي في المجال $\frac{T}{2} \leq t \leq T$

$$i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{لدينا}$$

لنحدد أولا تعبير A بالاعتماد على المنحنى a أنظر الشكل 4

العلاقة بين ثابتة الزمن τ و الدور T من خلال الشكل 4 أنظر الشكل $\tau = \frac{T}{8}$

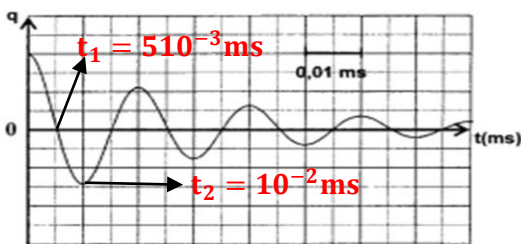
$$i\left(\frac{T}{2}\right) = A e^{-\frac{t}{\tau}} = A e^{-\frac{T/2}{T/8}} = A e^{-4} = \frac{E}{R} \Rightarrow A = \frac{E}{R} e^4$$

$$i(t_1) = \frac{E}{R} e^4 e^{-\frac{t_1}{\tau}} \quad \text{و منه فإن}$$

$$\frac{t_1}{\tau} = 6 \quad \text{مع} \quad i(t_1) \quad \text{في} \quad t_1 = \frac{3T}{4}$$

$$\frac{E}{R} = I_p \quad \text{مع} \quad i(t_1) = \frac{E}{R} e^4 e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{E}{R} e^4 e^{-6} = \frac{E}{R} e^{-2}$$

$$i(t_1) = I_p e^{-2} \quad \text{و بالتالي}$$



الشكل (5)

3. التذبذبات في حالة وشيعة ذات مقاومة غير مهملة

3-1. تكون الطاقة المخزونة في الوشيعية قصوى عندما تكون

الطاقة المخزونة في المكثف منعدمة أي $u_C = 0$ أو $q = 0$

عند $t_1 = 510^{-3} ms$ و بالتالي الطاقة المخزونة في

الدارة هي الطاقة المخزونة في الوشيعية ، حيث تكون الطاقة

المخزونة في الوشيعية عند هذه اللحظة قصوى (أنظر الشكل)

(أ) صحيح (ب) خطأ

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرحبيلي

عند اللحظة $t_2 = 10^{-2} \text{ms}$ لدينا $q = -q_{\max}$ ومنه الطاقة المخزونة في المكثف قصوى وبالتالي الطاقة المخزونة في الوشعة دنيا . (ج) خطأ بينما (د) صحيح
3-2. المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف:

$$u_L + u_C = 0 \quad \text{لدينا:}$$

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad \text{و} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \text{نعلم أن}$$

$$r \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{إذن بالتعويض نحصل على:}$$

$$(1) \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0 \quad \text{و منه:}$$

$$(2) \quad \frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda \frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot q = 0 \quad \text{لدينا:}$$

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نجد:

$$\lambda = \frac{r}{2L} \quad \text{و} \quad \frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC} \quad \text{أي} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{الدور الخاص للدائرة.}$$

3-3. الشرط الذي يجب أن تحققه المقاومة لكي تكون $T \approx T_0$

$$\text{من خلال العلاقة} \quad T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2}}} \quad \text{يجب أن تكون} \quad \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \quad \text{مهمله أمام} \quad \frac{1}{T_0^2} :$$

$$\frac{\lambda^2}{4\pi^2} \ll \frac{1}{T_0^2}$$

$$\frac{r^2}{4L^2} \ll \frac{4\pi^2}{T_0^2} \quad \text{بتعويض} \quad \lambda^2 \quad \text{نحصل على:}$$

$$\frac{r^2}{4L^2} \ll \frac{1}{LC}$$

$$r^2 \ll \frac{4L}{C}$$

$$r \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

الميكانيك

الجزء الأول دراسة حركة متزلج

1. يغادر المتزلج السكة عند اللحظة $t = 0$ بسرعة v_0

1-1. المعادلة التفاضلية التي تحققها إحداثيات متجهة السرعة

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \quad \text{بتطبيق قانون الثاني لنيوتن نجد}$$

المتزلج في سقوط حر يخضع لوزنه $\vec{P}$ فقط

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$a_x = 0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0$$

الإسقاط على المحور $(0; i)$ نجد

$$a_y = -g \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = -g$$

الإسقاط على المحور $(0; j)$ نجد

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ : محمد شرجيلي

1-2. معادلة المسار

المعادلة الزمنية التي يحققها الأرتوب $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{oy}.t + y_0$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأفصول $x(t) = v_{0x}.t + x_0$

بالاعتماد على الشروط البدئية نجد: احداثيات مركز قصور الكرة في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha . t & 1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha . t & 2 \end{cases}$$

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزميتين 1 و 2 حيث $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

2. القيمة الدنيا h_{min} للارتفاع لكي لا يسقط في بركة الماء

لكي لا يسقط المتزحلق في بركة الماء يجب أن يسقط على الأقل عند النقطة B ذات الأفصول $x_B = d = 10m$ و أرتوبها $y_B = -H$.

ليسقط المتزحلق في النقطة B ينبغي أن يصل إلى النقطة O بسرعة $v_0 = \sqrt{2gh_{min}}$

بتعويض $x_B = 10m$ و $y_B = -H$ في معادلة المسار نحصل على: $-H = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 + \tan \alpha . x_B$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 = H + x_B \cdot \tan \alpha \quad \text{إذن :}$$

$$v_0^2 = 2gh_{min} \quad \text{لدينا في هذه الحالة :}$$

$$\frac{x_B^2}{4h_{min} \cos^2 \alpha} = H + x_B \cdot \tan \alpha \quad \text{و منه بعد التعويض :}$$

$$h_{min} = \frac{x_B^2}{4(H + x_B \cdot \tan \alpha) \cos^2 \alpha} \quad \text{و بالتالي :}$$

$$h_{min} = \frac{100}{4(0,5 + 10 \cdot \tan 30) \cos^2 30} \approx 5,3m \quad \text{ت ع :}$$

الجزء الثاني السقوط الرأسى لكرة فلزية

1. دراسة حركة الكرة في الهواء :

تخضع الكرة إلى وزنه $\vec{P}$ و تأثير الهواء $\vec{R}$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \quad \text{1-1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد}$$

$$mg - R = ma \Rightarrow R = m(g - a) \quad \text{الإسقاط على المحور Ox نجد :}$$

أثناء سقوط الكرة في الهواء يكون تسارعها ثابت لأن شدة القوة $\vec{R}$ ثابتة حيث تكون المعادلة الزمنية للحركة

$$v(t) = at + v_0 \quad \text{من خلال المنحني } v_0 = 0 \text{ و منه فإن } v(t) = at$$

$$\text{عند اللحظة } t_1 \quad \text{نجد } v_1 = at_1 \Rightarrow a = \frac{v_1}{t_1} \quad \text{نعوض في العلاقة 1 نجد}$$

$$R = m \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right) = \rho_1 \cdot V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right)$$

1-2. استغلال المنحني لحساب شدة القوة $\vec{R}$

تصل الكرة إلى سطح الماء عند اللحظة t_1 بسرعة قصوى ،وبعدها يبدأ تناقص سرعتها بفعل دافعة أرخميدس

$$\text{عند اللحظة } t_1 = 0,35s \quad \text{نجد قيمة السرعة هي } v_1 = 3m/s$$

$$R = \rho_1 \cdot V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right) = 2700 * 4,20 \cdot 10^{-6} \left(9,80 - \frac{3}{0,35} \right) \approx 1,4 \cdot 10^{-2} N \quad \text{حساب شدة القوة } \vec{R}$$

عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورية العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين

الأستاذ : محمد شرجيلي

2. دراسة حركة الكرة داخل السائل اللزج

2-1. المعادلة التفاضلية الحرفية التي تحققها السرعة v

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد}$$

$$mg - f - F = ma \quad \text{الإسقاط على المحور Ox نجد:}$$

$$\rho_1 V g - kv - \rho_2 g V = \rho_1 V \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) - \frac{k}{\rho_1 V} v$$

2-2. التحقق من صحة المعادلة التفاضلية 1

$$g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) = 9,8 \left(1 - \frac{1,26}{2,70} \right) \approx 5,2 m/s^2 \quad \text{لدينا} \quad g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)$$

$$\frac{k}{\rho_1 V} \quad \text{تحديد قيمة المقدار}$$

تصل الكرة عند اللحظة $t_f \approx 0,54s$ إلى السرعة الحدية $v_l \approx 0,2 m/s$ حيث $\frac{dv_l}{dt} = 0$ و بالتالي

$$v_l = \frac{g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)}{\frac{k}{\rho_1 V}} \Rightarrow \frac{k}{\rho_1 V} = \frac{5,2}{0,2} = 26$$

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v \quad \text{و بالتالي فإن}$$

2-3. تحديد k

بالاعتماد على معادلة الأبعاد نجد:

$$[k] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{[M][a]}{[v]} = \frac{[M][L][t]^{-2}}{[L][t]^{-1}} = [M][t]^{-1}$$

إذن وحدة k هي: $kg \cdot s^{-1}$

تحديد قيمة K

$$\frac{k}{\rho_1 V} = 26 \Rightarrow k = 26 \rho_1 V = 26 * 2,70 \cdot 10^3 * 4,20 \cdot 10^{-6} \approx 0,3 kg/s$$

2-4. طريقة أولير

يحدد التسارع عند اللحظة t_i من خلال المعادلة التفاضلية $a_i = 5,2 - 26v_i$

يعبر عن السرعة في اللحظة $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ بالعلاقة التالية:

$$v_{i+1} = a_i \Delta t + v_i = (5,2 - 26v_i) \Delta t + v_i = 5,2 \Delta t + v_i (1 - 26 \Delta t)$$

$$v_{i+1} = v_i (1 - 26 \Delta t) + 5,2 \Delta t \quad \text{و منه فإن}$$

$$v_{i+1} = 2,38 (1 - 26 * 5,00 \cdot 10^{-3}) + (5,2 * 5,00 \cdot 10^{-3}) = \quad \text{ت ع:}$$

$$v_{i+1} \approx 2,096 m/s \quad \text{ت ع} \quad v_i = 2,38 m/s \quad \text{و} \quad \Delta t = 5 ms \quad \text{باستعمال}$$