

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}}$$

- 1) يبيه أه f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و أحسب المشقة $f'(x)$
- 2) أدرسه منحي تغيرات الدالة f
- 3) نعتبر المتالية $(U_n)_n$ المعرفة كما يلي : $U_0 = 3$ و
 - يبيه أه $1 \leq U_n \leq 3$ $\forall n \in \mathbb{N}$
 - أدرسه رتابة المتالية $(U_n)_n$ و استنتج أنها متقاربة
 - حدد نهاية المتالية $(U_n)_n$

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1, +\infty)$ بما يلي :

$$f(-1) = 1 \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{\arctan \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} \quad ; \quad x > -1$$

- 1) أ- يبيه أه f منصولة على يمين النقطة $x_0 = -1$
ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
- 2) ليته X هه المجال $[0, +\infty)$ و نصفه :
أ- يبيه أه φ قابلة للاشتقاق على المجال $[0, x]$ و أحسب المشقة $\varphi'(t)$
ب- يبيه أه $(\exists c \in]0, x[) \quad \frac{\arctan X - X}{X^3} = \frac{-1}{3(1+c^2)}$
- 3) أدرسه قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة $x_0 = -1$
- 4) أ- يبيه باستعمال مبرهنة التزايدات المتعددة أه $(\forall X \in \mathbb{R}^+) \quad \frac{X}{1+X^2} \leq \arctan X \leq X$
ب- يبيه أه $(\forall x \in]1, +\infty[) \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{(x+1)^3}} \left(\frac{\sqrt{x+1}}{x+2} - \arctan \sqrt{x+1} \right)$
ج- استنتاج أه f تناظرية على $[-1, +\infty)$
- 5) أ- يبيه أه المعادلة $f(x) = x$ تقبل حل واحدا α و أه $\alpha \in]0, 1[$
ب- أرسم المنحني (C_f) (نأخذ $\alpha = 0, 7$)
- 6) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي :
أ- أحسب $g'(x)$ و أنجز جدول التغيرات للدالة g
ب- استنتاج أه $(\forall x \in \mathbb{R}^+) \quad |g(x)| \leq \frac{\pi}{2}$
ج- يبيه أه $(\forall x \in]0, 1[) \quad |f'(x)| \leq \frac{\pi}{4}$

- 7) ليته $(U_n)_n$ المتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$
أ- يبيه أه $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 < U_n < 1$
ب- يبيه أه $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{\pi}{4} |U_n - \alpha|$
ج- يبيه أه $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها