هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

Fonction logarithme

التمرين الأول : نعتبر الدالتين f , g المعرفتين على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\ln x-\frac{x-1}{x}$ و $g(x)=x-1-\ln x$

1) أ- أدرس منحى تغيرات كل من الدالتين f , g

ب- ضع جدول التغيرات لكل من الدالتين f , g

2) استنتج أن : $\forall x\in]1,+\infty[\quad \frac{x-1}{x}<\ln x<x-1$

3) بين أن $\left(\forall n\in \mathbb{N}^*-\{1\}\right)\quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n<e<\frac{1}{\left(1-\frac{1}{n}\right)^n}$

التمرين الثاني : ليكن a , b , c أعداد حقيقية موجبة قطعا . نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\ln(abx)-3\ln(a+b+x)$$

1) أ- أدرس منحى تغيرات الدالة f

ب- بين أن $f\left(\frac{a+b}{2}\right)\le -3\ln 3$

2) استنتج أن $abc\le\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$

التمرين الثالث : نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x^2\ln(1+x)$

1) أ- أحسب كل من $f'(x)$ و $f''(x)$

ب- بين أن الدالة f تزايدية و ضع جدول تغيراتها

2) أ- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- أسفل المنحنى (C_f)

3) أ- بين أن المعادلة $f(x)=\frac{1}{n^2}$ تقبل حلا وحيدا β_n لكل عدد طبيعي غير منعدم n

ب- بين أن $\left(\forall n\in \mathbb{N}^*\right)\quad \beta_n>0$ و أن المتتالية $(\beta_n)_n$ متقاربة

4) أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1}

ب- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\beta_n$

التمرين الرابع : 1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^3-1+2\ln x$

أ- أدرس منحى تغيرات الدالة g

ب- استنتج إشارة $g(x)$

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x^2}$

أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ج- أدرس تغيرات الدالة f و أنجز جدول تغيراتها

د- أسفل المنحنى (C_f)

التمرين الخامس : نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=-x+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{1-x}\right|$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) بين أن الدالة f فردية

3) أحسب النهايات التالية $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+x$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجتين

4) أدرس تغيرات الدالة f وأنجز جدول تغيراتها

5) بين أن $(\forall x>0)\quad \ln(1+x)<x$

6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها a بحيث $1<a<\sqrt{2}$

7) أدرس تقعر المنحنى (C_f) ثم أرسم المنحنى (C_f)

8) نضع $U_n=\dfrac{(n-1)!\,e^n}{n^{n-\frac{1}{2}}}$ و $V_n=\ln\left(\dfrac{U_n}{U_{n+1}}\right)$ لكل عدد طبيعي غير منعدم n

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad V_n=\dfrac{f(x_n)}{x_n}$ حيث $x_n=\dfrac{1}{2n+1}$

ب- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ و بين أنها متقاربة

التمرين السادس : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^{+*}$ بما يلي : $f(x)=x+\ln x$

1) بين أن f تقبل دالة عكسية g يتم تحديد مجموعة تعريفها

2) ليكن n عددا طبيعيا من $\mathbb{N}^*$

أ- بين أن المعادلة $f(x)=n$ تقبل حلا وحيدا نرمز له بالرمز u_n

ب- حدد u_1

ج- أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_n$. هل المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة ؟

3) أ- أدرس إشارة $f(n)-n$ و استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}^*\quad u_n\le n$

ب- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*\ :\ n-\ln(n)\le u_n$

4) نضع $u_n=n(1+v_n)$

أ- بين أن $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0$

ب- استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(nv_n+\ln(n)\right)=0$

التمرين السابع : ليكن n عدد طبيعي غير منعدم . نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f_n(x)=nx+\ln x$

1) أ- أدرس تغيرات الدالة f_n

ب- بين أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_n و أن $0<x_n<1$

2) أ- بين أن $(\forall x>0)\quad f_{n+1}(x)>f_n(x)$

ب- استنتج رتابة المتتالية $(x_n)_n$

3) أ- بين أن $(\forall n\ge 3)\quad x_n\ge\dfrac{1}{n}$

ب- أدرس إشارة $x-\ln x$ و استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad x_n\le\dfrac{1}{\sqrt{n}}$

ج- بين أن $(x_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها

التمرين الثامن : 1) بين أن $\forall x\ge 0\ :\ x-\dfrac{x^2}{2}\le\ln(1+x)\le x$

2) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_n=\sum\limits_{k=1}^{k=n}\ln\left(1+\dfrac{k}{n^2}\right)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

أ- أحسب U_1 ; U_2

ب- بين أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها (نعطي $\sum_{k=1}^{k=n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$)

3) نضع $V_n = \prod_{k=1}^{k=n}\left(1+\frac{k}{n^2}\right)$ لكل عدد طبيعي غير منعدم n . بين أن المتتالية $(V_n)_n$ متقاربة و حد نهايتها

التمرين التاسع : (A) نضع $h(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$

1) حدد D_h و بين أن $I\left(\frac{1}{2},0\right)$ مركز تماثل منحنى الدالة h

2) أحسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} h(x)$

3) أحسب المشتقة $h'(x)$ و ضع جدول تغيرات الدالة h

4) أرسم منحنى الدالة h

(B) نعتبر الدالة g المعرفة على $D=]0,1[$ بما يلي : $g(x) = x\ln x + (1-x)\ln(1-x)$

1) حدد نهايتي الدالة g

2) أحسب $g'(x)$ و أعط جدول التغيرات

3) استنتج إشارة $g(x)$

(C) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $D=]0,1[$ بما يلي : $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{\ln x}$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)$

2) أحسب المشتقة $f'(x)$ و أدرس منحى تغيرات الدالة f ثم أنجز جدول تغيراتها

3) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين العاشر : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^{+*}$ بما يلي : $f(x) = x + \ln x$

1) بين أن f تقبل دالة عكسية g يتم تحديد مجموعة تعريفها

2) ليكن n عددا طبيعيا من $\mathbb{N}^*$

أ- بين أن المعادلة $f(x) = n$ تقبل حلا وحيدا نرمز له بالرمز u_n و حدد u_1

ب- أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_n$. و بين أن $(\forall n \geq 1)\quad u_n \leq n$

3) أ- بين أن $(\forall x>0)\quad \ln x < x$ و استنتج أن $(\forall n \geq 1)\quad \frac{n}{2} < u_n$

ب- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\ln u_n}{n}$

4) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad : \quad n - \ln(n) \leq u_n$ و استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_{n+1} - u_n) = 1$

5) نضع $(\forall n \geq 1)\quad v_n = \frac{n-u_n}{\ln n}$ بين أن $(\forall n \geq 1)\quad v_n - 1 = \frac{\ln\left(\frac{u_n}{n}\right)}{\ln n}$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n-u_n}{\ln n} = 1$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma