

الدوال الأصلية

1. تعريف :

➤ نقول أن F دالة أصلية لـ f على I إذا كانت F قابلة للاشتقاق على I و $F'(x) = f(x) \forall x \in I$

2. خاصيات :

- كل دالة متصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على هذا المجال
- إذا كانت F دالة أصلية لـ f على I فإن مجموعة الدوال الأصلية لـ f على I هي الدوال :
 $(\lambda \in \mathbb{R}) \quad x \mapsto F(x) + \lambda$
- ليكن x_0 و y_0 من $\mathbb{R}$ توجد دالة أصلية وحيدة F لـ f تحقق $F(x_0) = y_0$
- لتكن F و G دالتان أصليتان لـ f و g على التوالي و $k \in \mathbb{R}$ لدينا :
 - $F + G$ دالة أصلية لـ $f + g$
 - $k.F$ أصلية لـ $k.f$

3. جدول الدوال الأصلية الاعتيادية :

المجال I	الدوال الأصلية لـ f على I معرفة بما يلي: $F(x) = \dots\dots$	بما f دالة معرفة على المجال I يلي: $f(x) = \dots\dots$
$\mathbb{R}$	$kx + c$	k (k عدد حقيقي ثابت)
$\mathbb{R}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	x^n ($n \in \mathbb{N}^*$)
$]0, +\infty[$ أو $]-\infty, 0[$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	x^n ($n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*$)
$]0, +\infty[$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + c$	x^r ($r \in \mathbb{Q} - \{-1\}$)
$\mathbb{R}$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\mathbb{R}$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$\left] -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right[, (k \in \mathbb{Z})$	$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$
$\mathbb{R}$	$\frac{1}{a} \sin(ax + b) + c$	$(a \neq 0), \cos(ax + b)$
$\mathbb{R}$	$-\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c$	$(a \neq 0), \sin(ax + b)$

$]0, +\infty[$	$2\sqrt{x} + c$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
$]0, +\infty[$ أو $] -\infty, 0[$	$\frac{-1}{x} + c$	$\frac{1}{x^2}$
$]0, +\infty[$	$\ln(x) + c$	$\frac{1}{x}$
$\mathbb{R}$	$e^x + c$	e^x
$\mathbb{R}$	$\text{Arc tan}(x) + c$	$\frac{1}{1+x^2}$

4. العمليات على الدوال الأصلية :

الدالة f	الدوال الأصلية ل f على I	شروط على u
$(n \in \mathbb{N}^*) \quad u' u^n$	$\frac{1}{n+1} u^{n+1} + c$	
$(n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*) \quad u' u^n$	$\frac{1}{n+1} u^{n+1} + c$	لكل x من I , $u(x) \neq 0$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$	لكل x من I , $u(x) > 0$
$(r \in \mathbb{Q} - \{-1\}) \quad u' u^r$	$\frac{1}{r+1} u^{r+1} + c$	لكل x من I , $u(x) > 0$
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u} + c$	لكل x من I , $u(x) \neq 0$
$\frac{u'}{u}$	$\ln u + c$	لكل x من I , $u(x) \neq 0$
$u' e^u$	$e^u + c$	
$\frac{u'}{1+u^2}$	$\text{Arc tan}(U) + c$	