

### التمرين الأول

(1) حدد الشكل الجبري للعدد العقدي  $z$  في الحالات التالية :

$$z = (\sqrt{3} - 2 + i)^2 ; \quad z = \frac{1 + \sqrt{2} - i}{1 - \sqrt{2} + i} , \quad z = (3 + 2i)(1 - 3i) ; \quad z = \frac{3 - 2i}{2 + i}$$

(2) حدد العدد  $z$  في الحالات التالية :

$$\begin{aligned} i\bar{z} + (1 + 2i)z + 3 - 2i &= 0 & -3 \\ (2 + i)z + 1 - 3i &= 0 & -2 \\ (2 + i)z + 5 - 2i &= 0 & -1 \\ |z| + z - 3 - 4i &= 0 & -5 \\ 2i\bar{z} + (1 + i)z + 3 - i &= 0 & -4 \end{aligned}$$

### التمرين الثاني

حدد مجموعة النقط  $M(z)$  في الحالات التالية :

$$\begin{aligned} |z + 5 - 2i| &= |\bar{z} - 3 + 2i| & -2 \\ |z - 2 + 3i| &= |z + 1 - 2i| & -1 \\ \frac{z + i}{2 - iz} \in i\mathbb{R} & & -5 \\ \frac{1 + z}{z - i} \in \mathbb{R} & & -4 \\ |z - 2 - 3i| &= |iz + 2 - i| & -3 \end{aligned}$$

### التمرين الثالث

أحسب معيار الإعدادات العقدية التالية :

$$\begin{aligned} z &= (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 1)i ; \quad z = (2 - 2i)^4 \quad z = (3 - i\sqrt{3})(\sqrt{3} - i) ; \quad z = -4 - 3i ; \quad z = 2 - 3i \\ z &= \frac{(-1 + i)^3}{4 - 8i} \quad \text{حيث } z = 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha \quad \alpha \in ]0, \pi[ \end{aligned}$$

### التمرين الرابع

لكل عدد عقدي  $z$  من  $\mathbb{C} - \{2\}$  نضع  $f(z) = \frac{z + i}{z - 2}$

(1) أحسب  $f(1 + i)$

(2) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $f(z) = 2i$

(3) أ- بين أن  $(\forall z \in \mathbb{C} - \{2\}) \quad (\overline{f(z)} = -f(z)) \Leftrightarrow \left( \left( z - 1 + \frac{1}{2}i \right) \left( \bar{z} - 1 - \frac{1}{2}i \right) - \frac{5}{4} = 0 \right)$

ب- استنتج المجموعة  $E = \{M(z) \in (P) / f(z) \in i\mathbb{R}\}$

(4) حدد  $(D)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوى  $(P)$  و التي يكون من أجلها  $|f(z)| = 1$

### التمرين الخامس

حدد الشكل المثلثي للعدد  $z$  في الحالات التالية :

$$\begin{aligned} z &= \frac{3 + i\sqrt{3}}{-2 + 2i} ; \quad z = (2 - 2i)^6 \quad z = (3 - i\sqrt{3})(-1 + i\sqrt{3}) ; \quad z = \sqrt{3} + i ; \quad z = -1 + i \\ z &= 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha \quad \text{حيث } \alpha \in ]0, \pi[ \quad \text{و } \quad z = 1 + \sin \alpha + i \cos \alpha \quad \text{حيث } \alpha \in ]0, \pi[ \end{aligned}$$

### التمرين السادس

نضع  $g(z) = \frac{1 - z}{z}$  لكل عدد عقدي  $z$  من  $\mathbb{C}^*$

(1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $g(z) = 1 - i$

(2) أ- بين أن  $(\forall z \in \mathbb{C}^*) \quad g(z) = \overline{g(\bar{z})} \Leftrightarrow (z - \bar{z})(z + \bar{z} + 1) = 0$

ب- استنتج المجموعة  $E = \{M(z) \in (P) / g(z) \in \mathbb{R}\}$

(3) نفترض أن  $z = re^{i\theta}$  حيث  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

بين أن  $1 - \cos \theta = 2 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$  ثم حدد الشكل المثلثي للعدد  $g(z)$