

مبرهنة التزايدات المنتهية

(1) مبرهنة رول

مبرهنة

إذا كانت f متصلة على $[a, b]$ وقابلة للاشتقاق على $]a, b[$ و $f(a) = f(b)$ فإنه يوجد على الأقل c من $]a, b[$ بحيث :
$$f'(c) = 0$$

(2) مبرهنة التزايدات المنتهية

مبرهنة

إذا كانت f متصلة على $[a, b]$ وقابلة للاشتقاق على $]a, b[$ فإنه يوجد على الأقل c من $]a, b[$ بحيث :
$$f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$$

(3) متفاوتة التزايدات المنتهية

خاصية 1

إذا كانت f متصلة على $[a, b]$ وقابلة للاشتقاق على $]a, b[$ وإذا وجد m و M من $\mathbb{R}$ بحيث : لكل x من $]a, b[$ يحقق
$$m \leq f'(x) \leq M$$

فإن
$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$$

خاصية 2

إذا كانت f متصلة على $[a, b]$ وقابلة للاشتقاق على $]a, b[$ وإذا وجد k من $\mathbb{R}^+$ بحيث : لكل x من $]a, b[$ يحقق
$$|f'(x)| \leq k$$

فإن
$$|f(b) - f(a)| \leq k \cdot (b - a)$$