هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

~ الثانية علوم رياضية ~

سلسلة المتتاليات (2)

التمرين 1

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=2+\frac{1}{u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 2\le u_n\le 3$

2) نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتين بما يلي :

$v_n=u_{2n}$ و $w_n=u_{2n+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$

بين أن : $v_{n+1}=2+\frac{v_n}{1+2v_n}$ و $w_{n+1}=2+\frac{w_n}{1+2w_n}$ و $w_n=2+\frac{1}{v_n}$

3) أ. أثبت أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad v_n\le w_n$

ب. أدرس رتابة كل من المتتاليتين (v_n) و (w_n)

4) أ. بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad w_{n+1}-v_{n+1}\le\frac{1}{25}(w_n-v_n)$

ب. استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}(w_n-v_n)$

ج. بين أن المتتاليتان (v_n) و (w_n) متحاديتان و حدد نهايتهما

5) نضع $\alpha=1+\sqrt{2}$

أ. حدد عددا حقيقيا k بحيث : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad |u_{n+1}-\alpha|\le k|u_n-\alpha|$

ب. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها

التمرين 2

نعتبر الحدودية P_n المعرفة بما يلي : $(n\in\mathbb{N}^*)\quad P_n(x)=x^n+x^{n-1}+.....+x-1$

1) بين أنه $(\forall n\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\})\quad (\exists!\varepsilon_n\in]0,1[)\quad P_n(\varepsilon_n)=0$

2) بين أن المتتالية $(\varepsilon_n)_{n\ge2}$ تناقصية قطعا

3) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\})\quad 2\varepsilon_n-(\varepsilon_n)^{n+1}-1=0$

4) بين أن المتتالية $(\varepsilon_n)_{n\ge2}$ متقاربة

5) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\varepsilon_n$

التمرين 3

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a;b]$ و قابلة للاشتقاق على $]a;b[$ بحيث : $f([a;b])\subset[a;b]$

نفترض أنه : $(\forall x\in]a;b[)\quad (\exists k\in[0;1[)\quad |f'(x)|\le k$

1) بين أنه : $(\exists!\alpha\in[a;b])\quad f(\alpha)=\alpha$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 \in [a;b]$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

أ. بين أن : $a \leq u_n \leq b$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب. بين أن : $|u_{n+1} - \alpha| \leq k|u_n - \alpha|$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ج. استنتج نهاية المتتالية (u_n)

3) تطبيق : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 \in [3;4]$ و $u_{n+1} = 3 + \frac{1}{u_n}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

حدد نهاية المتتالية (u_n)

つづく

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma